

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE
MINISTRE D'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE
UNIVERSITE DES SCIENCES ET DE LA TECHNOLOGIE
HOUARI BOUMEDIENE (U.S.T.H.B./ ALGER)
FACULTE DE PHYSIQUE



MEMOIRE

Présenté pour l'obtention du diplôme de :

MAGISTER

en Physique

Spécialité : Matériaux et Composants

Par

Wahiba DJERIR

SUJET :

***RECONSTRUCTION DE CHAMPS ULTRASONORES
IMPULSIONNELS PAR DECONVOLUTION DES EFFETS
SPATIO-TEMPORELS DU TRANSDUCTEUR RECEPTEUR***

Soutenu publiquement le 22/11/2005, devant le jury composé de :

Mr. H. DJELOUAH	Professeur	U.S.T.H.B., Alger	Président
Mr. T. BOUTKEDJIRT	Maître de Conférences	U.S.T.H.B., Alger	Directeur de thèse
Mr. F. BOUBENIDER	Professeur	U.S.T.H.B., Alger	Examineur
Mr. R. DRAI	Maître de Recherche	C.S.C., Chéraga	Examineur
Mr. D. KENDIL	Maître de Conférences	E.N.S., Kouba	Examineur
Mr. M. O. SI CHAIB	Maître de Conférences	Univ. Boumerdès	Examineur

Table des matières

Nomenclature	3
Introduction générale	6
1 Simulation de champs ultrasonores impulsionnels	8
1.1 Calcul du champ ultrasonore d'un piston plan	8
1.1.1 Réponse impulsionnelle du milieu de propagation pour le potentiel de vitesse	8
1.1.2 Réponse impulsionnelle du milieu de propagation pour la pression	11
1.2 Cas d'un piston circulaire	11
1.2.1 Profil de vibration uniforme :	12
1.2.2 Profil de vibration non uniforme :	21
1.3 Conclusion	25
2 Propriétés de transmission spatio- temporelles de la chaîne de réception	27
2.1 Introduction	27
2.2 Transducteur récepteur	28
2.2.1 Propriétés de transmission spatiales	30
2.2.2 Propriétés de transmission temporelles :	34
2.3 Câble	55
2.4 Fonction de transfert temporelle de la chaîne de réception	60
2.5 Bruit du système de mesure	65
2.6 Conclusion	66
3 Influence des effets spatio-temporels de la chaîne de mesure sur le champ ultrasonore	67
3.1 Introduction	67
3.2 Cas unidimensionnel	69
3.2.1 Effet des propriétés spatiales (moyennage)	69
3.2.2 Effet des propriétés temporelles	75
3.2.3 Effet du bruit de système	79
3.3 Cas bidimensionnel	81
3.3.1 Effets des propriétés spatiales (moyennage)	81
3.3.2 Effet des propriétés temporelles	88
3.3.3 Effet du bruit du système	89

3.4	Conclusion	90
4	Reconstruction de champs ultrasonores	92
4.1	Modèle de reconstruction	92
4.2	Filtre inverse de reconstruction spatio-temporel	93
4.3	Reconstruction du champ ultrasonore dans le cas unidimensionnel	94
4.3.1	Déconvolution temporelle	94
4.3.2	Déconvolution spatiale	100
4.4	Reconstruction du champ ultrasonore dans le cas bidimensionnel	124
4.4.1	Déconvolution temporelle	124
4.4.2	Déconvolution spatiale	125
4.5	Conclusion et perspectives	137
4.6	Annexe A	139
4.6.1	Le Polyfluorure de Vinylidène	139
4.7	Annexe B	141
4.7.1	Le filtre optimal de Wiener	141
4.8	Annexe C	144
4.8.1	Le filtre spatial de Wiener appliqué à un instant donné	144
4.9	Bibliographie	147

Nomenclature

x, y et z	Coordonnées cartésiennes.
z, r	Position axiale, position radiale.
$\vec{v}(M, t)$	Vitesse particulaire.
δ	Fonction de Dirac.
M, M_0	Point d'observation, point de la source.
$h(M_0)$	Profil de vibration dépendant de la position du point M_0 .
λ_c	Longueur d'onde centrale de l'impulsion ultrasonore dans l'eau.
ω, k	Pulsation, module du vecteur d'onde.
a	Rayon de l'émetteur.
L_h, l_h, r_h et $\varnothing$	Longueur, largeur, rayon et diamètre du récepteur.
T, C et D	Contrainte, constante de rigidité et induction électrique.
$\Phi(M, t)$	Potentiel et vitesse du milieu de propagation.
$\Phi_i(M, t)$	Réponse impulsionnelle pour le potentiel de vitesse du milieu de propagation
$p_i(M, t)$	Réponse impulsionnelle pour la pression du milieu de propagation
h	Constante piézoélectrique.
u	Déplacement de particule.
c	Vitesse de propagation de l'onde ultrasonore dans le fluide.
c_c	Vitesse de propagation de l'ondes électrique dans le câble.
P, V et I	Amplitude de la pression ultrasonore, la tension et du courant électriques.
R, α	Coefficient de réflexion, coefficient d'atténuation.
L_n	Epaisseur de la couche n .
L	Longueur du câble.
Z_n	Impédance acoustique caractéristique de la couche n .
Z_c	Impédance caractéristique du câble.
$Z_{él}$	Impédance électrique équivalente de l'hydrophone.
Z_e	Impédance d'entrée du câble.
Z_{e0}	Impédance d'entrée du câble à vide.
Z_{ch}	Impédance électrique de charge.
(V_e, I_e)	Tension et courant électriques à l'entrée du câble.
(V_s, I_s)	Tension et courant électriques à la sortie du câble.
$\otimes_t$	Opérateur de convolution temporelle.
$\otimes_{xyt}$	Opérateur de convolution tridimensionnelle spatio-temporelle.
f	Fréquence temporelle
f_x, f_y et f_r	Fréquences spatiales dans les directions x et y et fréquence radiale.
$\mathcal{T}_t$	Transformée de Fourier temporelle (1D).
$\mathcal{T}_{xy}$	Transformée de Fourier bidimensionnelle spatiale (2D).
$p(x, y, z_0, t)$	Pression acoustique instantanée.
$P(x, y, z_0, f)$	Transformée de Fourier temporelle de la pression acoustique .
$\mathcal{P}(f_x, f_y, f)$	Transformée de Fourier spatio-temporelle de la pression.
$\hat{p}(x, y, z_0, t)$	Pression acoustique estimée.

$\hat{\mathcal{P}}(f_x, f_y, f)$	Transformée de Fourier spatio-temporelle de la pression estimée.
$v(x, y, z_0, t)$	Tension électrique.
$V(x, y, z_0, f)$	Transformée de Fourier temporelle de la tension électrique.
$\mathcal{V}(f_x, f_y, f)$	Transformée de fourier spatio-temporelle de la tension électrique.
$n(x, y, z_0, t)$	Composante bruit de la tension electrique.
$\mathcal{N}(f_x, f_y, f)$	Transformée de Fourier spatio-temporelle du bruit.
$\langle p(x, y, z_0, t) \rangle$	Pression spatialement moyennée.
$\langle \hat{p}(x, y, z_0, t) \rangle$	Pression spatialement moyennée estimée.
$\langle \hat{P}(x, y, z_0, f) \rangle$	Transformée de Fourier temporelle de la pression moyennée estimée.
$h_h(x, y, t)$	Réponse impulsionnelle spatio-temporelle de l'hydrophone.
$H_h(x, y, f)$	Transformée de Fourier temporelle de la réponse impulsionnelle spatio-temporelle de l'hydrophone.
$\mathcal{H}_h(f_x, f_y, f)$	Fonction de transfert spatio-temporelle de l'hydrophone.
$h_{h_2}(t)$	Réponse impulsionnelle temporelle de l'hydrophone.
$H_{h_2}(f) = \mathcal{H}_{h_2}(f)$	Transformée de Fourier de la réponse impulsionnelle temporelle l'hydrophone.
$H_{h_0}(f)$	Fonction de transfert temporelle de l'hydrophone à vide.
$h_{h_1}(x, y)$	Réponse impulsionnelle spatiale de l'hydrophone.
$H_{h_1}(f_x, f_y) = \mathcal{H}_{h_1}(f_x, f_y)$	Fonction de transfert spatiale de l'hydrophone.
$h_c(t)$	Réponse impulsionnelle du câble.
$H_c(f)$	Fonction de transfert du câble.
$h(x, y, t)$	Réponse impulsionnelle spatio-temporelle de toute la chaîne de réception.
$\mathcal{H}(f_x, f_y, f)$	Fonction de transfert spatio-temporelle de la chaîne de réception
$h_s(t)$	Réponse impulsionnelle temporelle de la chaîne de réception.
$\mathcal{H}_s(f)$	Fonction de transfert temporelle de la chaîne de réception.
$h_F(x, y, t)$	Réponse impulsionnelle spatio-temporelle du filtre de reconstruction.
$\mathcal{H}_F(f_x, f_y, f)$	Fonction de transfert spatio-temporelle du filtre de reconstruction.
$h_{F_2}(t)$	Réponse impulsionnelle temporelle du filtre de reconstruction.
$H_{F_2}(f) = \mathcal{H}_{F_2}(f)$	Fonction de transfert du filtre de reconstruction temporel.
$h_{F_1}(x, y)$	Réponse impulsionnelle spatiale du filtre de reconstruction.
$\mathcal{H}_{F_1}(f_x, f_y)$	Fonction de transfert du filtre de reconstruction spatial.
$\mathcal{H}_{F_{1f}}(f_x, f_y)$	Fonction de transfert du filtre de reconstruction à une fréquence temporelle donnée.

$\Phi_{pp}(f_x, f_y, f)$	DSP spatiale de la pression ultrasonore à une fréquence temporelle donnée.
$\Phi_{nn}(f_x, f_y, f)$	DSP spatiale du bruit de tension à une fréquence temporelle donnée.
$\Phi_{n_p n_p}(f_x, f_y, f)$	DSP spatiale du bruit de pression à une fréquence temporelle donnée.
$\Phi_{\langle \hat{p} \rangle < \hat{p} \rangle B}(f_x, f_y, f)$	DSP spatiale de la pression bruitée à une fréquence temporelle donnée.
$\Phi_{\langle \hat{p} \rangle < \hat{p} \rangle}(f_x, f_y, f)$	DSP spatiale de la pression moyennée estimée sans bruit à une fréquence temporelle donnée.
$\Phi_{\hat{n}_p \hat{n}_p}(f_x, f_y, f)$	DSP spatiale du bruit de pression estimé à une fréquence temporelle donnée.
$\Phi_{\hat{p} \hat{p}}(f_x, f_y, f)$	DSP spatiale de la pression estimé ultrasonore à une fréquence temporelle donnée.
$\mathcal{H}_{F1t_0}(f_x, f_y)$	Fonction de transfert du filtre de spatial de reconstruction à un instant donné.
$\varphi_{pp}(f_x, f_y, t_0)$	DSP spatiale de la pression ultrasonore à un instant donné.
$\varphi_{n_p n_p}(f_x, f_y, t_0)$	DSP du bruit de pression à un instant donné.
$\varphi_{\langle \hat{p} \rangle < \hat{p} \rangle B}(f_x, f_y, t_0)$	DSP de la pression bruitée à un instant donné.
$\varphi_{\langle \hat{p} \rangle < \hat{p} \rangle}(f_x, f_y, t_0)$	DSP de la pression moyennée estimée sans bruit à un instant donné.
$\varphi_{\hat{p} \hat{p}}(f_x, f_y, t_0)$	DSP spatiale de la pression ultrasonore estimé à un instant donné.
$\varphi_{\hat{n}_p \hat{n}_p}(f_x, f_y, t_0)$	DSP spatiale du bruit de pression estimé à un instant donné.
$ r_{\hat{p} \hat{p}} $	Module du coefficient de corrélation normé entre la pression reconstruite et la pression originale.
SNR	Rapport signal sur bruit (signal to noise ratio).
DSP	Densité spectrale de puissance.

Introduction générale

Ces dernières années ont connu le développement de diverses applications faisant appel aux ultrasons rayonnés en régime impulsionnel avec des impulsions ayant un spectre contenant une très haute gamme de fréquences. Ce domaine a pris une grande extension en raison des progrès réalisés dans la fabrication d'hydrophones large bande et dans l'électronique permettant de générer des impulsions de très courte durée (quelques ns).

Pour pouvoir effectuer des mesures fiables du champ ultrasonore impulsionnel rayonné, différentes techniques ont été développées [Bac88, Mos88, Bea97, Koc99]. Néanmoins, la méthode la plus recommandée reste l'utilisation d'hydrophones piézoélectriques à PVDF comme récepteurs [Har00]. Ceci est dû à leurs propriétés acoustiques avantageuses, en plus de leur disponibilité dans le commerce. Cependant, le signal électrique délivré par ces hydrophones peut être affecté par leurs propriétés de transmission spatio-temporelles. En effet, en raison de leurs dimensions plus grandes que les longueurs d'onde de l'onde ultrasonore, ces hydrophones fournissent une valeur spatialement moyennée de la grandeur acoustique mesurée [Har81, Mark83, Bes85, Dal99, Smi89]. En plus, compte tenu des fréquences de travail élevées, les variations de leur sensibilité deviennent importantes.

Dans ce travail, et afin de reconstruire le champ ultrasonore impulsionnel avec une haute résolution spatiale et temporelle, nous nous proposons de déconvoluer les effets spatio-temporels de la chaîne de réception. L'application des méthodes de déconvolution a déjà été mise en oeuvre dans de nombreux domaines manipulant des signaux de nature diverse : électrique, lumineux, analogique ou numérique [Cas87, Olo99, Kim04, Olo04]. La théorie de la déconvolution a été d'une importance capitale dans le domaine du traitement d'images. Celui-ci est à l'origine de beaucoup de recherches orientées spécifiquement vers la déconvolution [Dek01, Lin04]. La déconvolution a été également utilisée dans le domaine de traitement de signaux provenant de sonars.

Quelles que soient les applications envisagées, les étapes nécessaires à la résolution d'un problème inverse sont toujours les mêmes. Pour pouvoir reconstruire la grandeur qui a été affectée par le système de mesure, nous avons besoin de connaître les mécanismes qui ont conduit à sa distorsion [Gro93, Ber98]. De ce fait, l'étude du problème direct est d'une importance primordiale.

Les trois premiers chapitres de cette thèse sont consacrés à l'étude du problème direct. Dans le premier chapitre, nous utilisons le modèle du piston monté dans un baffle rigide, pour simuler le champ ultrasonore impulsionnel d'un transducteur plan en n'importe quel endroit de l'espace d'un milieu de propagation fluide.

Le deuxième chapitre est consacré à l'étude des propriétés de transmission spatio-temporelles de toute la chaîne de mesure. En partant de la linéarité et de l'invariance, dans le temps et dans l'espace, de la chaîne de mesure (hydrophone, câble, oscilloscope..), nous caractérisons cette chaîne par sa réponse impulsionnelle spatio-temporelle. Dans cette étude, nous considérons comme transducteur récepteur des hydrophones à membrane en PVDF avec des ouvertures de géométrie et de dimensions variées (linéaire, rectangulaire et circulaire).

L'influence des propriétés spatiales de l'hydrophone (effet du moyennage spatial), ainsi que les effets des propriétés de transmission temporelles de l'hydrophone et de sa chaîne de mesure font l'objet du troisième chapitre. Dans ce chapitre, on tient compte également du bruit qui se superpose au signal utile.

En se basant sur les résultats du problème direct, nous testons dans le quatrième chapitre les différentes méthodes de reconstruction sur le champ ultrasonore. La première partie du chapitre est consacrée à la déconvolution spatio-temporelle, dans le cas d'une ouverture unidimensionnel (hydrophone linéaire). Elle nous permet de mettre en évidence l'influence de différents paramètres sur la qualité de reconstruction. Par la suite, les procédures de reconstruction développées sont généralisées au cas bidimensionnel (hydrophones rectangulaire et circulaire).

Enfin, nous terminons par une conclusion générale et les perspectives du travail.

Chapitre 1

Simulation de champs ultrasonores impulsionnels

Afin de tester les différentes techniques de reconstruction du champ ultrasonore, nous avons besoin de connaître le signal à la sortie de la chaîne de mesure. Pour cela, nous étudions d'abord le problème direct. Ceci nous permet en partant du champ ultrasonore rayonné et en modélisant le fonctionnement de la chaîne de réception, de simuler les données de mesure fournies par cette chaîne. Ce chapitre est consacré à la simulation numérique du champ ultrasonore rayonné en régime impulsif. L'émetteur considéré est un piston plan encastré dans un baffle rigide [Har81].

1.1 Calcul du champ ultrasonore d'un piston plan

Dans l'étude du problème de rayonnement d'ondes acoustiques par un piston plan encastré dans un baffle, trois cas ont été considérés [Del79] :

- Piston plan libre dans l'espace : Un piston est considéré libre dans l'espace lorsqu'il y'a une adaptation parfaite entre le milieu de propagation où il rayonne et le baffle le supportant.
- Piston encastré dans un baffle rigide : Dans ce cas, le piston est placé dans un baffle d'impédance acoustique très grande devant celle du milieu de propagation .
- Piston encastré dans un baffle mou : Le baffle est considéré mou lorsque son impédance est très faible devant celle du milieu de propagation .

Dans notre étude, nous nous limitons au cas d'un baffle rigide. Ce modèle qui a été largement étudié par différents auteurs est plus fréquemment utilisé dans les applications acoustiques.

1.1.1 Réponse impulsionnelle du milieu de propagation pour le potentiel de vitesse

L'équation de propagation pour le potentiel de vitesse Φ , des ondes acoustiques dans un fluide homogène, isotrope et sans perte, est donnée par :

$$\Delta\Phi - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial t^2} = 0, \quad (1.1)$$

où Δ est l'opérateur de Laplace et c la vitesse de propagation des ondes acoustiques dans le fluide.

Le potentiel de vitesse Φ est relié à la vitesse particulière $\vec{v}$ et à la pression acoustique p respectivement par :

$$\vec{v}(M, t) = -\vec{\nabla}\Phi(M, t) \quad (1.2)$$

et

$$p = \rho \frac{\partial \Phi(M, t)}{\partial t}. \quad (1.3)$$

ρ représente la masse volumique du fluide à l'équilibre.

La solution de l'équation (1.1) qui satisfait les conditions aux limites d'un piston encastré dans un baffle rigide est donnée par l'intégrale de Rayleigh [Har81] :

$$\Phi(M, t) = \int_{s_0} \frac{\delta(t - R/c)}{2\pi R} \otimes_t v_n(M_0, t) ds_0, \quad (1.4)$$

où $\otimes_t$ représente l'opérateur de convolution temporelle, s_0 est la surface de la source et $v_n(M_0, t)$ est la vitesse normale à la surface de la source. $R = MM_0$, avec M le point d'observation et M_0 un point de la source

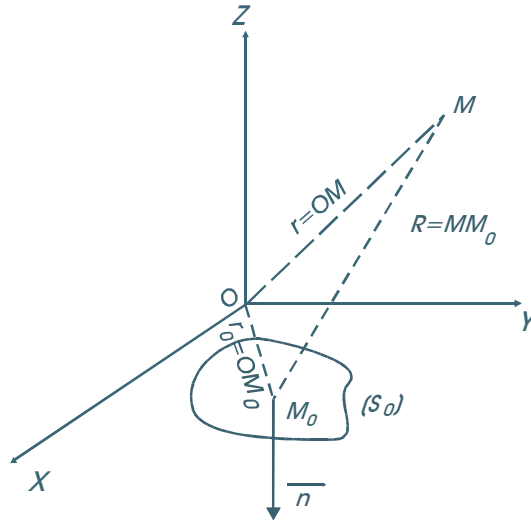


Figure 1.1 : Géométrie pour le calcul du champ ultrasonore d'une source plane.

$r = OM = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$ représente la distance du point d'observation M à l'origine des coordonnées O

$r_0 = OM_0 = \sqrt{x_0^2 + y_0^2}$ représente la distance du point d'observation M_0 de la source située dans le plan xOy à l'origine O .

La vitesse normale à la surface de la source est donnée par :

$$v_n(M_0, t) = \frac{-\partial\Phi(M_0, t)}{\partial n}. \quad (1.5)$$

D'après la figure (1.1),

$$v_n(M_0, t) = \frac{\partial\Phi(M_0, t)}{\partial z}. \quad (1.6)$$

L'intégrale de Rayleigh devient donc :

$$\Phi(M, t) = \int_{s_0} \frac{\delta(t - R/c)}{2\pi R} \otimes_t v_z(M_0, t) ds_0. \quad (1.7)$$

Cette intégrale peut être interprétée physiquement de la manière suivante [Dje90] :

Le champ résultant en un point M est la superposition de toutes les vibrations émises par des sources élémentaires situées en M_0 et qui atteignent le point M avec un retard R/c .

Dans le cas où l'on considère que tous les points de la source vibrent d'une manière synchrone, $v_z(M_0, t)$ peut s'écrire de la manière suivante :

$$v_z(M_0, t) = v(t)h(M_0), \quad (1.8)$$

où $v(t)$ représente la forme temporelle de la vibration et $h(M_0)$ est son profil dépendant de la position du point M_0 sur la source.

Compte tenu de l'équation (1.8), l'intégrale de Rayleigh devient :

$$\Phi(M, t) = v(t) \otimes_t \int_{s_0} \frac{h(M_0)\delta(t - R/c)}{2\pi R} ds_0. \quad (1.9)$$

Cette expression peut être mise sous une forme simple :

$$\Phi(M, t) = v(t) \otimes_t \Phi_i(M, t), \quad (1.10)$$

avec

$$\Phi_i(M, t) = \int_{s_0} \frac{h(M_0)\delta(t - R/c)}{2\pi R} ds_0. \quad (1.11)$$

$\Phi_i(M, t)$ est la réponse impulsionnelle pour le potentiel de vitesse.

1.1.2 Réponse impulsionnelle du milieu de propagation pour la pression

En procédant de la même manière, nous pouvons définir la réponse impulsionnelle du milieu de propagation pour la pression $p_i(M, t)$ comme suit :

$$p(M, t) = p(t) \otimes_t p_i(M, t). \quad (1.12)$$

Compte tenu des équations (1.3), (1.10) et (1.12) son expression est donnée par :

$$p_i(M, t) = \frac{1}{c} \frac{\partial \Phi_i(M, t)}{\partial t}, \quad (1.13)$$

avec

$$p(t) = \rho c v(t). \quad (1.14)$$

1.2 Cas d'un piston circulaire

Les réponses établies précédemment sont valables pour des formes de piston quelconques. Cependant, elle ne peuvent être déterminées analytiquement que pour des formes géométriques particulières [Bou93]. De ce fait, nous considérons un piston circulaire de rayon $r = a$.

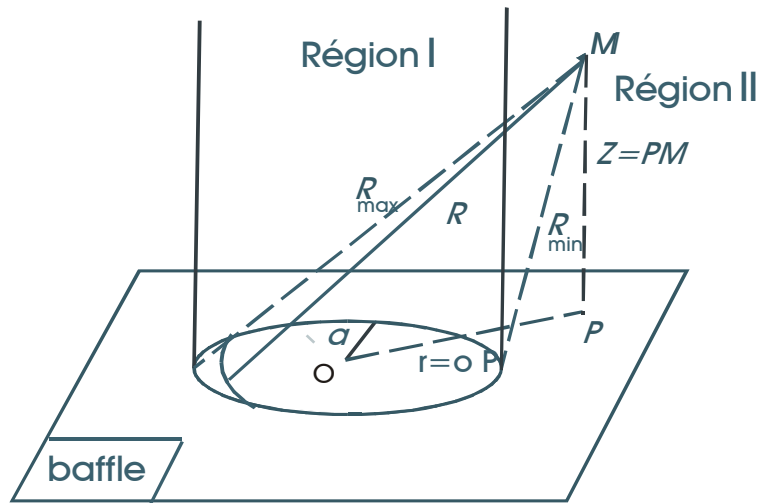


Figure 1.2 : Définition des régions I et II de rayonnement d'un piston circulaire.

Les points de la source contribuant au champ acoustique en un point M sont situés sur un arc de cercle de centre P (projection du point M sur le plan du baffle) et de rayon PM_0 .

Dans les figures (1.2) et (1.3), on distingue deux régions du champ :

Région I : dite de rayonnement direct ($r \leq a$) : elle correspond aux points du champ dont la projection se trouve à l'intérieur du piston ou sur ses frontières.

Région II : dite zone d'ombre ($r > a$) dans cette zone, les points M se projettent à l'extérieur du piston.

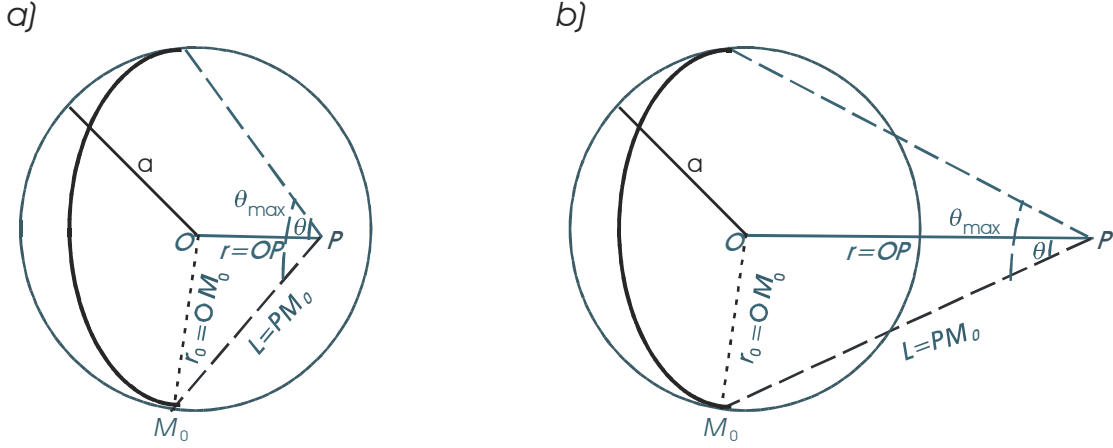


Figure 1.3 : Projections du point M du champ sur le plan du piston. a) dans la région I et b) dans la région II.

1.2.1 Profil de vibration uniforme :

Dans ce cas, tous les points de la source active vibrent avec la même amplitude ($h(M_0) = 1$ sur s_0 ,
 s_0 : surface du piston).

1.2.1.1 Réponse impulsionnelle du milieu de propagation pour le potentiel de vitesse

La réponse impulsionnelle pour le potentiel de vitesse est obtenue à partir de l'expression (1.11). D'après les figures (1.2), (1.3.a) et (1.3.b) :

$$L^2 = R^2 - z^2, \quad (1.15)$$

donc :

$$LdL = RdR \quad (1.16)$$

et l'élément de surface $ds = Ld\theta dL$ D'où :

$$\Phi_i = \int_{R_{\min}}^{R_{\max}} \int_0^{\theta_{\max}} \frac{h(M_0)\delta(t - R/c)}{2\pi} dR d\theta, \quad (1.17)$$

où $\theta_{\max}$ est l'angle au sommet P sous tendu par l'arc de cercle.

En tenant compte de la géométrie du problème (Figure 1.3) et des propriétés de la fonction δ on obtient :

$$\Phi_i(r, z, t) = \begin{cases} \frac{c}{2\pi} \int_0^{\theta_{\max}} h(M_0) d\theta & t_0 \leq t \leq t_2 \\ 0 & t_0 < t \text{ ou } t > t_2 \end{cases} \quad (1.18)$$

t_0, t_1 et t_2 sont des instants remarquables définis comme suit : $t_0 = \frac{z}{c}$ est l'instant d'arrivée au point M de l'ondelette issue de la projection P du point M sur le plan de la source, $t_1 = \frac{R_{\min}}{c}$ et $t_2 = \frac{R_{\max}}{c}$ sont respectivement les instants d'arrivée au point M des ondelettes issues des bords le plus proche et le plus éloigné de la source respectivement.

Dans le cas du profil uniforme, $h(M_0) = 1$. L'expression de la réponse impulsionnelle devient :

$$\Phi_i(r, z, t) = \begin{cases} \frac{c}{\pi} \Omega(ct) & t_0 \leq t \leq t_2 \\ 0 & t_0 < t \text{ ou } t > t_2 \end{cases} \quad (1.19)$$

avec $\Omega(ct) = \frac{\theta_{\max}(ct)}{2}$

Les différentes expressions de $\Omega(ct)$ sont données par [Dje90] :
pour $r \leq a$

$$\Omega(ct) = \begin{cases} \pi & t_0 \leq t < t_1 \\ \arccos\left(\frac{c^2 t^2 - z^2 + r^2 - a^2}{2r(c^2 t^2 - z^2)^{1/2}}\right) & t_1 \leq t < t_2 \\ 0 & t \geq t_2 \end{cases} \quad (1.20)$$

et pour $r > a$

$$\Omega(ct) = \begin{cases} \arccos\left(\frac{c^2 t^2 - z^2 + r^2 - a^2}{2r(c^2 t^2 - z^2)^{1/2}}\right) & t_1 \leq t < t_2 \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases} \quad (1.21)$$

1.2.1.2 Réponse impulsionnelle du milieu de propagation pour la pression :

La réponse impulsionnelle est déterminée numériquement à l'aide des relations (1.13), (1.19) (1.20) et (1.21). La figure (1.4) illustre les variations de la réponse impulsionnelle du milieu de propagation pour le potentiel de vitesse et pour la pression, en fonction de la distance radiale r .

Dans la région I et sur l'axe ($r = 0$, Figure 1.4 (a,b)) : Φ_i est une fonction rectangle qui débute à l'instant t_0 , qui correspond à l'arrivée de l'onde plane, et qui se termine à $t_1 = t_2$ correspondant à l'arrivée simultanée des ondes issues du bord du transducteur. p_i est donc constituée de deux impulsions de Dirac de polarités opposées aux instants t_0 et $t_1 = t_2$.

En dehors de l'axe, pour ($r = 4\text{mm}$, Figure 1.4(c,d)) : Φ_i Commence à l'instant t_0 avec une valeur constante qui s'étend jusqu'à t_1 . De t_1 à t_2 , Φ_i est une fonction décroissante du temps qui s'annule à l'instant t_2 . p_i est donc constituée d'une impulsion de Dirac à $t = t_0$ et d'une fonction négative de durée $[t_1, t_2]$.

Dans la région II : ($r = 15\text{mm}$, Figure 1.4(e,f)) : On constate l'absence du régime d'onde plane. Φ_i est une fonction continue présentant un maximum dans l'intervalle $[t_1, t_2]$. p_i présente deux polarités opposées où les contributions majeurs sont celles correspondant aux bords, le plus proche et le plus éloigné du transducteur.

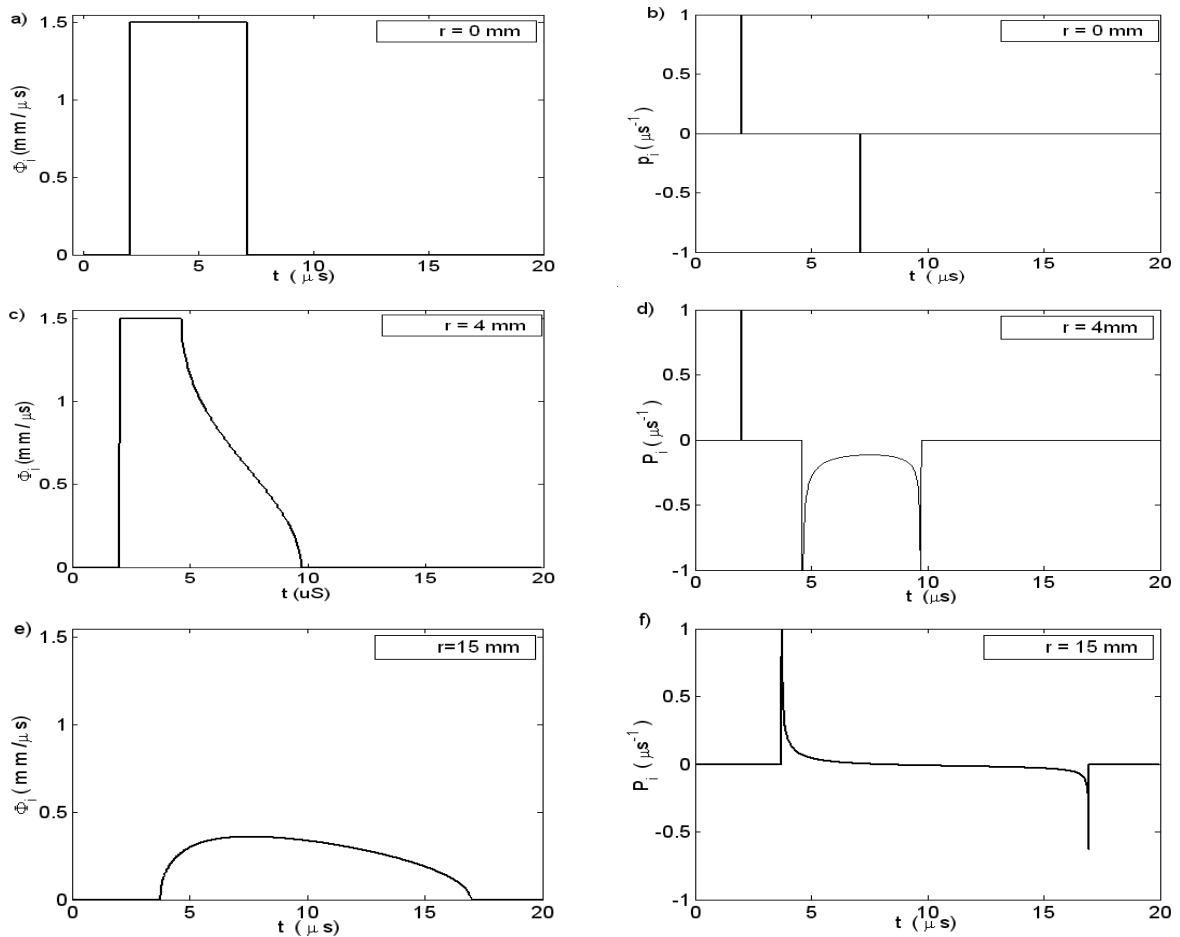


Figure 1.4 : Variation en fonction du temps du potentiel de vitesse $\Phi_i(M, t)$ et de la pression $p_i(M, t)$ en un point M situé à $z = 3\text{ mm}$ d'un piston émetteur de rayon ($a = 10,3\text{ mm}$) à différentes distances radiales r de la source.

1.2.1.3 Pression ultrasonore impulsionnelle :

L'expression (1.12) nous permet de calculer le champ de pression instantanée, pour n'importe quelle forme de l'excitation, par une simple convolution dans le temps de cette excitation avec la réponse impulsionnelle pour la pression.

Pour la simulation de ce champ, nous considérons que la pression générée à la surface du piston émetteur a la forme temporelle qui est représentée sur la figure (1.5). Cette impulsion présente une fréquence centrale $f_c = 2,25$ MHz correspondant à une longueur d'onde de l'onde ultrasonore dans l'eau $\lambda_c = 0,67$ mm.

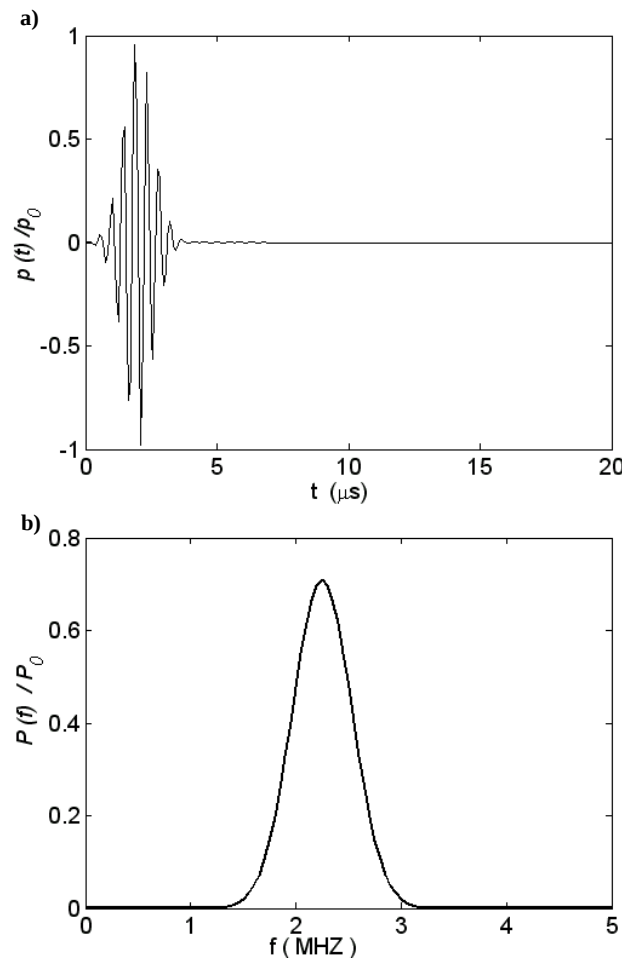


Figure 1.5 : Forme temporelle (a) et spectre de fréquences (b) de la pression générée sur la face de l'émetteur (sinusoïde de fréquence $f_c = 2,25$ MHz modulée par une gaussienne).

Les différentes formes temporelles de la pression, en différents points du champ, sont illustrées sur la figure (1.6).

Dans la région I et sur l'axe ($r = 0$), le champ de pression est formé de deux composantes

de même forme temporelle que l'excitation mais de polarités opposées. La première composante représente l'onde plane et la deuxième l'onde de bord.

Pour $r = 4$ mm, le champ de pression est constitué en plus de l'onde plane, qui reste identique à celle observée sur l'axe, de deux ondes de bord. Ces deux ondes sont de faible amplitude et de polarité inverse par rapport à l'onde plane.

Dans la région II, pour $r = 15$ mm par exemple l'onde plane n'existe plus. La pression est constituée uniquement de deux ondes de bord de faible amplitude et de polarités opposées.

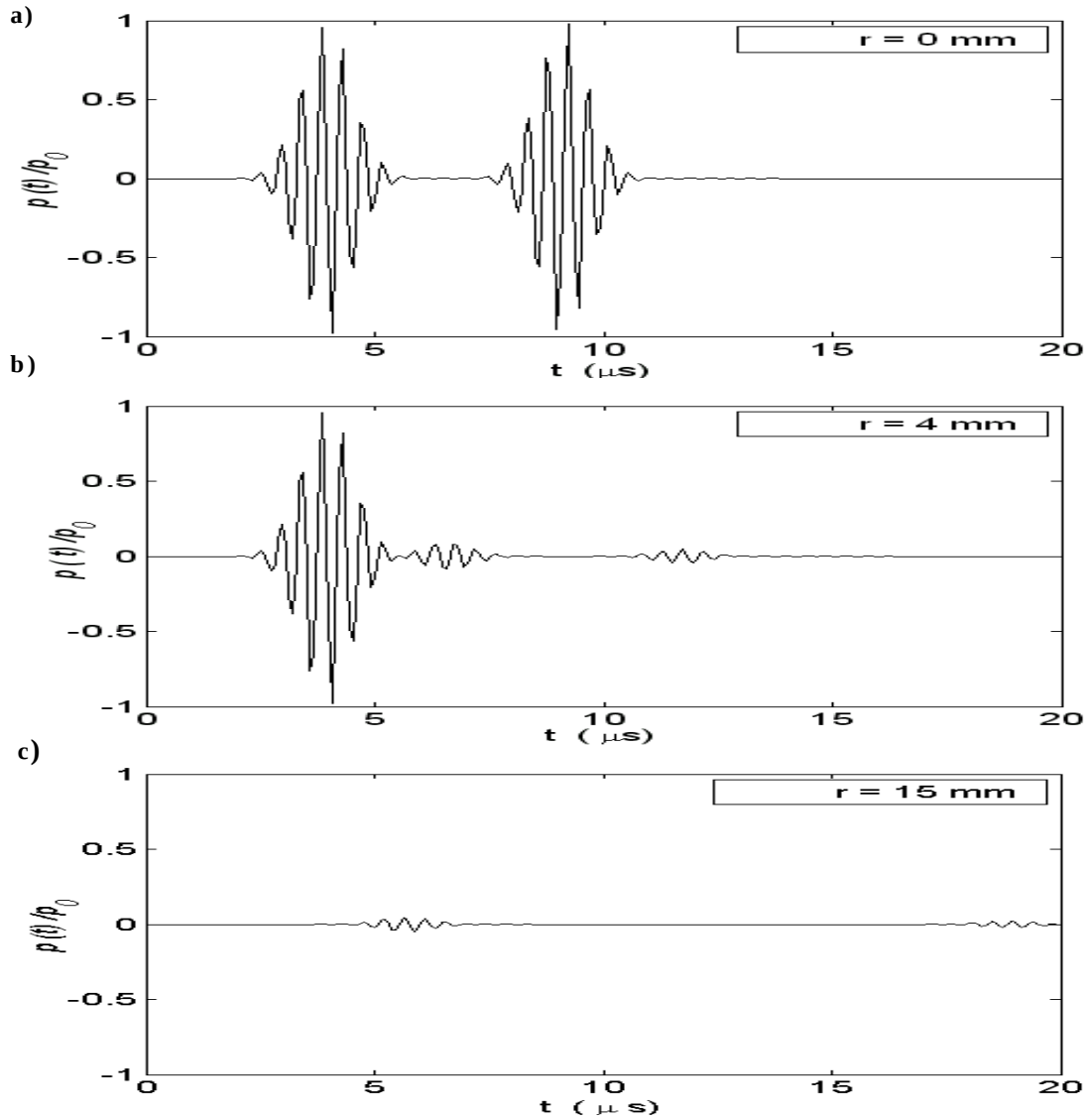


Figure 1.6 : Variation, en fonction de temps, de la pression normée en un point M situé à $z = 3$ mm d'un piston émetteur de rayon ($a = 10,3$ mm) monté dans un baffle rigide et excité par une sinusoïde modulée par une gaussienne à différentes distances radiales r de la source
 a) $r = 0$ mm, b) $r = 4$ mm et c) $r = 15$ mm.

Les variations en fonction du temps de la pression rayonnée pour différentes distances radiales et dans le plan $z = 3\text{mm}$ sont illustrées sur la figure (1.7.a). Notons que dans la région I et pour une position r donnée (par exemple sur l'axe), la durée du régime d'onde plane diminue lorsque on s'éloigne de la source car l'onde de bord arrive plus tôt. Les deux ondes se rapprochent jusqu'à interférer lorsque la durée de l'excitation τ devient supérieure à l'intervalle $[t_0, t_1]$. Ceci est montré par la figure (1.7.b)

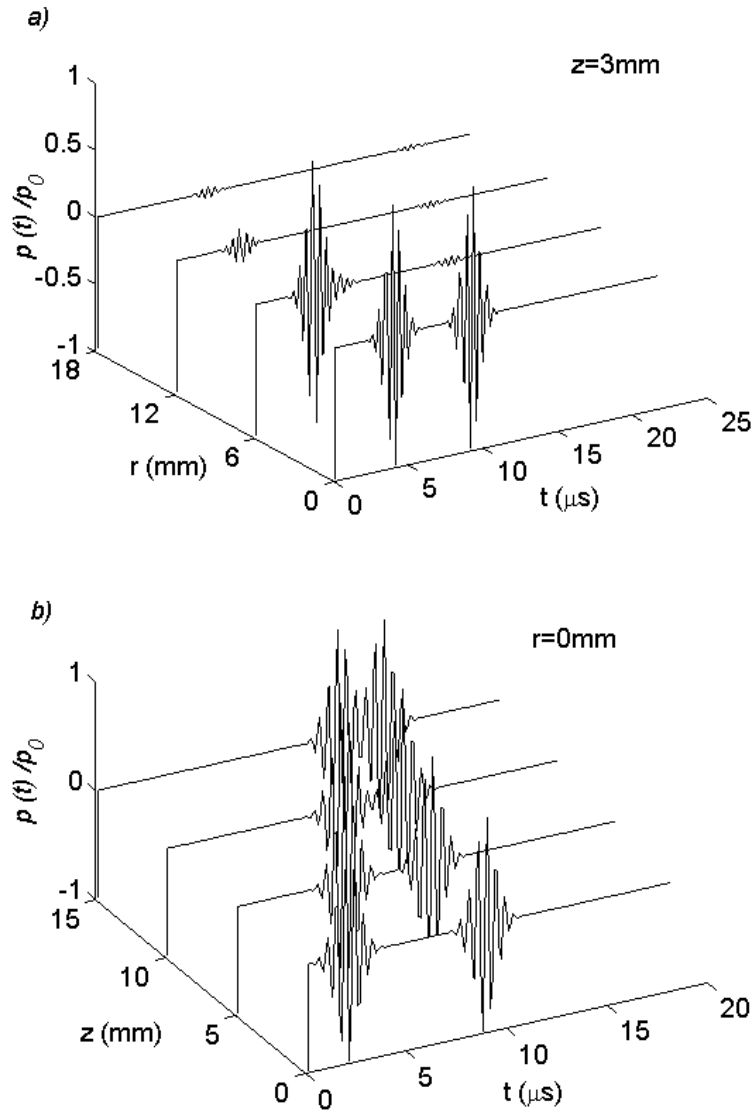


Figure 1.7 : Variation en fonction de temps de la pression normée pour différentes distances radiales à $z = 3\text{ mm}$ (a) et à différentes distances axiales sur l'axe (b) Emetteur : piston de rayon ($a = 10,3\text{ mm}$).

1.2.1.4 Densité spectrale de puissance du champ de pression ultrasonore

En plus de la présentation du champ de pression ultrasonore dans le domaine spatio-temporel, nous avons besoin de le représenter dans le domaine des fréquences spatio-temporelles. Dans ce domaine, la densité spectrale de puissance (DSP) spatiale, à une fréquence temporelle donnée, est définie par le carré de la transformée de Fourier spatiale, $P(x, y, z_0, f)$ de la pression ultrasonore $p(x, y, z_0, t)$. f est la fréquence temporelle.

La transformée de Fourier temporelle de la pression $P(x, y, z_0, t)$ est donnée par l'expression suivante :

$$P(x, y, z_0, f) = \mathcal{T}_t(p(x, y, z_0, t)) = \int_{-\infty}^{+\infty} p(x, y, z_0, t) e^{-j2\pi f t} dt, \quad (1.22)$$

où $\mathcal{T}_t$ désigne la transformation de Fourier temporelle.

En appliquant, de plus, une transformée de Fourier spatiale bidimensionnelle de $P(x, y, z_0, f)$, on trouve

$$\mathcal{P}(f_x, f_y, z_0, f) = \mathcal{T}_{xy}(P(x, y, z_0, f)) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} p(x, y, z_0, f) e^{-j2\pi(f_x x + f_y y)} dx dy, \quad (1.23)$$

où $\mathcal{T}_{xy}$ désigne la transformation de Fourier spatiale bidimensionnelle. f_x et f_y sont les fréquences spatiales dans les directions x et y respectivement.

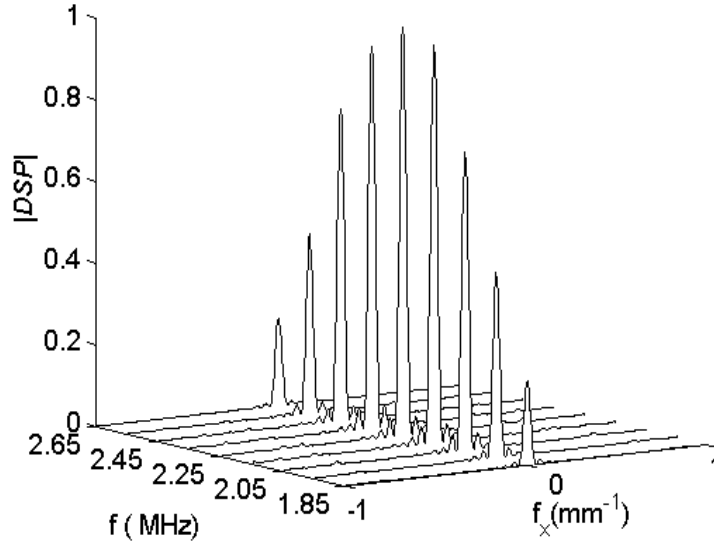


Figure 1.8 : Variation de la densité spectrale spatiale du champ de pression rayonnée en fonction de la fréquence spatiale f_x à différentes fréquences temporelles f .

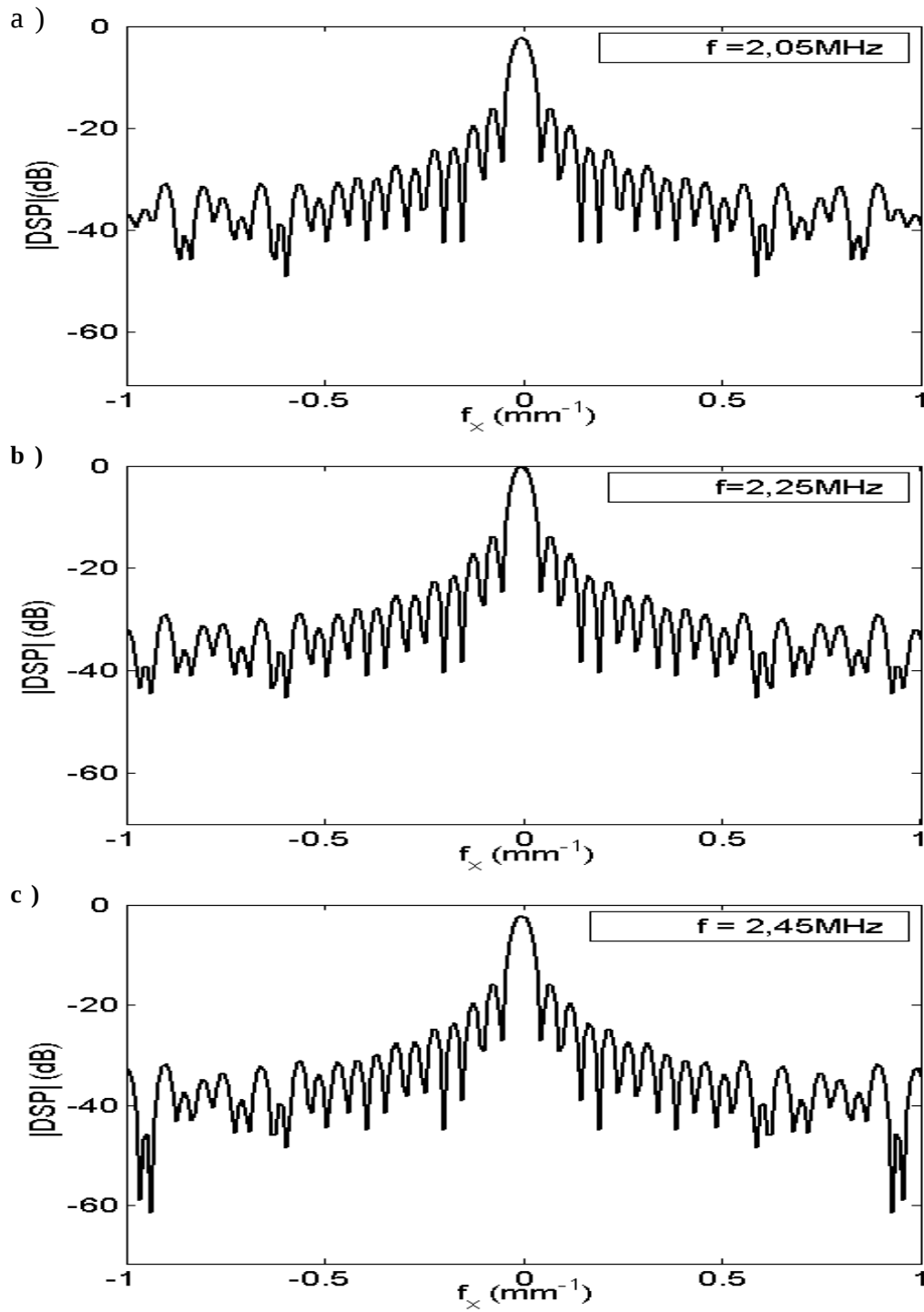


Figure 1.9 : Variation de la densité spectrale de puissance spatiale du champ de pression en fonction de la fréquence spatiale f_x pour a) $f = 2.05 \text{ MHz}$, b) $f = 2.25 \text{ MHz}$ et c) $f = 2.45 \text{ MHz}$, Ref : DSP à $f_x = f_y = 0$ et $f = f_c = 2.25 \text{ MHz}$.

La DSP spatio-temporelle est donnée par :

$$\Phi_{pp}(f_x, f_y, z_0, f) = |\mathcal{P}(f_x, f_y, z_0, f)|^2 = \mathcal{P}(f_x, f_y, z_0, f) \mathcal{P}(f_x, f_y, z_0, f)^*. \quad (1.24)$$

$\mathcal{P}(f_x, f_y, z_0, f)^*$ représente le complexe conjugué de la grandeur complexe $\mathcal{P}(f_x, f_y, z_0, f)$.

La figure (1.8) décrit les variations de cette DSP spatiale pour différentes fréquences temporelles. La figure montre des spectres spatiaux de différentes amplitudes. Le maximum d'amplitudes est atteint pour $f = f_c = 2,25\text{MHz}$ qui est la fréquence centrale de l'impulsion d'excitation.

Pour pouvoir visualiser ces densités spectrales, nous traçons, à l'échelle logarithmique la DSP spatiale à la fréquence centrale $f_c = 2,25\text{MHz}$ et aux fréquences de coupure du spectre de l'impulsion d'excitation à -3 dB ($f_1 = 2,05\text{ MHz}$ et $f_2 = 2,45\text{ MHz}$) (Figure 1.9).

On remarque la présence d'un lobe central et des lobes secondaires. On remarque également que les spectres présentent un maximum en $f_x = 0\text{ mm}^{-1}$. Cette fréquence spatiale correspond physiquement à une onde plane se propageant suivant une direction normale au plan xy (incidence normale). Lorsqu'on s'éloigne de la fréquence ($f \neq f_c$), on remarque la diminution de cette amplitude maximale.

1.2.2 Profil de vibration non uniforme :

L'étude du profil non uniforme a une grande utilité dans l'interprétation des résultats expérimentaux, car les transducteurs réels ne présentent jamais un profil de vibration uniforme. Dans ce cas, les points constituant la source vibrent avec des amplitudes différentes. Cela se traduit par une apodisation de l'ouverture ($h(M_0) \neq \text{cste}$). La détermination des grandeurs déjà calculées (réponse impulsionnelle pour le potentiel de vitesse et pour la pression ainsi que la pression instantanée) dans le cas d'un tel profil nécessite la connaissance de la fonction $h(M_0)$. Cette dernière ne dépend que de la position du point de la source $r_0 = OM_0$.

A partir de la figure (1.3), l'expression de la distance du point M_0 par rapport au centre du piston, situé à l'origine des coordonnées, est donnée par :

$$r_0^2 = r^2 + L^2 - 2rL \cos \theta, \quad (1.25)$$

soit :

$$l^2 = R^2 - z^2 = c^2 t^2 - z^2 \quad (1.26)$$

En définitive :

$$r_0 = (A \cos \theta + B)^{1/2}, \quad (1.27)$$

avec

$$A = -2r(c^2t^2 - z^2)^{1/2} \quad (1.28)$$

et

$$B = c^2t^2 + r^2 - z^2 \quad (1.29)$$

Différents cas de profils non uniformes pour des transducteurs plans ont été considérés [Har 81]. Comme profil de vibration, nous considérons celui donné par la relation suivante :

$$h(r_0) = \begin{cases} 1 - \frac{1}{2}\left(\frac{r_0}{a}\right)^4 & \text{pour } r_0 \leq a \\ 0 & \text{pour } r_0 > a \end{cases} \quad (1.30)$$

où a est le rayon du piston. Ce profil est représenté par la figure (1.10)

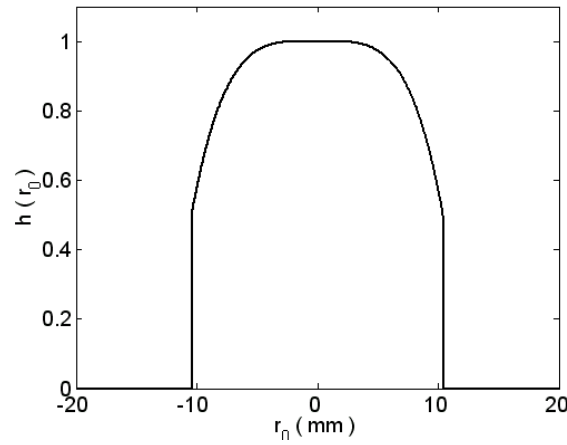


Figure 1.10 : Profil de vibration non uniforme.

1.2.2.1 Réponse impulsionnelle du milieu de propagation pour le potentiel de vitesse

Pour obtenir une forme analytique de la réponse impulsionnelle pour le potentiel de vitesse, on calcule l'intégrale (1.18), où $h(r_0)$ est définie par l'expression (1.30). D'où :

$$\Phi_i(r, z, t) = \begin{cases} \frac{c}{2\pi} \int_0^{\theta_{\max}} \left(1 - \frac{1}{2a^4}(A \cos \theta + B)^2\right) d\theta & t_0 \leq t < t_2 \\ 0 & t_0 < t \text{ ou } t > t_2 \end{cases} \quad (1.31)$$

L'expression (1.31) devient :

$$\Phi_i(r, z, t) = \begin{cases} \frac{c}{2\pi} \left(1 - \frac{B^2}{2a^4}\right) \int_0^{\theta_{\max}} d\theta - \frac{ABc}{2\pi a^4} \int_0^{\theta_{\max}} \cos \theta d\theta - \frac{cA^2}{4\pi a^4} \int_0^{\theta_{\max}} \cos^2 \theta d\theta & t_0 \leq t < t_2 \\ 0 & t_0 < t \text{ ou } t \geq t_2 \end{cases} \quad (1.32)$$

Pour le calcul de ces intégrales, nous utilisons la relation de récurrence donnée par [Dje90] :

$$I(n) = \int_0^{\Omega} \cos^n \theta d\theta = \frac{1}{n} \cos^{n-1} \Omega \sin \Omega + \frac{(n-1)I(n-2)}{n}, \quad (1.33)$$

avec $\Omega = \frac{\theta_{\max}}{2}$
et

$$I(0) = \int_0^{\Omega} d\theta \quad (1.34)$$

Finalement, on obtient :

$$\Phi_i(r, z, t) = \begin{cases} \frac{c}{\pi} \left(1 - \frac{1}{4a^4}(A^2 + 2B^2)\Omega(ct)\right) - \frac{Ac}{a^4\pi} \left(\frac{A}{4} \cos \Omega(ct) + B\right) \sin \Omega(ct) & t_0 < t < t_2 \\ 0 & t_0 \leq t \text{ ou } t > t_2 \end{cases} \quad (1.35)$$

Les différentes expressions de $\Omega(ct)$ sont données par (1.20) et (1.21).

Pour la détermination de la réponse impulsionnelle pour la pression et la pression instantanée, on procède exactement de la même manière que dans le cas d'un profil uniforme. Les résultats de la simulation sont consignés dans la figure (1.10).

La différence entre le cas d'un profil de vibration uniforme et non uniforme est très remarquable dans la région I :

- Sur l'axe ($r = 0$ mm), dans le cas du profil uniforme, la réponse impulsionnelle pour le potentiel de vitesse Φ_i est une fonction rectangle, alors que dans le cas non uniforme, ce palier n'existe plus, mais l'amplitude tend à diminuer. Pour la réponse impulsionnelle pour la pression p_i , la fonction de Dirac correspondant à l'onde de bord dans le cas du profil uniforme est remplacée par une fonction négative.

- Hors de l'axe, dans la région I ($r = 4$ mm) et la région II ($r = 15$ mm), on constate également que les amplitudes des réponses impulsionnelles Φ_i et p_i sont toujours plus faibles que les amplitudes correspondant aux réponses impulsionnelles dans le cas uniforme .

Ceci peut être expliqué par le fait que la réponse impulsionnelle est une intégrale qu'on peut considérer comme une moyenne de la fonction profil de la source sur l'arc défini par l'angle $\theta_{\max}$, et que l'effet de la discontinuité de la réponse impulsionnelle, dans le cas d'un profil uniforme

résulte du passage à zéro de $\theta_{\max}$ aux frontières de la source. Dans le cas du profil non uniforme, l'amplitude de cette discontinuité est pondérée par une amplitude de vibration plus faible sur les bords [Dje90].

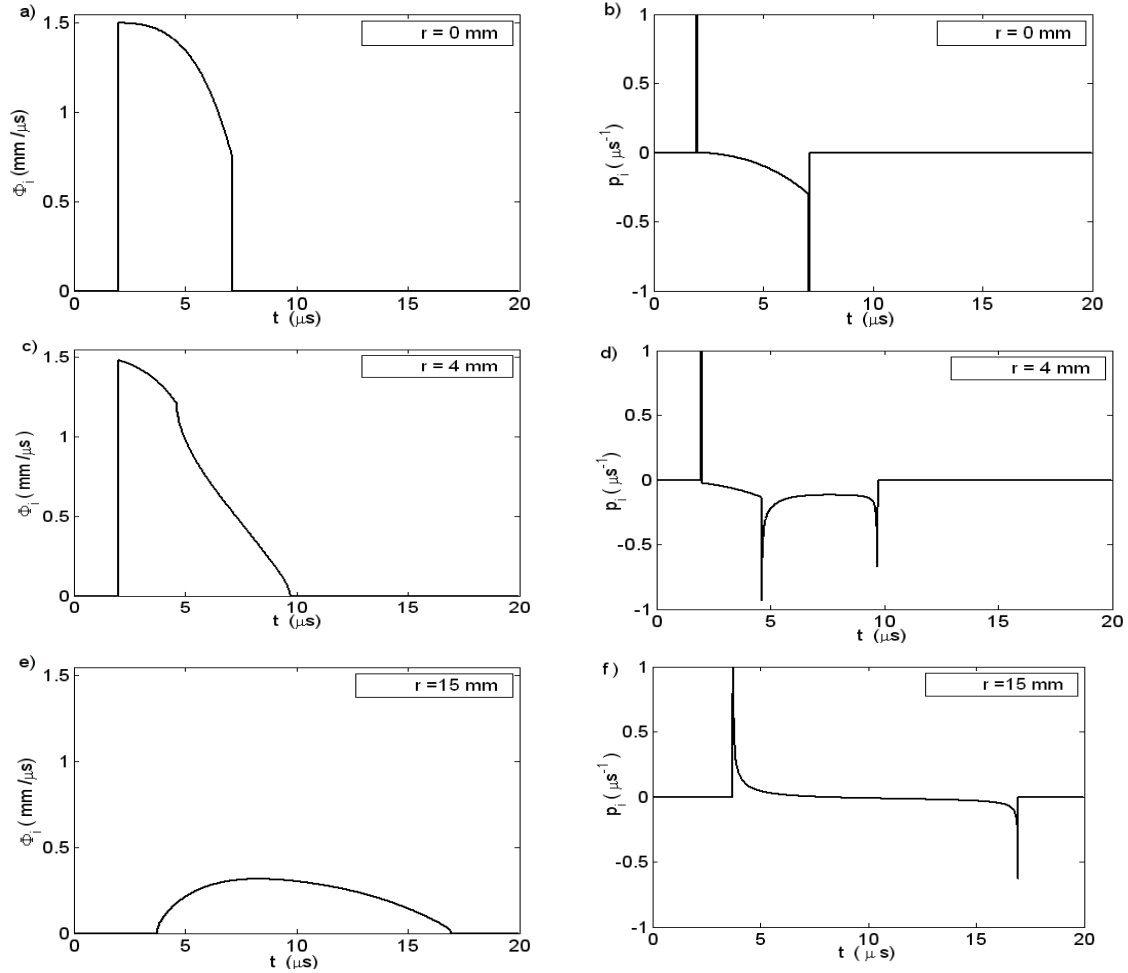


Figure 1.10 : Variation, en fonction de temps, de la réponse impulsionnelle pour le potentiel de vitesse $\Phi_i(M, t)$ et pour la pression $p_i(M, t)$ en un point M situé à $z = 3$ mm d'un piston émetteur de rayon ($a = 10,3$ mm) à différentes distances radiales de la source dans le cas d'un profil non uniforme

1.2.2.2 Pression ultrasonore impulsionnelle :

Pour le champ de pression (Figure 1.11), on remarque que pour les différentes positions, l'onde plane ne présente aucun changement. Par contre, l'amplitude de l'onde de bord est inférieure à celle obtenue dans le cas d'un profil uniforme (Figure 1.6).

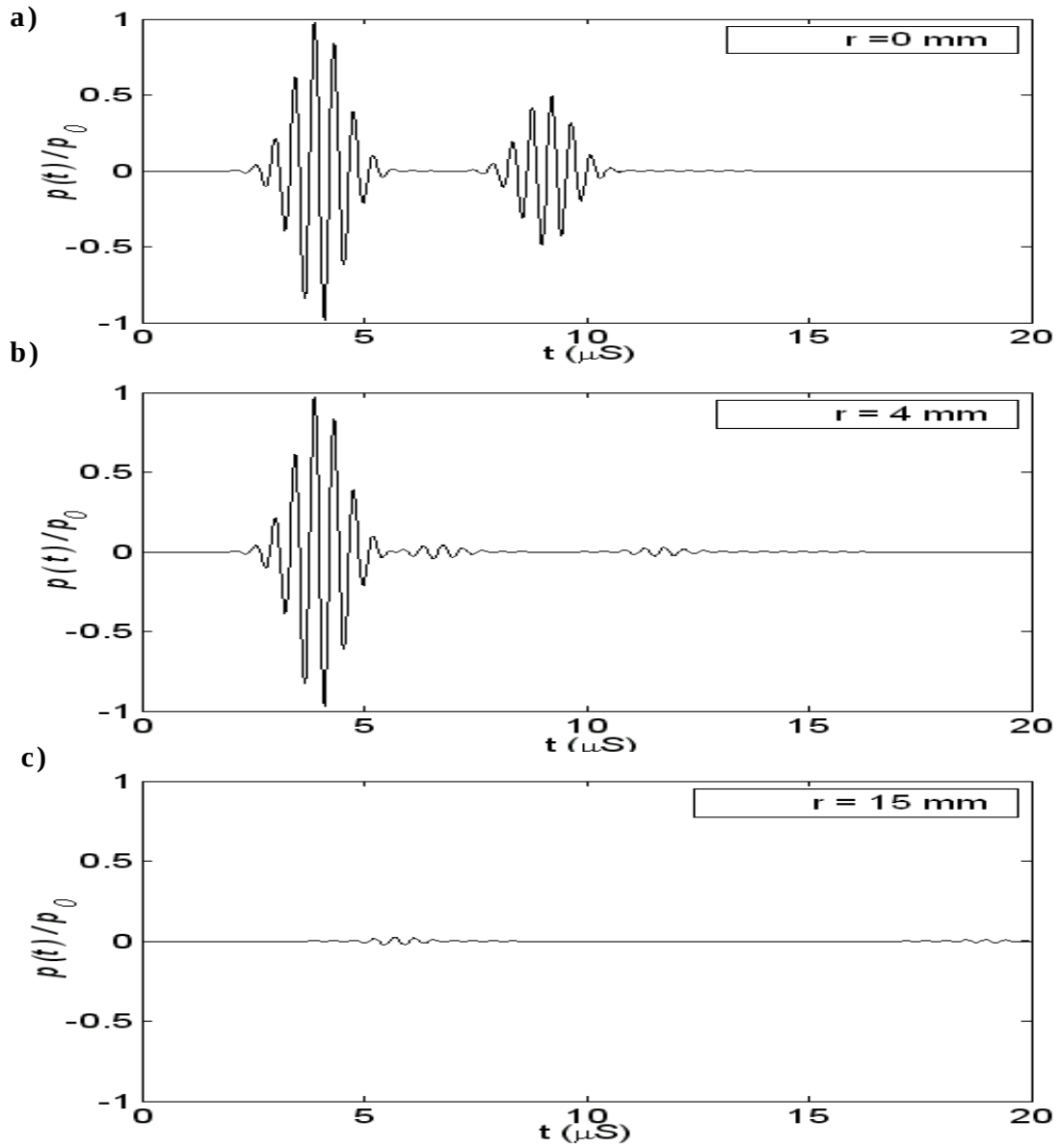


Figure 1.11 : Pression normée émise par un piston de rayon ($a = 10,3 \text{ mm}$) monté dans un baffle rigide et présentant un profil de vibration non uniforme, à $z = 3 \text{ mm}$ de la source et à différentes distances radiales r : a) $r = 0 \text{ mm}$, b) $r = 4 \text{ mm}$ et c) $r = 15 \text{ mm}$.

1.3 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons calculé le champ ultrasonore impulsionnel rayonné en tout point de l'espace d'un milieu de propagation fluide. Ce champ ultrasonore sera intercepté par

un système de mesure composé de plusieurs sous-systèmes. Afin de prévoir l'effet de ce système, nous avons besoin de connaître son principe de fonctionnement. C'est pourquoi, le chapitre suivant sera consacré à la modélisation du système de mesure.

Chapitre 2

Propriétés de transmission spatio-temporelles de la chaîne de réception

2.1 Introduction

L'onde ultrasonore qui arrive sur la face d'un transducteur récepteur est affectée par les caractéristiques de transmission spatio-temporelles de ce dernier. La pression reçue est moyennée spatialement, en raison de la taille finie du récepteur, puis est transformée en un signal électrique. Ce dernier sera filtré et amplifié avant d'être visualisé sur un oscilloscope. Afin de déterminer ce signal, on doit considérer toute la chaîne de réception (Figure 2.1) qui est composée de plusieurs sous-systèmes (transducteur récepteur, câble, amplificateur, oscilloscope).

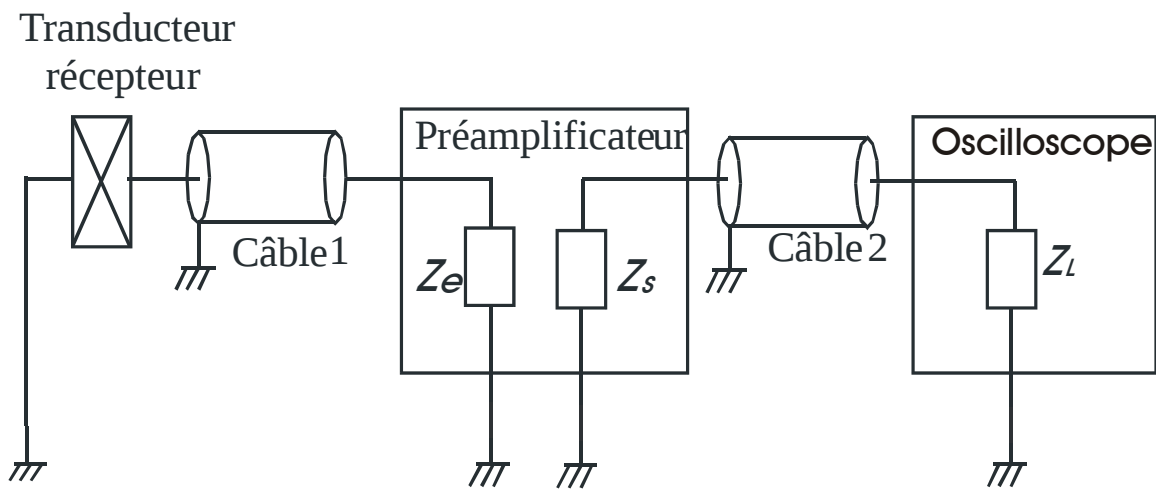


Figure 2.1 : Schéma synoptique de la chaîne de réception

Dans l'hypothèse de la linéarité et de l'invariance, chaque élément de cette chaîne de réception est caractérisé par la donnée de sa réponse impulsionnelle dans le domaine temporel ou

par sa fonction de transfert dans le domaine fréquentiel, à l'exception du transducteur récepteur. En effet, ce dernier ayant une ouverture de dimensions et une largeur de bande finies est caractérisé par sa réponse impulsionnelle qui dépend du temps et de l'espace ou par sa fonction de transfert dépendant des fréquences temporelles et spatiales.

2.2 Transducteur récepteur

C'est l'élément essentiel dans la chaîne de réception, car c'est lui qui permet la détection des ondes ultrasonores. Dans notre étude, le transducteur récepteur est un hydrophone à membrane en PVDF (Polyfluorure de Vinylidène). Ce type d'hydrophone est le plus recommandé dans la mesure de champs ultrasonores. Ceci est dû à leurs propriétés de transmission remarquables (voir Annexe A) [Woo77, Pre83, Lum96, Bou03]. En effet, ces hydrophones sont caractérisés par une impédance acoustique caractéristique proche de celle de l'eau, qui est le plus souvent utilisée comme milieu de propagation. Ceci assure une meilleure adaptation acoustique entre l'hydrophone et le milieu de propagation. De plus, leur sensibilité présente de faibles variations sur une large gamme de fréquences. Ces propriétés permettent la mesure du champ avec le moins de perturbations possibles. De plus, les développements réalisés dans leur fabrications ont permis d'atteindre des gammes de fréquences élevées (de l'ordre de 100 MHz) [Bac82, Ste00].

Ces hydrophones, qui sont disponibles dans le commerce, peuvent être réalisés avec des électrodes de différentes géométries et dimensions. Sur une membrane en PVDF sont déposées deux électrodes métalliques en or (Au) de très faible épaisseur. Ces électrodes recouvrent la zone sensible (piézoélectrique) de la membrane, qui permet la conversion de l'énergie acoustique en énergie électrique et vice-versa . Le PVDF étant initialement non polarisé, la zone piézoélectrique est le plus souvent obtenue par l'application d'un champ électrique intense entre les deux électrodes.

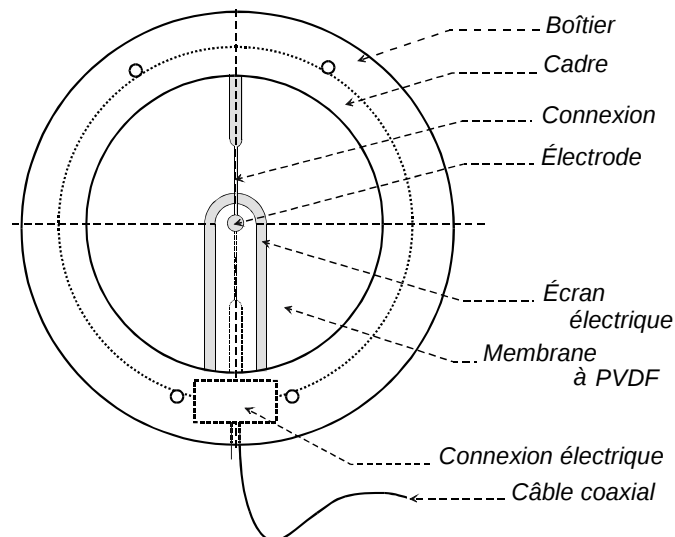


Figure 2.2 : Schéma de l'hydrophone à membrane en PVDF.

Cet hydrophone est immergé dans l'eau et placé à une distance $z = z_0$ de l'émetteur (Figure 2.3).

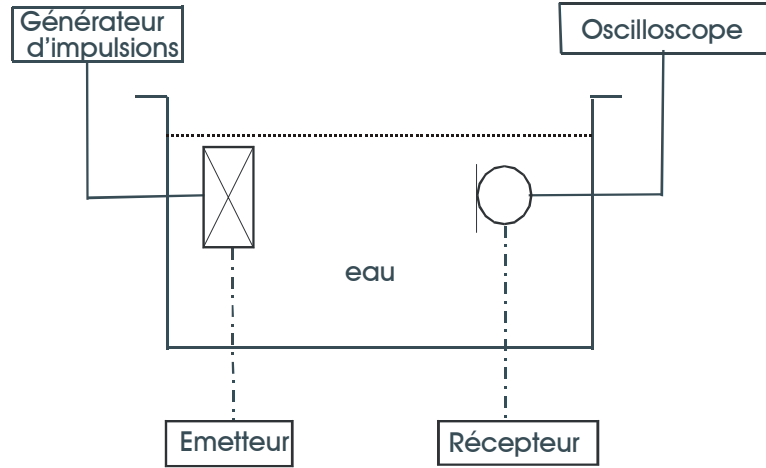


Figure 2.3 : Dispositif à simuler.

Lorsque cet hydrophone, placé dans le plan (x, y) du champ situé à $z = z_0$, reçoit une onde de pression $p(x, y, z_0, t)$, il fournit une tension électrique $v(x, y, z_0, t)$ qui est donnée par :

$$v(x, y, z_0, t) = h_h(x, y, t) \otimes_{xyt} p(x, y, z_0, t). \quad (2.1)$$

$h_h(x, y, t)$ représente la réponse impulsionnelle spatio-temporelle de l'hydrophone. (x, y) représentent les coordonnées donnant la position de l'hydrophone dans le plan $z = z_0$ et $\otimes_{xyt}$ est l'opérateur de convolution tridimensionnelle spatio-temporelle.

A l'aide d'une transformée de Fourier temporelle de la tension définie en (2.1), on obtient :

$$V(x, y, z_0, f) = H_h(x, y, f) \otimes_{xy} P(x, y, z_0, f). \quad (2.2)$$

En appliquant, de plus, une transformation de Fourier spatiale bidimensionnelle, on obtient :

$$\mathcal{V}(f_x, f_y, z_0, f) = \mathcal{H}_h(f_x, f_y, f) \mathcal{P}(f_x, f_y, z_0, f). \quad (2.3)$$

$\mathcal{H}_h(f_x, f_y, f)$ représente la fonction de transfert spatio-temporelle de l'hydrophone.

Dans la suite, nous supposons que tous les points constituant la surface réceptrice vibrent d'une manière synchrone lorsque cette surface reçoit une onde plane en incidence normale. Dans ce cas, la réponse impulsionnelle $h_h(x, y, t)$ peut être séparée par un produit de deux fonctions dépendant du temps et de l'espace comme suit :

$$h_h(x, y, t) = h_{h_1}(x, y) h_{h_2}(t). \quad (2.4)$$

$h_{h1}(x, y)$ représente la réponse impulsionnelle bidimensionnelle spatiale (la fonction d'ouverture de l'hydrophone) et $h_{h2}(t)$ sa réponse impulsionnelle temporelle. De la même manière, la fonction de transfert peut être séparée par un produit de deux fonctions :

$$\mathcal{H}_h(f_x, f_y, f) = \mathcal{H}_{h1}(f_x, f_y) \mathcal{H}_{h2}(f). \quad (2.5)$$

$\mathcal{H}_{h1}(f_x, f_y)$ représente la fonction de transfert bidimensionnelle spatiale de l'hydrophone et $\mathcal{H}_{h2}(t)$ sa fonction de transfert temporelle.

2.2.1 Propriétés de transmission spatiales

Les propriétés de transmission spatiale de l'hydrophone sont caractérisées par la réponse impulsionnelle spatiale $h_{h1}(x, y)$ dans le domaine spatial ou par la donnée de la fonction de transfert spatiale $\mathcal{H}_{h1}(f_x, f_y)$. Dans notre étude, nous considérons des hydrophones avec des ouvertures de géométrie bien définies.

2.2.1.1 Réponse impulsionnelle spatiale

Ouverture unidimensionnelle (linéaire) :

Une ouverture est considérée comme linéaire lorsque sa largeur est négligeable devant sa longueur et devant la longueur d'onde. Sa réponse impulsionnelle spatiale est représentée par la figure (2.4)

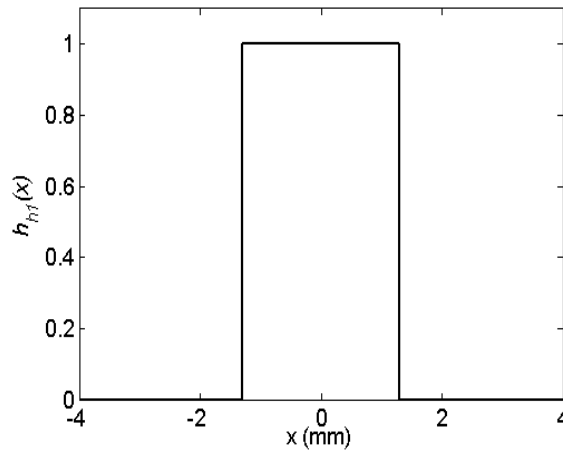


Figure 2.4 : Réponse impulsionnelle spatiale d'un hydrophone à ouverture linéaire de longueur $L_h = 2,6\text{mm} \simeq 3,9\lambda_c$ ($\lambda_c \simeq 0,67\text{mm}$).

Ouverture bidimensionnelle:

Pour le cas bidimensionnel, nous considérons deux types d'ouverture : rectangulaire de longueur L_h et largeur l_h , et circulaire de rayon r_h . Ces ouvertures sont discrétisées en cellules

carrées d'arrête égale au pas d'échantillonnage spatial. Dans nos simulations nous choisissons des pas d'échantillonnage égaux dans les deux directions orthogonales ($\Delta x = \Delta y = 0,2\text{mm} = 0,3 \lambda_c$)

En supposant la sensibilité de l'hydrophone est constante sur la surface réceptrice, alors pour toutes les cellules qui appartiennent au domaine délimité par l'ouverture, on prend $h_{h_1}(x, y) = 1$, A l'extérieur de ce domaine, $h_{h_1}(x, y) = 0$.

Pour l'ouverture circulaire, et afin d'améliorer les résultats de la discrétisation, nous procédons à une correction de $h_{h_1}(x, y)$ au voisinage du bord du transducteur. Tous les éléments situés dans cette zone de l'ouverture sont approchés par des triangles et des trapèzes (Figure 2.5). Ceci permet de leur affecter une sensibilité $0 < h_{h_1}(x, y) < 1$.

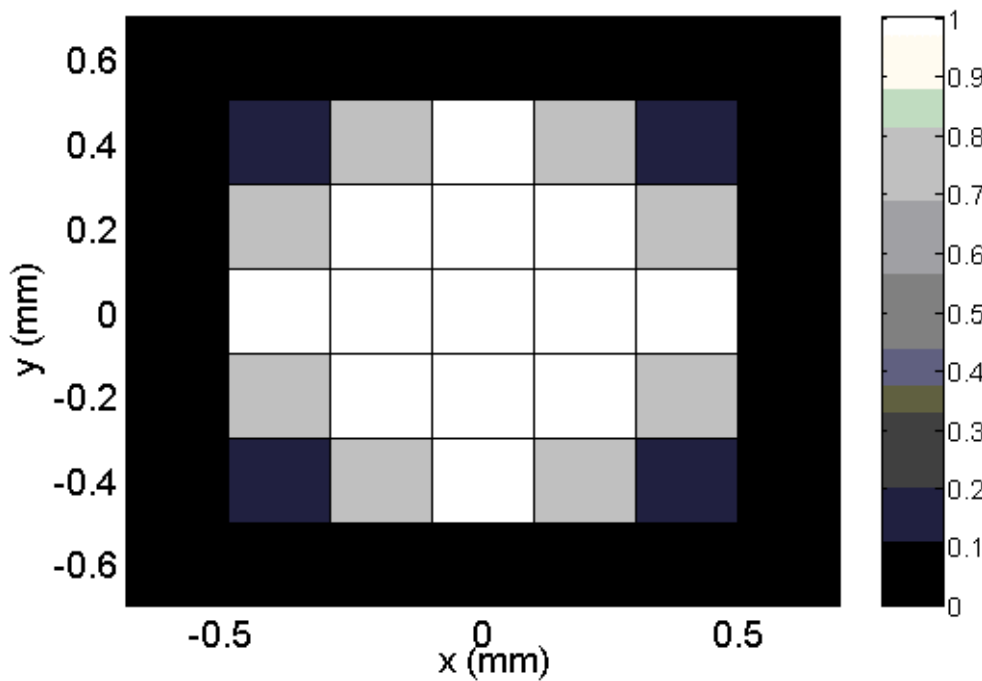


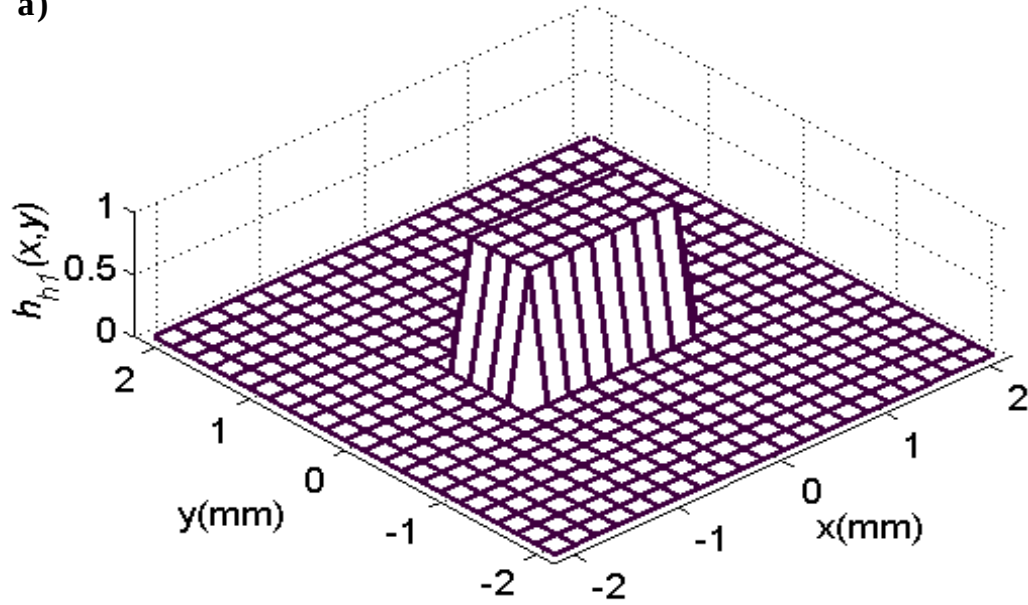
Figure 2.5 : Ouverture circulaire de rayon $r_h = 0,5\text{mm} \simeq 0,75\lambda_c$ avec une correction du bord (pas de la discrétisation : $\Delta x = \Delta y = 0,2\text{mm} \simeq 0,3 \lambda_c$).

La figure (2.6) nous donne une représentation de ces réponses impulsionnelles spatiales pour les deux types d'ouvertures à trois dimensions.

2.2.1.2 Fonction de transfert spatiale

La fonction de transfert spatiale est obtenue à l'aide de la transformée de Fourier spatiale bidimensionnelle de la réponse impulsionnelle spatiale définie précédemment. L'expression de cette dernière pour les différentes ouvertures [Cha73] est donnée par :

a)



b)

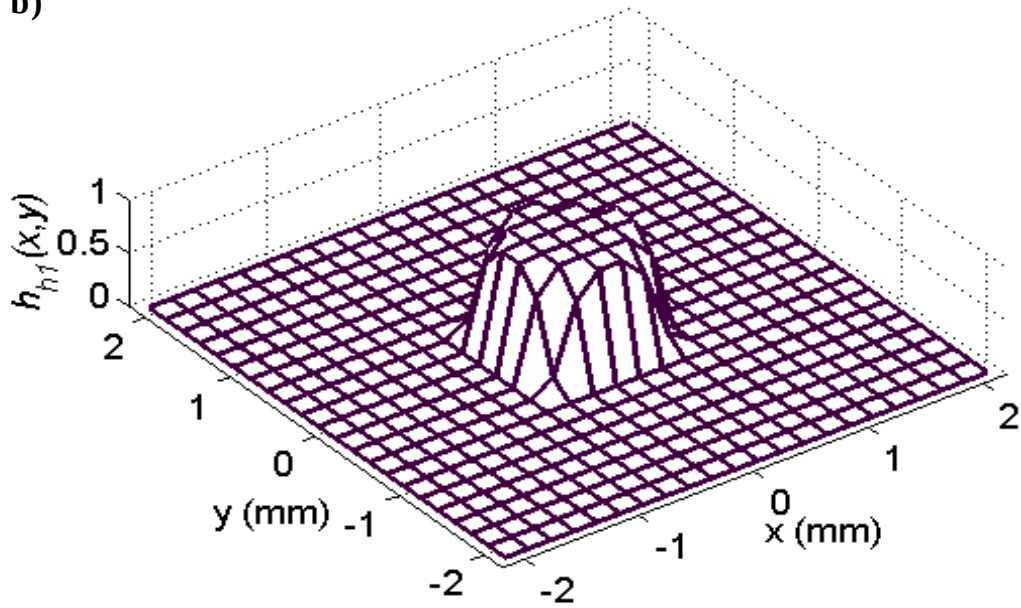


Figure 2.6 : Réponse impulsionnelle spatiale de l'hydrophone à trois dimensions : a) Ouverture rectangulaire de longueur ($L_h = 1,4\text{mm} \simeq 2,1\lambda_c$) et de largeur ($l_h = 0,6\text{mm} \simeq 0,89\lambda_c$) b) Ouverture circulaire de rayon ($r_h = 0,5\text{mm} \simeq 0,75\lambda_c$). Pas de discrétisation : $\Delta x = \Delta y = 0,2\text{mm} \simeq 0,3\lambda_c$.

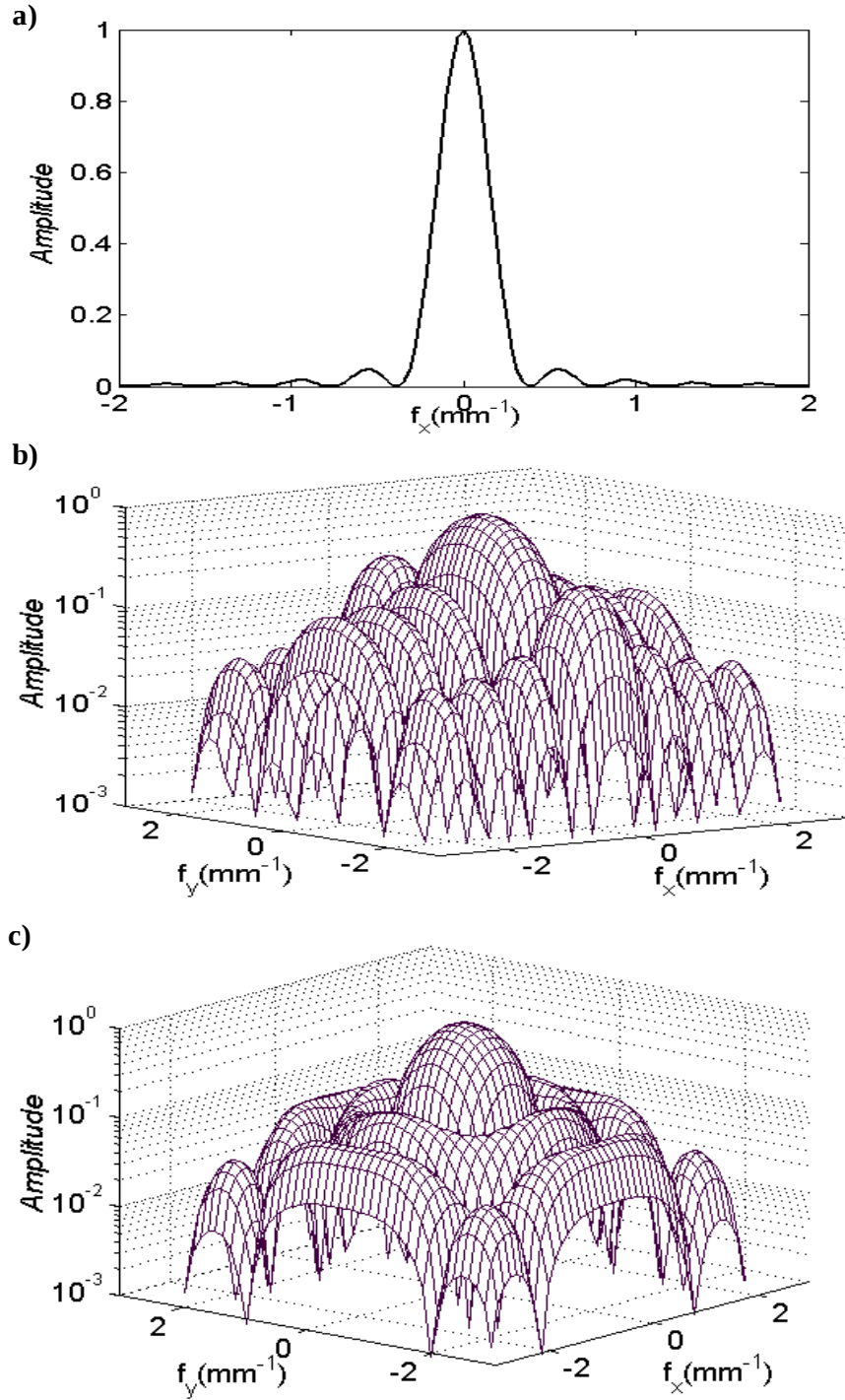


Figure 2.7 : Amplitude des fonctions de transfert spatiales d'hydrophones à ouverture : *a*) linéaire de longueur ($L_h = 2,6\text{mm} \simeq 3,9\lambda_c$), *b*) rectangulaire de longueur ($L_h = 1,4\text{mm} \simeq 2,1\lambda_c$) et de largeur ($l_h = 0,6\text{mm} \simeq 0,89\lambda_c$), *c*) circulaire de rayon ($r_h = 0,5\text{mm} \simeq 0,75\lambda_c$). Pas de discrétisation : $\Delta x = \Delta y = 0,2\text{mm} \simeq 0,3\lambda_c$.

Ouverture linéaire :

$$\mathcal{H}_{h_1}(k_x) = 2L_h \left(\frac{\sin(k_x L_h)}{k_x L_h} \right) \quad (2.6)$$

$k_x = 2\pi f_x$ est la composante du vecteur d'onde selon θx

f_x est la fréquence spatiale selon θx

L_h est la longueur de l'hydrophone

Ouverture rectangulaire :

$$\mathcal{H}_{h_1}(k_x, k_y) = 4L_h l_h \left(\frac{\sin(k_x L_h)}{k_x L_h} \right) \left(\frac{\sin(k_y l_h)}{k_y l_h} \right) \quad (2.7)$$

L_h est la longueur et l_h la largeur de l'ouverture de l'hydrophone.

Ouverture circulaire:

$$\mathcal{H}_{h_1}(k_r) = 2(\pi a^2) \left(\frac{J_1(k_r r_h)}{k_r r_h} \right) \quad (2.8)$$

J_1 est la fonction de Bessel du premier ordre,

$k_r = \sqrt{k_x^2 + k_y^2} = 2\pi f_r$ représente la composante radiale du vecteur d'onde

r_h est le rayon de l'hydrophone.

Une représentation de ces fonctions de transfert est donnée par la Figure (2.7)

2.2.2 Propriétés de transmission temporelles :

Les propriétés de transmissions temporelles de l'hydrophone sont déterminées par la donnée de sa réponse impulsionnelle, dans le domaine temporel, ou par sa fonction de transfert et son impédance électrique, dans le domaine des fréquences temporelles

Dans notre cas, les dimensions latérales de la zone sensible de hydrophone sont grandes devant son épaisseur. Ceci nous permet d'utiliser un modèle de propagation unidimensionnel [Lak75]. A l'aide de ce modèle, nous établissons l'expression de la fonction de transfert en réception à vide de l'hydrophone et ce, en utilisant la notion de matrice de transfert du transducteur [Gél01, Gél05]. Pour la détermination de ces matrices de transfert, nous rappelons d'abord les principaux résultats de la propagation des ondes dans les milieux élastiques et piézoélectriques. Par la suite, en utilisant le modèle électrique de Mason [Die99], que nous complétons en tenant compte de la dépendance fréquentielle de l'atténuation et des constantes diélectriques, nous déterminons l'impédance électrique de l'hydrophone. Ceci nous permet de déduire la fonction de transfert de l'hydrophone pour une impédance de charge quelconque.

2.2.2.1 Fonction de transfert en réception à vide de l'hydrophone

En plus des hypothèses précédentes, nous ne considérons qu'un seul mode de propagation (mode longitudinal pur) et nous supposons que la direction de propagation est parallèle à l'axe oz (Figure 2.8)

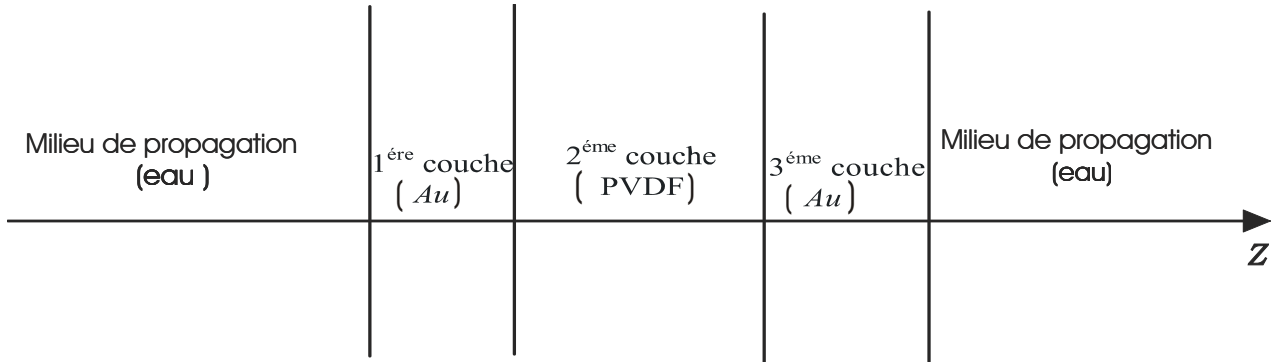


Figure 2.8 : Modèle de propagation unidimensionnel dans le transducteur récepteur.

2.2.2.1.1 Equation de propagation dans un milieu piézoélectrique

Le comportement d'un milieu piézoélectrique est régi par l'équation d'état reliant les grandeurs acoustiques aux grandeurs électriques. Celle-ci est donnée par :

$$T = C \frac{\partial u}{\partial z} - hD. \quad (2.9)$$

Dans cette équation, T et u représentent la contrainte et le déplacement mécaniques respectivement. D est l'induction électrique et h la constante piézoélectrique. C est la constante de rigidité du matériau à induction constante.

Pour une onde plane longitudinale se propageant le long de l'axe des z , l'équation fondamentale de la dynamique appliquée à un élément de volume du matériau s'écrit :

$$\frac{\partial T}{\partial z} = \rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}, \quad (2.10)$$

où ρ est la masse volumique du matériau.

En dérivant l'équation (2.9) par rapport au temps et en faisant apparaître la vitesse particulaire, $\dot{u} = \frac{\partial u}{\partial t}$, on obtient :

$$\frac{\partial T}{\partial t} = C \frac{\partial \dot{u}}{\partial z} - h \frac{\partial D}{\partial t}. \quad (2.11)$$

Sachant que $\frac{\partial D}{\partial t} = \frac{i(t)}{A}$, il devient :

$$\frac{\partial T}{\partial t} = C \frac{\partial \dot{u}}{\partial z} - h \frac{i(t)}{A}. \quad (2.12)$$

Dans cette équation, $i(t)$ est le courant électrique traversant le milieu, et A la section de la tranche piézoélectrique.

A partir de l'équation (2.10), on obtient :

$$\frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\partial T}{\partial t} \right) = \rho \frac{\partial^2 \dot{u}}{\partial t^2}. \quad (2.13)$$

Compte tenu des équations (2.12) et (2.13), on trouve alors :

$$C \frac{\partial^2 \dot{u}}{\partial z^2} = \rho \frac{\partial^2 \dot{u}}{\partial t^2}. \quad (2.14)$$

Le courant $i(t)$ est indépendant de z

La solution générale de l'équation (2.14) est la somme de deux ondes se propageant en sens inverse à la vitesse $v = \sqrt{\frac{C}{\rho}}$.

En régime sinusoïdal, $i(t) = I e^{j\omega t}$. La vitesse particulière s'écrit alors :

$$\dot{u}(z, t) = (a e^{-jkz} + b e^{jkz}) e^{j\omega t}, \quad (2.15)$$

où $k = \frac{\omega}{v}$ est le module du vecteur d'onde. a et b sont des constantes et $j^2 = -1$.

L'expression de la contrainte se déduit de (2.12) et (2.15), soit :

$$T(z, t) = -Z(a e^{-jkz} - b e^{jkz}) e^{j\omega t} + \frac{jh}{A\omega} i(t). \quad (2.16)$$

On en déduit l'expression de la pression acoustique appliquée au plan (z)

$$p(z, t) = Z(a e^{-jkz} - b e^{jkz}) e^{j\omega t} - \frac{jh}{A\omega} i(t), \quad (2.17)$$

où Z est l'impédance acoustique caractéristique du matériau, qui est donnée par $Z = \rho v$.

Du fait que nous nous intéressons qu'aux amplitudes complexes, on obtient, en simplifiant les équations (2.15) et (2.17) par $e^{j\omega t}$, le système suivant :

$$\begin{cases} P(z) = Z(a e^{-jkz} - b e^{jkz}) - \frac{jh}{A\omega} I \\ \dot{U}(z) = a e^{-jkz} + b e^{jkz} \end{cases}. \quad (2.18)$$

Dans le cas d'un milieu élastique non piézoélectrique, il suffit d'annuler le courant dans l'expression (2.18). Ce milieu est donc régi par le système d'équations :

$$\begin{cases} P(z) = Z(a e^{-jkz} - b e^{jkz}) \\ \dot{U}(z) = a e^{-jkz} + b e^{jkz} \end{cases}. \quad (2.19)$$

2.2.2.1.2 Matrices de transfert pour chaque couche

Couche élastique (non piézoélectrique)

Considérons une couche élastique d'épaisseur L_n et d'impédance caractéristique Z_n . Cette couche est située entre les plans de coordonnées $z = z_m$ et $z = z_n$ (Figure 2.9)

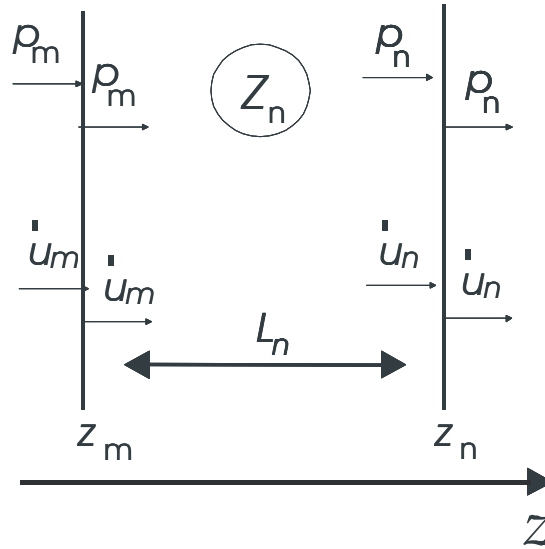


Figure 2.9 : Structure de la couche élastique.

Les paramètres acoustiques caractérisant cette couche sont la vitesse de vibration de particules $\dot{U}(z)$ et la pression acoustique $P(z)$. Leurs expressions à l'interface ($z = z_n$) sont données par le système d'équations (2.19) :

$$\begin{cases} P_n = P(z_n) = Z_n(a_n e^{-jk_n z_n} - b_n e^{jk_n z_n}) \\ \dot{U}_n = \dot{U}(z_n) = (a_n e^{-jk_n z_n} + b_n e^{jk_n z_n}) \end{cases} \quad (2.20)$$

L'indice n est relatif à la $n^{\text{ième}}$ couche.

La résolution de ce système nous permet de déterminer les coefficients a_n et b_n , soit :

$$a_n = \frac{p_n + Z_n \dot{u}_n}{2Z_n e^{-jk_n z_n}} \quad (2.21)$$

et

$$b_n = \frac{Z_n \dot{u}_n - p_n}{2Z_n e^{jk_n z_n}} \quad (2.22)$$

La continuité de la vitesse de particules et de la pression, en $z = z_m$, nous donne :

$$\begin{cases} P_m = Z_n(a_n e^{-jk_n z_m} - b_n e^{jk_n z_m}) \\ \dot{U}_m = (a_n e^{-jk_n z_m} + b_n e^{jk_n z_m}) \end{cases} \quad (2.23)$$

En remplaçant l'expression des deux coefficients a_n et b_n dans l'équation (2.23), on trouve :

$$\begin{cases} P_m = P_n \cos k_n L_n + j Z_n \dot{U}_n \sin k_n L_n \\ \dot{U}_m = \frac{j}{Z_n} P_n \sin k_n L_n + \dot{U}_n \cos k_n L_n \end{cases} \quad (2.24)$$

où $L_n = z_n - z_m$ est l'épaisseur de la $n^{ième}$ couche.

Le système d'équations (2.24) peut être écrit sous une forme matricielle, en faisant apparaître la matrice de transfert reliant les variables d'entrée et de sortie comme suit :

$$\begin{pmatrix} P_n \\ \dot{U}_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos k_n L_n & -j Z_n \sin k_n L_n \\ -\frac{j}{Z_n} \sin k_n L_n & \cos k_n L_n \end{pmatrix} \begin{pmatrix} P_m \\ \dot{U}_m \end{pmatrix} \quad (2.25)$$

soit :

$$\begin{pmatrix} P_n \\ \dot{U}_n \end{pmatrix} = [T_n] \begin{pmatrix} P_m \\ \dot{U}_m \end{pmatrix},$$

où $[T_n]$ est la matrice de transfert de la $n^{ième}$ couche.

Couche piézoélectrique

La couche piézoélectrique présente, en plus des sorties mécaniques, une sortie électrique. Les paramètres caractérisant cette couche sont donc, en plus de la vitesse de vibration des particules et de la pression acoustique, les grandeurs électriques qui sont la tension recueillie entre les deux faces de cette tranche et le courant la traversant.

D'après le système d'équations (2.18), la pression et la vitesse de vibration en $z = z_n$ sont données par :

$$\begin{cases} P_n = Z_n(a_n e^{-jk_n z_n} - b_n e^{jk_n z_n}) - \frac{jh}{Aw} I \\ \dot{U}_n = a_n e^{-jk_n z_n} + b_n e^{jk_n z_n} \end{cases} \quad (2.26)$$

En procédant exactement de la même manière que dans le paragraphe précédent, les coefficients a_n et b_n seront donnés par :

$$a_n = \frac{P_n + Z_n \dot{U}_n + \frac{jh}{Aw} I}{2Z_n e^{-jk_n z_n}} \quad (2.27)$$

et

$$b_n = \frac{Z_n \dot{U}_n - P_n - \frac{jh}{A\omega} I}{2Z_n e^{jk_n z_n}} \quad (2.28)$$

La continuité de la vitesse de particules et de la pression, en $z = z_m$, nous donne :

$$\begin{cases} P_m = Z_n(a_n e^{-jk_n z_m} - b_n e^{jk_n z_m}) - \frac{jh}{A\omega} I \\ \dot{U}_m = a_n e^{-jk_n z_m} + b_n e^{jk_n z_m} \end{cases} \quad (2.29)$$

En remplaçant l'expression de a_n et b_n dans (2.29), on trouve le système d'équations suivant :

$$\begin{cases} P_m = P_n \cos k_n L_n + jZ_n \dot{U}_n \sin k_n L_n + \frac{jh}{A\omega} I (\cos k_n L_n - 1) \\ \dot{U}_m = \frac{j}{Z_n} P_n \sin k_n L_n + \dot{U}_n \cos k_n L_n - \frac{h}{A\omega Z_n} I (\sin k_n L_n) \end{cases} \quad (2.30)$$

La tension fournie par la tranche piézoélectrique est donnée par :

$$V = \int_{z_m}^{z_n} E dz \quad (2.31)$$

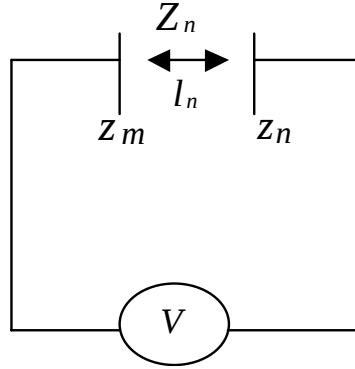


Figure 2.10 : Tension recueillie aux bornes de la tranche piézoélectrique

où $\vec{E}$ est le champ électrique régnant entre les faces de la plaque piézoélectrique. Compte tenu des équations d'états pour une tranche piézoélectrique [Die99], E est donné par :

$$E = -h \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{D}{\varepsilon}, \quad (2.32)$$

où h est la constante piézoélectrique et ε la constante diélectrique du matériau. On en déduit :

$$V = \int_{z_m}^{z_n} \left(-h \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{D}{\varepsilon} \right) dz. \quad (2.33)$$

En introduisant les amplitudes des vitesses, $\dot{U}_n = j\omega U_n$ et $\dot{U}_m = j\omega U_m$ et la capacité statique du transducteur $C_0 = \frac{\varepsilon A}{L_n}$, on obtient :

$$V = -\frac{h}{j\omega}(\dot{U}_n - \dot{U}_m) + \frac{D}{\varepsilon}(z_n - z_m), \quad (2.34)$$

soit :

$$V = -\frac{h}{j\omega}(\dot{U}_n - \dot{U}_m) + \frac{I}{j\omega C_0}. \quad (2.35)$$

A partir de (2.30), on obtient le système d'équations suivant :

$$\begin{cases} P_m = P_n \cos k_n L_n + j Z_n \dot{U}_n \sin k_n L_n + \frac{jh}{A\omega} I (\cos k_n L_n - 1) \\ \dot{U}_m = \frac{j}{Z_n} P_n \sin k_n L_n + \dot{U}_n \cos k_n L_n - \frac{h}{A\omega Z_n} I (\sin k_n L_n) \\ V = \frac{h}{j\omega} (-\dot{U}_n + \dot{U}_m) + \frac{I}{j\omega C_0} \end{cases} \quad (2.36)$$

En remplaçant l'expression de $\dot{U}_n$ dans V et en mettant le système (2.36) sous la forme matricielle, on obtient :

$$\begin{pmatrix} P_n \\ \dot{U}_n \\ V \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos k_n L_n & -j Z_n \sin k_n L_n & \frac{jh}{A\omega} (\cos k_n L_n - 1) \\ -\frac{j}{Z_n} \sin k_n L_n & \cos k_n L_n & \frac{h}{A\omega Z_n} (\sin k_n L_n) \\ \frac{h}{Z_n \omega} (\sin k_n L_n) & \frac{h}{j\omega} (-\cos k_n L_n + 1) & (\frac{1}{j\omega C_0} - \frac{h^2 \sin k_n L_n}{j A \omega^2 Z_n}) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} P_m \\ \dot{U}_m \\ I \end{pmatrix} \quad (2.37)$$

Soit :

$$\begin{pmatrix} P_n \\ \dot{U}_n \\ V \end{pmatrix} = [T_n] \begin{pmatrix} P_m \\ \dot{U}_m \\ I \end{pmatrix},$$

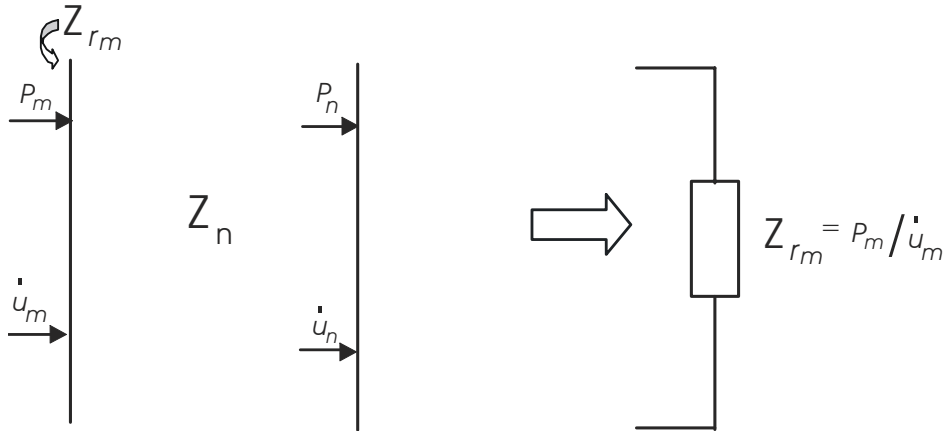
avec $[T_n]$ la matrice de transfert caractérisant la tranche piézoélectrique.

2.2.2.1.3 Calcul des impédances ramenées

L'impédance ramenée vue par la face avant de chaque couche du transducteur est indispensable pour la détermination de sa fonction de transfert . Cette dernière est donnée par le rapport de la pression acoustique à la vitesse de vibration sur la même interface.

L'impédance ramenée à la face avant de coordonnée $z = z_m$ de la $n^{ième}$ couche est Z_{r_m} qui est donnée par :

$$Z_{r_m} = \frac{P_m}{\dot{U}_m}. \quad (2.38)$$

Figure 2.11 : Impédance ramenée à la face de coordonnée z_m .

La matrice de transfert qui caractérise une couche n non piézoélectrique est donnée par l'expression (2.25). Cette matrice peut être modifiée de telle sorte qu'elle relie les grandeurs d'entrée $(P_m, \dot{U}_m)$ aux grandeurs de sortie $(P_n, \dot{U}_n)$, comme suit :

$$\begin{pmatrix} P_m \\ \dot{U}_m \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos k_n L_n & jZ_n \sin k_n L_n \\ \frac{j}{Z_n} \sin k_n L_n & \cos k_n L_n \end{pmatrix} \begin{pmatrix} P_n \\ \dot{U}_n \end{pmatrix} \quad (2.39)$$

On en déduit :

$$Z_{rm} = \frac{Z_{rn} \cos k_n L_n + jZ_n \sin k_n L_n}{\frac{jZ_{rn}}{Z_n} \sin k_n L_n + \cos k_n L_n} \quad (2.40)$$

avec $Z_{rn} = \frac{P_n}{\dot{U}_n}$, qui est l'impédance ramenée à la face avant de la couche suivante. Notons que l'hydrophone étant immergé dans un milieu de propagation (eau) d'impédance acoustique caractéristique Z_{eau} , la valeur finale de Z_{rn} est égale à Z_{eau} .

L'expression de l'impédance ramenée pour une couche piézoélectrique, en circuit ouvert ($i = 0$), est identique à celle d'une couche élastique (non piézoélectrique).

2.2.2.1.4 Calcul du coefficient de réflexion R pour la pression :

En arrivant sur la face avant de l'hydrophone, l'onde de pression acoustique subit une réflexion. Seulement une partie de cette pression est transmise à l'intérieur de l'hydrophone.

En $z = z_1$, la pression transmise est la somme de la pression de l'onde incidente P_i , et celle de l'onde réfléchie P_r , soit :

$$P_t = P_r + P_i.$$

En désignant par R le coefficient de réflexion défini par : $P_r = R P_i$, on obtient :

$$P_t = (1 + R) P_i. \quad (2.41)$$

La détermination de la pression totale nécessite le calcul du coefficient de réflexion sur la face avant du transducteur. La couche n a pour grandeurs d'entrée $(P_m, \dot{U}_m)$ et pour grandeurs de sortie $(P_n, \dot{U}_n)$ avec $m = 1$ et $n = 2$ pour la 1^{ère} couche (d'impédance Z_2).

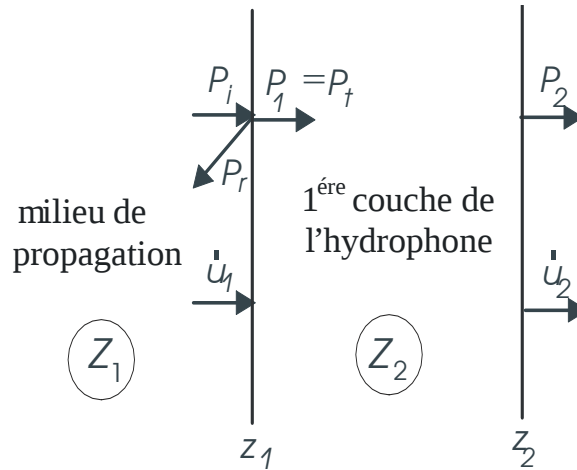


Figure 2.12 : Réflexion et transmission à la face avant de l'hydrophone.

L'expression de la pression acoustique et de la vitesse de vibration, en $z = z_1$, sont données par (2.20), soit :

$$\begin{cases} P_1 = Z_1(a_1 e^{-jk_1 z_1} - b_1 e^{jk_1 z_1}) \\ \dot{U}_1 = (a_1 e^{-jk_1 z_1} + b_1 e^{jk_1 z_1}) \end{cases} \quad (2.42)$$

k_1 est le module du vecteur d'onde de l'onde ultrasonore dans le milieu de propagation. Z_{r1} est l'impédance ramenée sur la première face de l'hydrophone. Elle est donnée par :

$$Z_{r1} = \frac{P_1}{\dot{U}_1} = \frac{Z_1(a_1 e^{-jk_1 z_1} - b_1 e^{jk_1 z_1})}{(a_1 e^{-jk_1 z_1} + b_1 e^{jk_1 z_1})} \Big|_{z_1=0} \quad (2.43)$$

soit :

$$Z_{r1} = \frac{Z_1(a_1 - b_1)}{(a_1 + b_1)} \quad (2.44)$$

Le coefficient de réflexion est défini comme le rapport de la pression de l'onde réfléchie à celle de l'onde incidente. Pour une onde se propageant dans la milieu de propagation (eau), il est donné par :

$$R = \frac{-b_1}{a_1}. \quad (2.45)$$

D'où

$$Z_{r1} = \frac{Z_1(1 + R)}{(1 - R)} \quad (2.46)$$

et

$$R = \frac{Z_{r1} - Z_1}{Z_{r1} + Z_1} \quad (2.47)$$

$Z_1 = Z_{eau}$ est l'impédance caractéristique du milieu de propagation (eau).

2.2.2.1.5 Fonction de transfert de l'hydrophone

Compte tenu des hypothèses précédentes du modèle, le transducteur récepteur peut être représenté par le schéma suivant, où chaque couche est caractérisée par son impédance caractéristique Z et son épaisseur L .

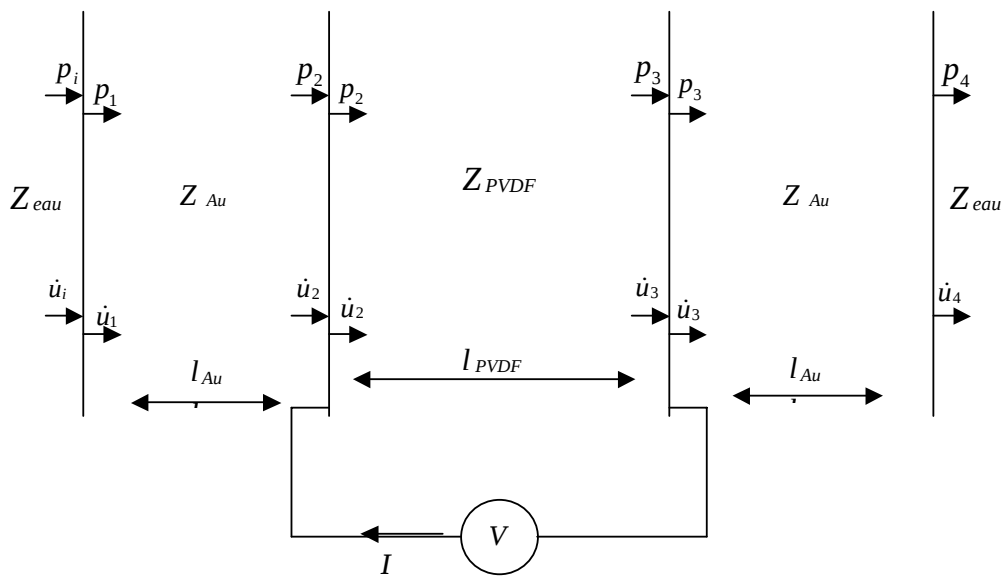


Figure 2.13 : Schéma de l'hydrophone récepteur.

La fonction de transfert du transducteur récepteur à vide est définie par le rapport de la tension électrique recueillie entre les faces de la couche piézoélectrique, en circuit ouvert, à la pression acoustique de l'onde incidente sur la face avant du transducteur, à une fréquence donnée.

En circuit ouvert ($i = 0$), l'expression de la tension entre les bornes de la couche piézoélectrique est obtenue à partir de la matrice de transfert (2.37), comme suit :

$$V_0 = \frac{h}{Z_p \omega} \sin(k_p L_p) P_2 - \frac{h}{j \omega} (\cos k_p L_p - 1) \dot{U}_2, \quad (2.48)$$

où k_p est le module du vecteur d'onde dans la tranche piézoélectrique. L_p et Z_p sont l'épaisseur de cette couche et son impédance acoustique caractéristique respectivement. P_2 et $\dot{U}_2$ sont les grandeurs acoustiques d'entrée qui sont reliées par l'impédance ramenée à la face avant de la couche piézoélectrique par :

$$P_2 = Z_{r2} \dot{U}_2. \quad (2.49)$$

D'après l'équation (2.40),

$$Z_{r2} = \frac{Z_{r3} \cos k_p L_p + j Z_p \sin k_p L_p}{\frac{j Z_{r3}}{Z_p} \sin k_p L_p + \cos k_p L_p}, \quad (2.50)$$

où Z_{r3} est l'impédance ramenée à la face arrière de la couche piézoélectrique. Elle est donnée par :

$$Z_{r3} = \frac{Z_{eau} \cos(k_{Au} L_{Au}) + j Z_{Au} \sin(k_{Au} L_{Au})}{\frac{j Z_{eau}}{Z_{Au}} \sin(k_{Au} L_{Au}) + \cos(k_{Au} L_{Au})} \quad (2.51)$$

Z_{eau} et Z_{Au} sont les impédances acoustiques caractéristiques du milieu de propagation (eau) et de la couche élastique en or (Au) respectivement.

L'expression (2.48) devient :

$$V_0 = \left[\frac{h}{Z_p \omega} \sin(k_p L_p) - \frac{h}{i \omega Z_{r2}} (\cos(k_p L_p) - 1) \right] P_2 \quad (2.52)$$

L'expression de P_2 est déduite du système (2.24) comme suit :

$$P_2 = \cos(k_{Au} L_{Au}) P_1 - j Z_{Au} \sin(k_{Au} L_{Au}) \dot{U}_1, \quad (2.53)$$

avec

$$P_1 = Z_{r1} \dot{U}_1, \quad (2.54)$$

où Z_{r1} l'impédance ramenée sur la face avant de l'électrode en or, qui est donnée par :

$$Z_{r1} = \frac{\cos(k_{Au} L_{Au}) Z_{r2} + j Z_{Au} \sin(k_{Au} L_{Au})}{\frac{j}{Z_{Au}} \sin(k_{Au} L_{Au}) Z_{r2} + \cos(k_{Au} L_{Au})}. \quad (2.55)$$

Donc

$$P_2 = [\cos(k_{Au} L_{Au}) - j \frac{Z_{Au}}{Z_{r1}} \sin(k_{Au} L_{Au})] P_1. \quad (2.56)$$

Des équations (2.52) et (2.56), on déduit :

$$V_0 = \left[\frac{h}{Z_p \omega} \sin(k_p L_p) - \frac{h}{i\omega Z_{r2}} (\cos(k_p L_p) - 1) \right] \left[(\cos(k_{Au} L_{Au}) - j \frac{Z_{Au}}{Z_{r1}} \sin(k_{Au} L_{Au})) \right] P_1 \quad (1.57)$$

Sachant que

$$P_1 = P_t = (1 + R)P_i \quad (1.58)$$

et, d'après (2.47),

$$R = \frac{Z_{r1} - Z_{eau}}{Z_{r1} + Z_{eau}}, \quad (1.59)$$

on obtient :

$$P_1 = \frac{2Z_{r1}}{Z_{r1} + Z_{eau}} P_i \quad (1.60)$$

En définitive, la fonction de transfert en réception du transducteur, en circuit ouvert, est donnée par :

$$H_{h0} = \frac{2Z_{r1}}{Z_{r1} + Z_{eau}} \left[\frac{h}{Z_p \omega} \sin\left(\frac{\omega_p L_p}{c_p}\right) - \frac{h}{i\omega Z_{r2}} \left(\cos\left(\frac{\omega_p L_p}{c_p}\right) - 1\right) \right] \left[\cos\left(\frac{\omega_{Au} L_{Au}}{c_{Au}}\right) - j \frac{Z_{Au}}{Z_{r1}} \sin\left(\frac{\omega_{Au} L_{Au}}{c_{Au}}\right) \right] \quad (2.61)$$

où $\omega = 2\pi f$ est la pulsation et f la fréquence.

La connaissance de cette fonction de transfert nous permet d'obtenir la fréquence de résonance et la largeur de bande de l'hydrophone.

2.2.2.1.6 Pertes mécaniques et diélectriques dans le PVDF

Comme tout polymère, le PVDF présente de fortes pertes mécaniques et diélectriques. Les pertes mécaniques se traduisent par l'absorption de l'énergie ultrasonore lors de la propagation de l'onde ultrasonore dans le matériau [Mac04]. Elles sont caractérisées par le facteur d'amortissement α (coefficient d'atténuation) qui dépend généralement de la fréquence. Son expression est donné par [Koc99] :

$$\alpha = [0,15 + 0,99f \text{ (MHz)}] \quad (\text{mm}^{-1}) \quad (2.62)$$

Les pertes diélectriques sont dues aux imperfections diélectriques du PVDF. De ce fait, nous considérons une constante diélectrique complexe $\varepsilon = \varepsilon^*$ dont le module et la tangente de l'angle de pertes sont respectivement donnés par [Koc99] :

$$|\varepsilon_r| = -2,31 \log[f(\text{MHz})] + 8,04 \quad (2.63)$$

$$\tan \delta = 0,22 + 0,07 \log[f(\text{MHz})] - 0,055 \log^2[f(\text{MHz})] \quad (2.64)$$

Le tableau (2.1) regroupe les constantes physiques [Kep78, Ohi76] des matériaux constituant le transducteur. Les constantes piézoélectriques h et d sont reliées par

$$h = \frac{d\rho_{PVDF} v_{PVDF}^2}{\varepsilon_0 \varepsilon r} \quad (2.65)$$

v : Vitesse de propagation des ondes ultrasonores (ms^{-1})	$Eau = 1482,36 (25^0c)$ $Au = 3240 (25^0c)$ $PVDF = 2300 (25^0c)$
Z : Impédance acoustique caractéristique ($kg m^{-2}s^{-1}$)	$Eau = 1,5 10^6$ $Au = 63 10^6$ $PVDF = 3 10^6$
ρ : Masse volumique ($kg m^{-3}$)	$Eau = 998,2$ $Au = 19281$ $PVDF = 1780$
d : Coefficient piézoélectrique (pCN^{-1})	-31
ε_0 : constante diélectrique du vide (pFm^{-1})	$8,85$

Tableau 2.1 : Constantes physiques nécessaires au calcul de la fonction de transfert de l'hydrophone.

2.2.2.1.7 Simulation numérique de la fonction de transfert

A partir des relations donnant la fonction de transfert du transducteur en réception dans le domaine fréquentiel (2.61), nous simulons numériquement cette fonction. Par la suite, nous étudions l'influence des différents paramètres sur cette fonction (épaisseur de l'électrode, épaisseur de la tranche piézoélectrique, etc...)[Djer04].

La figure (2.15) représente l'amplitude et la phase de la fonction de transfert, en réception et en circuit ouvert, d'un hydrophone immergé dans l'eau avec une tranche piézoélectrique de $25\mu m$ d'épaisseur et $0,5$ mm de rayon et des électrodes de même rayon et d'épaisseur $0,1 \mu m$.

Une résonance en $\frac{\lambda}{2}$ de l'élément piézoélectrique correspond à une fréquence $f_r = 46$ MHz. La Figure (2.14) montre un décalage de cette fréquence de résonance vers les basses fréquences ($f_r = 36,6$ MHz). Ce décalage est dû essentiellement aux fortes pertes mécaniques dans le PVDF, qui jouent le rôle d'un amortisseur. Cette fonction de transfert met en évidence l'excellente largeur de bande de ce type d'hydrophones (31, 31 MHz à $-3dB$).

La fonction de transfert à vide, définie par l'équation (2.61), ne dépend que des caractéristiques des couches constituant l'hydrophone. De ce fait, cette fonction de transfert est identique pour des hydrophones de mêmes caractéristiques même si leurs ouvertures sont de différents types (linéaire, rectangulaire et circulaire) et de différentes dimensions.

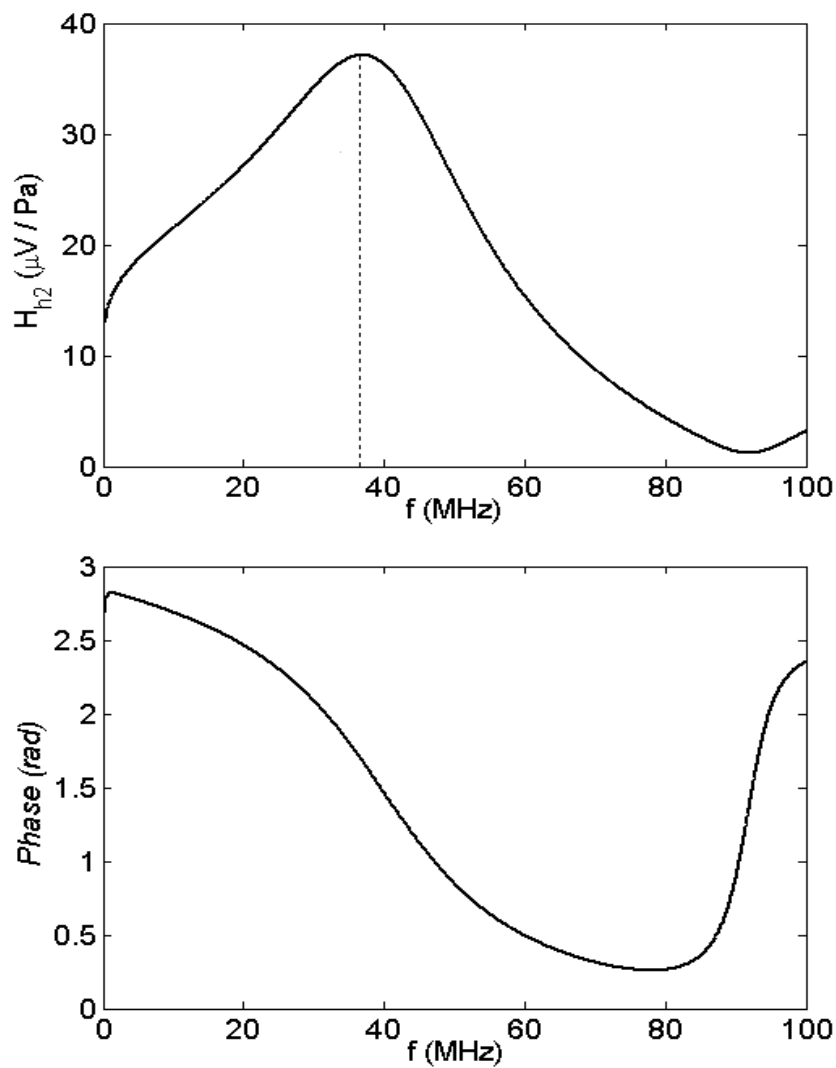


Figure 2.14 : Variation de l'amplitude et de la phase de la fonction de transfert de l'hydrophone en réception à vide en fonction de la fréquence.

Influence de l'épaisseur de l'électrode sur la fonction de transfert

La figure (2.15) illustre l'influence de l'épaisseur de l'électrode sur les variations de la fonction de transfert.

Malgré leur épaisseur relativement faible, par rapport à celle de la tranche piézoélectrique, une petite variation de leurs épaisseur a des effets non négligeables. Ceci est dû au fait que leur impédance acoustique caractéristique est supérieure à celle du PVDF [Gél01]. Ces effets se traduisent par un décalage de la fréquence de résonance vers les basses fréquences et un rétrécissement de la largeur de bande lorsque l'épaisseur des électrodes augmente.

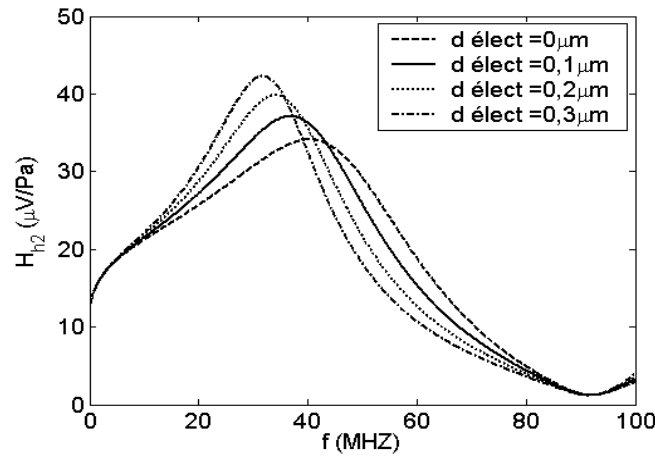


Figure 2.15 : Variation, en fonction de la fréquence, de l'amplitude de la fonction de transfert d'un hydrophone à vide pour différentes épaisseurs des électrodes. (Tranche piézoélectrique en PVDF d'épaisseur $25 \mu\text{m}$).

Influence de l'épaisseur de la couche de PVDF sur la fonction de transfert

La figure (2.16) montre l'influence de l'épaisseur de la couche piézoélectrique sur la fonction de transfert de l'hydrophone.

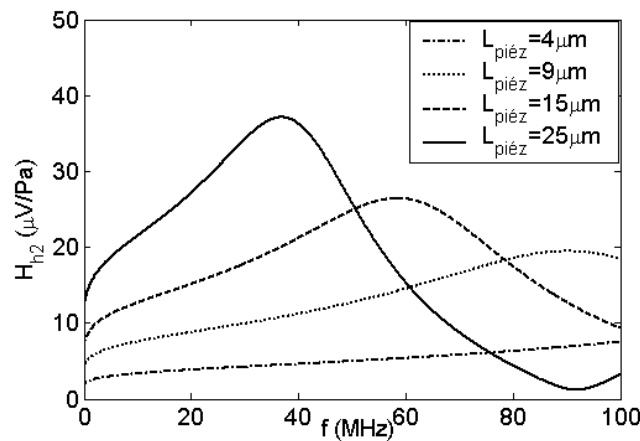


Figure 2.16 : Variation, en fonction de la fréquence, de l'amplitude de la fonction de transfert, à vide, pour différentes épaisseurs de la tranche piézoélectrique. Epaisseur des électrodes : $0, 1 \mu\text{m}$.

La variation de l'épaisseur de la tranche piézoélectrique a un effet remarquable sur la fréquence de résonance et la largeur de bande. En effet, celle-ci diminue avec l'augmentation de

l'épaisseur. Pour $d = 15\mu\text{m}$, la fréquence de résonance est de l'ordre de 60 MHz, et la largeur de bande est égale à 64MHz (à -3dB). Pour $d = 25\mu\text{m}$, ces valeurs chutent à $f_r = 36,6\text{ MHz}$ et 31,31MHz à (-3dB) respectivement. De plus, nous remarquons une augmentation de l'amplitude de cette fonction de transfert avec l'épaisseur de la tranche piézoélectrique.

2.2.2.2 Réponse impulsionnelle

A partir de la valeur complexe de la fonction de transfert de l'hydrophone, il est possible de déduire, à l'aide d'une transformation de Fourier inverse, sa réponse impulsionnelle qui le caractérise dans le domaine temporel.

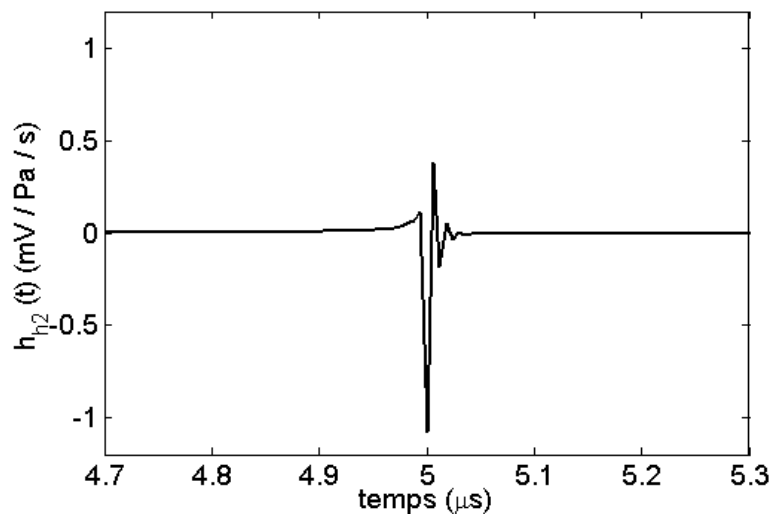


Figure 2.17 : Réponse impulsionnelle d'un hydrophone en réception à vide. Tranche piézoélectrique en PVDF d'épaisseur $25\mu\text{m}$. Electrodes en Au d'épaisseur $0,1\mu\text{m}$. .

2.2.2.3 Impédance électrique

La connaissance de l'impédance électrique équivalente de l'hydrophone est indispensable afin de l'adapter correctement aux autres composantes de la chaîne de réception tels que le câble et l'amplificateur. A défaut, elle permet de déduire la fonction de transfert de l'hydrophone avec charge. Pour la détermination de cette dernière, nous utilisons le modèle électrique qui consiste à représenter les différentes parties du transducteur par des circuits électriques équivalents.

Couche non piézoélectrique (électrode)

En partant des matrices de transfert d'une couche élastique donnée par la relation (2.24), nous relierons les pressions acoustiques aux vitesses de vibration comme suit :

$$\begin{pmatrix} P_m \\ P_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{Z_n}{j \tan k_n L_n} & \frac{-Z_n}{j \sin k_n L_n} \\ \frac{Z_n}{j \sin k_n L_n} & \frac{-Z_n}{j \tan k_n L_n} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{U}_m \\ \dot{U}_n \end{pmatrix}. \quad (2.66)$$

En tenant compte de l'égalité

$$\frac{1}{\tan k_n L_n} = \frac{1}{\sin k_n L_n} - \tan \frac{k_n L_n}{2}, \quad (2.67)$$

le système (2.66) peut être mis sous la forme :

$$\begin{cases} P_m = \frac{Z_n}{j \sin k_n L_n} (\dot{U}_m - \dot{U}_n) + j Z_n \tan \frac{k_n L_n}{2} \dot{U}_m \\ P_n = \frac{Z_n}{j \sin k_n L_n} (\dot{U}_m - \dot{U}_n) - j Z_n \tan \frac{k_n L_n}{2} \dot{U}_n \end{cases} \quad (2.68)$$

On introduit les forces appliquées sur les deux faces de la $n^{\text{ième}}$ couche, qui sont données par :

$$\begin{aligned} F_n &= A P_n \\ F_m &= A P_m, \end{aligned} \quad (2.69)$$

où $A = 2\pi r_h$ est la section de la couche (aire de l'électrode) et r_h son rayon. Le système (2.68) devient :

$$\begin{cases} F_m = \frac{Z_n A}{j \sin(k_n L_n)} (\dot{U}_m - \dot{U}_n) + j A Z_n \tan(\frac{k_n L_n}{2}) \dot{U}_m \\ F_n = \frac{Z_n A}{j \sin(k_n L_n)} (\dot{U}_m - \dot{U}_n) - j A Z_n \tan(\frac{k_n L_n}{2}) \dot{U}_n \end{cases} \quad (2.70)$$

Les forces et les vitesses jouant des rôles semblables aux tensions et aux courants respectivement, l'électrode va être représentée par le circuit électrique suivant

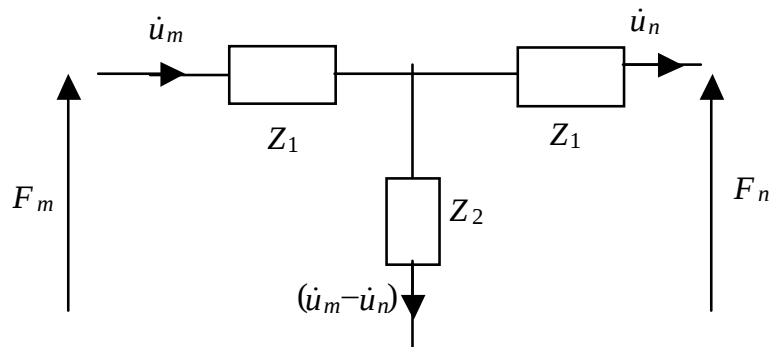


Figure 2.18 : Schéma électrique équivalent pour la couche élastique .

où $Z_1 = jAZ_n \tan(\frac{k_n L_n}{2})$ et $Z_2 = \frac{Z_n A}{j \sin(k_n L_n)}$.

Couche piézoélectrique

Compte tenu de la 3^{ème} équation du système (2.36), le courant I est donné par l'expression suivante :

$$I = j\omega C_0 \left[V - \frac{h}{j\omega} (\dot{U}_m - \dot{U}_n) \right] \quad (2.71)$$

Pour une plaque piézoélectrique, il existe une force supplémentaire $F = \frac{hI}{j\omega}$. A partir de l'équation (2.71), on déduit :

$$F = hc_0 \left[V - \frac{h}{j\omega} (\dot{U}_m - \dot{U}_n) \right]. \quad (2.72)$$

La tranche piézoélectrique présente donc, en plus, un circuit électrique composé de deux capacités et d'un transformateur électromécanique dont le primaire est parcouru par le courant $hc_0(\dot{U}_m - \dot{U}_n)$ et le secondaire par le courant $(\dot{U}_m - \dot{U}_n)$.

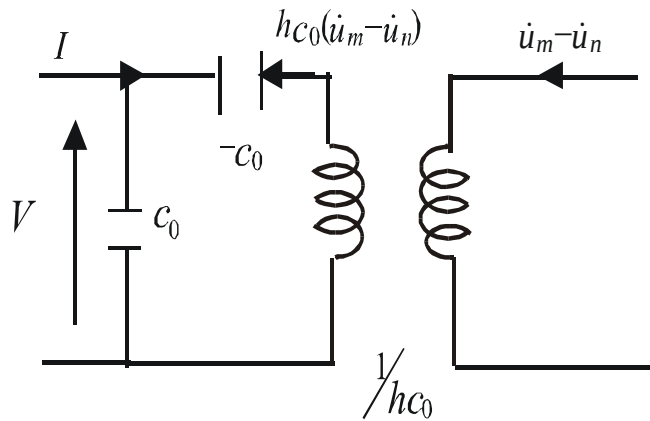


Figure 2.19 : Transformateur électromécanique représentant l'effet piézoélectrique.

La tranche piézoélectrique est représentée donc par le circuit suivant :

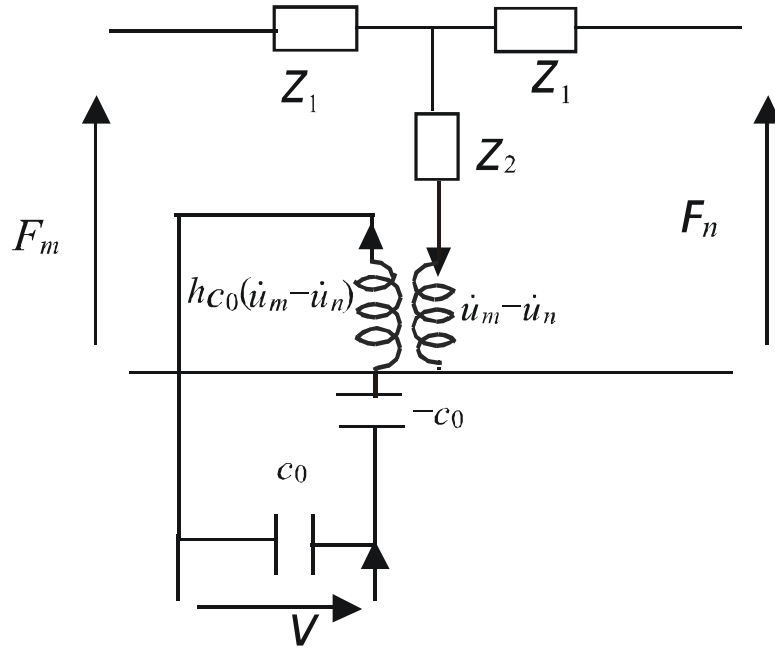


Figure 2.20 : Schéma électrique équivalent pour la tranche piézoélectrique

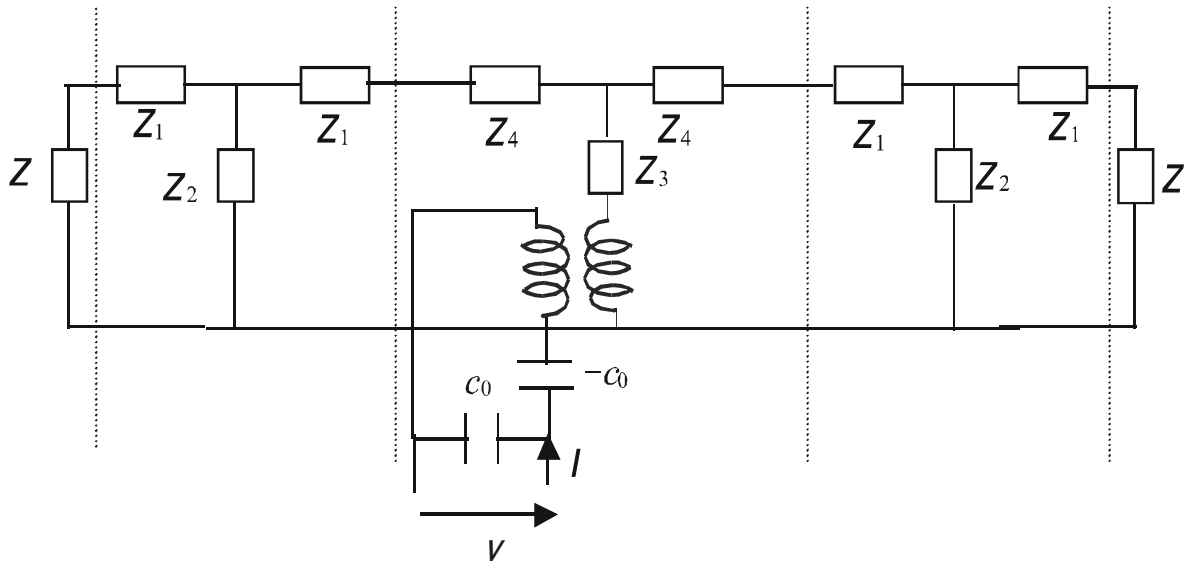


Figure 2.21 : Schéma électrique équivalent du transducteur.

Dans cette représentation les impédances mécaniques sont données respectivement par : $Z_1 = jAZ_p \tan(\frac{k_p L_p}{2})$ et $Z_2 = \frac{Z_p A}{j \sin(k_p L_p)}$ avec $k_p = \frac{\omega}{c_2} - i\alpha$ un vecteur d'onde complexe qui tient compte de l'atténuation.

En associant, en cascade, le circuit équivalent de chaque couche, on obtient le circuit équivalent pour tout le transducteur qui est donné par la figure (2.22).

Dans cette représentation :

$$Z_1 = jZ_{Au} \operatorname{tg}\left(\frac{k_{Au}l_{Au}}{2}\right), Z_2 = \frac{Z_{Au}}{j \sin(k_{Au}l_{Au})},$$

$$Z_3 = \frac{Z_p A}{j \sin k_p l_p}, Z_4 = jAZ_p \operatorname{tg}\left(\frac{k_p l_p}{2}\right) \text{ et } Z = AZ_{eau}.$$

A partir de ce circuit, on peut calculer l'impédance électrique du transducteur. Les variations de cette dernière en fonction de la fréquence sont représentées sur la figure (2.22).

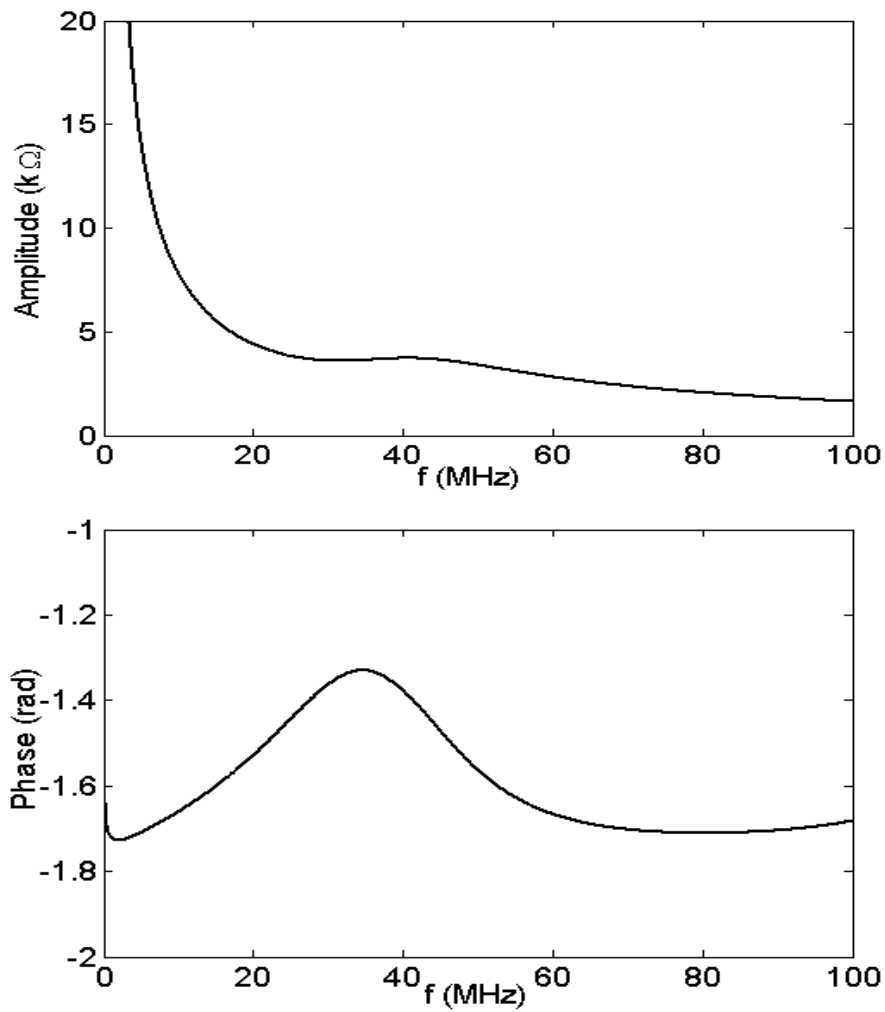


Figure 2.22 : Variation, en fonction de la fréquence, de l'amplitude et de la phase de l'impédance électrique équivalente d'un hydrophone à membrane en PVDF immergé dans l'eau. Epaisseur de la tranche piézoélectrique : $25 \mu\text{m}$. Electrodes d'épaisseur $0,1 \mu\text{m}$ et de rayon $0,5 \text{ mm}$.

On remarque que, dans l'ensemble, l'impédance électrique équivalente de l'hydrophone a un comportement capacitif. Autour de 36,6 MHz, on reconnaît la résonance de la membrane piézo-électrique. Contrairement à la fonction de transfert, qui ne dépend que des caractéristiques des couches constituant l'hydrophone, l'impédance électrique dépend des dimensions de l'ouverture (surface de l'électrode). De ce fait, on trace ces variations pour des hydrophones d'ouvertures différentes (circulaire, linéaire et rectangulaire) (Figure 2.23).

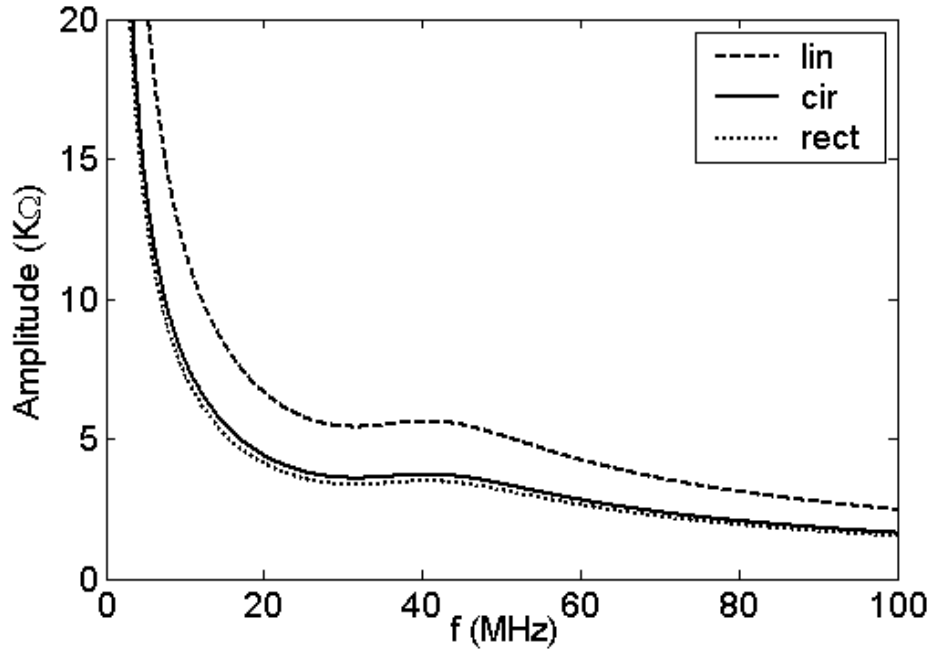


Figure 2.23 : Variation, en fonction de la fréquence, de l'amplitude de l'impédance électrique équivalente d'hydrophones à ouverture circulaire ($r_h = 0,5\text{mm}$), rectangulaire ($L_h = 1,4\text{mm}$, $l_h = 0,6\text{mm}$) et linéaire ($L_h = 2,6\text{mm}$, $l_h = 0,2\text{mm}$).

La surface de l'hydrophone linéaire est donnée par le produit de sa longueur par sa largeur, sachant que celle-ci est très inférieure devant la longueur.

Pour les trois types d'hydrophones, on remarque que l'allure de l'impédance électrique est la même, et que l'amplitude de cette dernière augmente avec la diminution de la surface.

La connaissance de la fonction de transfert à vide, H_{h0} , et de l'impédance électrique équivalente, Z_{el} , permet de déduire la fonction de transfert pour n'importe quelle charge électrique. En effet, le transducteur peut être considéré comme un générateur électrique de $f.é.m = H_{h0}p_i$ et d'impédance électrique interne Z_{el} .

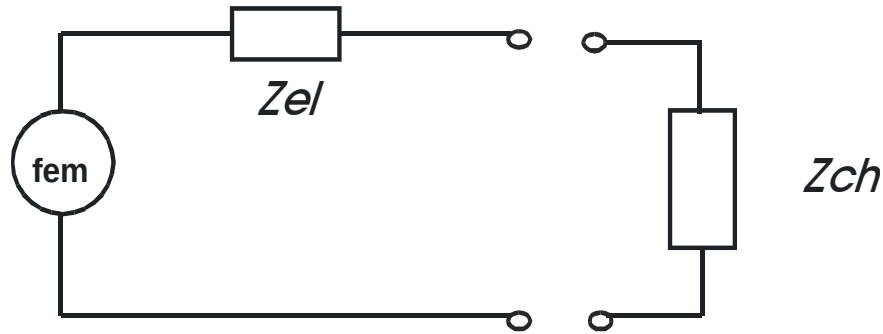


Figure 2.24 : Circuit électrique équivalent de l'hydrophone d'impédance électrique équivalente Z_{el} connecté à une impédance de charge Z_{ch} .

Dans ce travail, nous avons présenté une étude théorique décrivant le comportement d'hydrophones piézoélectriques à membrane en PVDF. Le modèle établi a permis la simulation numérique de la fonction de transfert, de la réponse impulsionnelle ainsi que de l'impédance électrique équivalente de l'hydrophone. De plus, ce modèle tient compte, des pertes mécaniques et diélectriques dans le PVDF. L'étude fournit un outil important pour la conception et la réalisation d'hydrophones à membrane en PVDF. Elle peut être facilement étendue à d'autres types d'hydrophones (à aiguille en PVDF) ou aux transducteurs réalisés à base de ce matériau.

2.3 Câble

Le câble coaxial utilisé dans la chaîne de réception est un élément important car il relie le transducteur récepteur aux différentes parties de la chaîne. Pour l'onde électrique, ce câble est considéré comme un milieu de propagation limité à ses deux extrémités par deux milieux d'impédances différentes. Les paramètres qui régissent son fonctionnement sont la tension incidente à son entrée et la tension recueillie à sa sortie.

La tension dans le câble v_c et le courant i_c en n'importe quel point d'abscisse z est la somme de deux ondes qui se propagent dans des sens opposés comme suit :

$$\begin{cases} v_c(t) = (ae^{-jkz} + be^{jkz})e^{j\omega t} \\ i_c(t) = \frac{1}{Z_c}(ae^{-jkz} - be^{jkz})e^{j\omega t} \end{cases} \quad (2.73)$$

où a et b sont des constantes dépendant des conditions aux limites et $k = \frac{\omega}{c_c}$ le module du vecteur

d'onde de l'onde électrique. La vitesse de propagation dans le câble est [Dra86] $c_c = 2 \times 10^8$ ms⁻¹ et son impédance électrique caractéristique $Z_c = 50 \Omega$.

Le facteur $e^{j\omega t}$ étant omis, le système (2.73) devient :

$$\begin{cases} V_c = ae^{-jkz} + be^{jkz} \\ I_c = \frac{1}{Z_c}(ae^{-jkz} - be^{jkz}) \end{cases} \quad (2.74)$$

Notons, par V_e et I_e les amplitudes complexes de la tension et du courant d'entrée du câble et par V_s et I_s ces grandeurs à sa sortie, respectivement. La fonction de transfert du câble est définie comme le rapport de la tension de sortie V_s à la tension d'entrée V_e , à une fréquence donnée :

$$H_c(f) = \frac{V_s(f)}{V_e(f)} \quad (2.75)$$

Pour déterminer cette fonction de transfert, on calcule d'abord sa matrice de transfert. Cette dernière relie les grandeurs de sortie (V_s, I_s) et les grandeurs d'entrée (V_e, I_e).

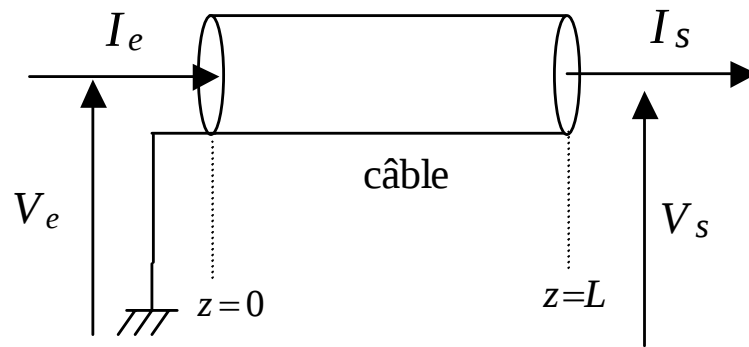


Figure 2.25 : Paramètres pour le calcul de la fonction de transfert du câble coaxial.

En $z = 0$, la tension et le courant d'entrée sont donnés par :

$$\begin{cases} V_e = a + b \\ I_e = \frac{1}{Z_c}(a - b) \end{cases} \quad (2.76)$$

En $z = L$, (L étant la longueur du câble),

$$\begin{cases} V_s = ae^{-jkL} + be^{jkL} \\ I_s = \frac{1}{Z_c}(ae^{-jkL} - be^{jkL}) \end{cases} \quad (2.77)$$

A partir de ces expressions, on obtient les expressions des constantes a et b , soit :

$$a = \frac{V_s + Z_c I_e e^{jkL}}{2 \cos kL} \quad (2.78)$$

$$b = \frac{V_s - Z_c I_e e^{-jkL}}{2 \cos kL} \quad (2.79)$$

En remplaçant ces deux constantes dans l'expression de V_e et I_s on retrouve le système suivant :

$$\begin{cases} V_e = \frac{V_s}{\cos kL} + jI_e Z_c \tan kL \\ I_s = \frac{-jV_s}{Z_c} \tan kL + \frac{I_e}{\cos kL} \end{cases} \quad (2.80)$$

A partir de système (2.79), on tire :

$$V_s = V_e \cos kL - jI_e Z_c \sin kL. \quad (2.81)$$

En remplaçant l'expression de V_s dans la 2^{ème} équation du système (2.80), on trouve le système suivant :

$$\begin{cases} V_s = V_e \cos kL - jI_e Z_c \sin kL \\ I_s = \frac{-j}{Z_c} V_e \sin kL + I_e \cos kL \end{cases} \quad (2.82)$$

Ce système peut être mis sous la forme matricielle suivante :

$$\begin{pmatrix} V_s \\ I_s \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos kL & -jZ_c \sin kL \\ -\frac{j}{Z_c} \sin kL & \cos kL \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_e \\ I_e \end{pmatrix}, \quad (2.83)$$

soit :

$$\begin{pmatrix} V_s \\ I_s \end{pmatrix} = [T_{câble}] \begin{pmatrix} V_e \\ I_e \end{pmatrix},$$

où $[T_{câble}]$ est la matrice de transfert associée au câble.

Pour la détermination de la fonction de transfert du câble, on doit trouver une relation entre I_e et V_e . Pour cela, on introduit l'impédance d'entrée du câble Z_e :

$$Z_e = \frac{V_e}{I_e} = \frac{V_s \cos kL + jI_s Z_c \sin kL}{\frac{j \sin kL}{Z_c} V_s + I_s \cos kL}, \quad (2.84)$$

soit :

$$Z_e = Z_c \frac{Z_{ch} \cos kL + jZ_c \sin kL}{j \sin kL Z_{ch} + Z_c \cos kL}, \quad (2.85)$$

où $Z_{ch} = \frac{V_s}{I_s}$ est l'impédance de charge .

En circuit ouvert, $Z_{ch} \rightarrow \infty$. Dans ce cas, l'impédance d'entrée du câble à vide Z_{e0} est donnée par :

$$Z_{e0} = \frac{Z_c}{j \tan kL}. \quad (2.86)$$

Les variations de Z_e pour différentes valeurs de l'impédance de charge, en fonction de la fréquence, sont montrées sur la figure (2.26).

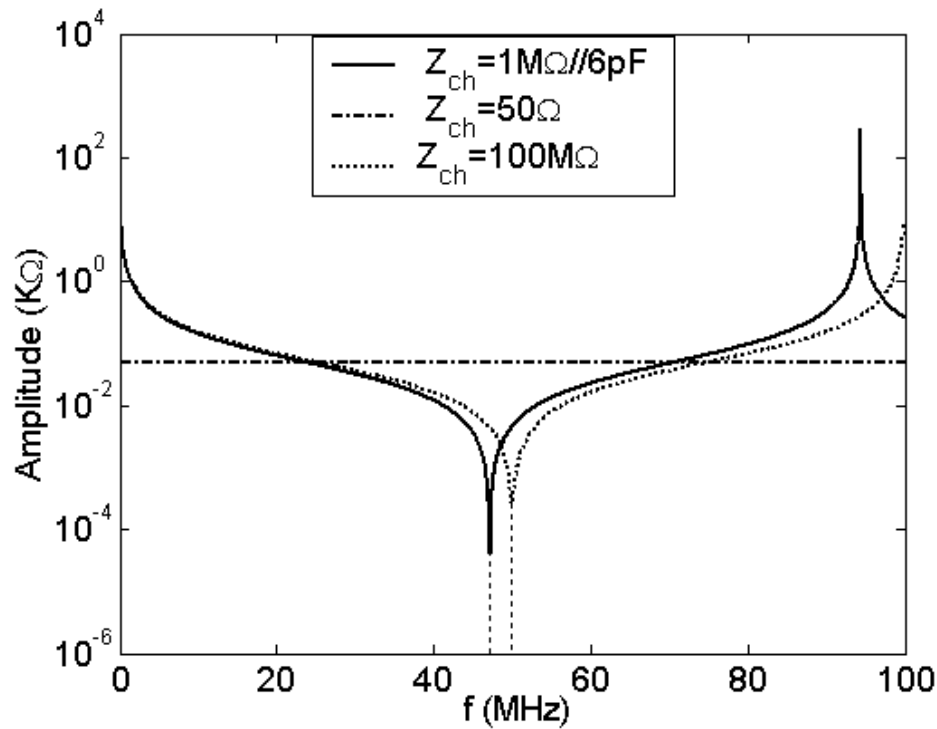


Figure 2.26 : Variation fréquentielle de l'amplitude de l'impédance d'entrée du câble pour différentes valeurs de l'impédance de charge.

Lorsque le câble est fermé par une impédance très élevée, l'impédance d'entrée du câble prend des valeurs proches à celle de l'expression (2.85). Les variations de cette dernière sont caractérisées par des résonances aux fréquences pour lesquelles $\frac{\omega L}{c_c} = (2n + 1)\frac{\pi}{2}$ et des anti-résonances pour $\frac{\omega L}{c_c} = n\pi$. Lorsque le câble est fermé par une impédance de charge de l'oscilloscope ($1 \text{ M}\Omega // 6 \text{ pF}$), la résonance est obtenue à $f = 47 \text{ MHz}$ alors que l'anti-résonance est obtenue à $f = 0 \text{ MHz}$ et $f = 94,3 \text{ MHz}$. Pour une impédance de charge $Z_{ch} = 100 \text{ M}\Omega$, ces fréquences deviennent $f = 50 \text{ MHz}$ pour la résonance et $f = 0 \text{ MHz}$ et $f = 100 \text{ MHz}$ pour l'anti-résonance.

Lorsque $Z_{ch} = Z_c = 50 \Omega$, le câble est parfaitement adapté à la charge et son impédance d'entrée est égale à 50Ω .

La fonction de transfert du câble, définie par l'équation (2.75), peut être déduite à partir de (2.82) et (2.84). On trouve :

$$H_c = \cos kL - j \frac{Z_c}{Z_e} \sin(kL). \quad (2.87)$$

L'impédance d'entrée du câble Z_e tient compte de la charge Z_{ch} (2.85).

Les variations de la fonction de transfert du câble est donnée par la figure (2.27).

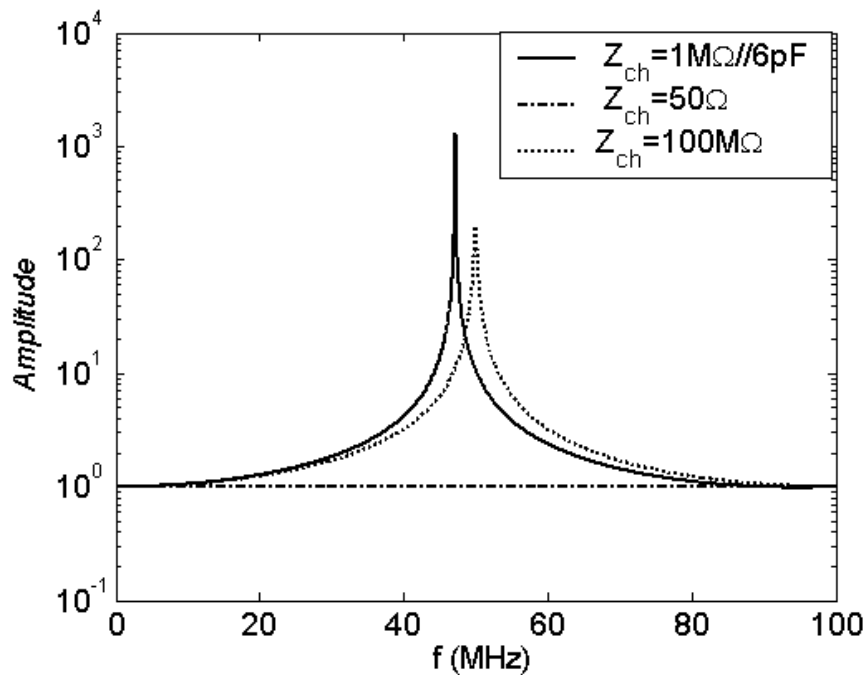


Figure 2.27 : Variation fréquentielle de la fonction de transfert du câble.

Cette fonction de transfert présente un maximum à $f = 47$ MHz pour $Z_{ch} = 1\text{M}\Omega//6\text{pF}$ et une résonance à $f = 50$ MHz pour $Z_{ch} = 100\text{M}\Omega$. Elle est égale à 1 lorsque $Z_{ch} = 50\text{ }\Omega$.

La sortie du câble peut être reliée à l'entrée de l'oscilloscope directement, comme elle peut l'être par l'intermédiaire d'un préamplificateur et d'un autre câble (Figure 2.1). Par souci de simplification, nous avons considéré dans nos simulations que la sortie du câble est reliée directement à l'impédance d'entrée de l'oscilloscope (Figure 2.28).

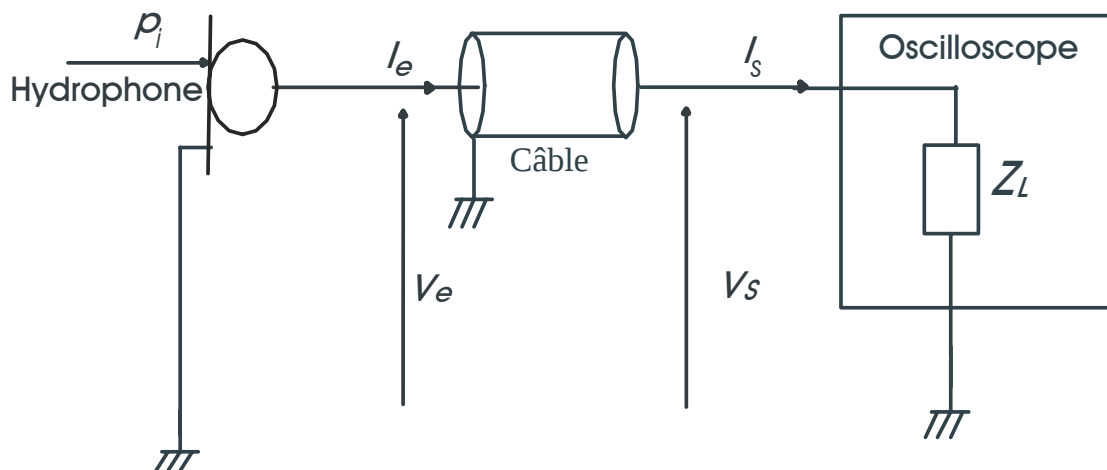


Figure 2.28 : Chaîne de réception simulée.

2.4 Fonction de transfert temporelle de la chaîne de réception

La fonction de transfert globale H_s du système (transducteur et câble) avec une charge Z_{ch} , est définie comme le rapport de la tension de sortie du câble à la pression incidente P_i :

$$H_s = \frac{V_s}{P_i} = \left[\frac{V_s}{V_e} \right] \times \left[\frac{V_e}{P_i} \right]. \quad (2.88)$$

Le rapport $\frac{V_s}{V_e}$ est la fonction de transfert du câble. pour déterminer le rapport $\frac{V_e}{P_i}$, on remplace le système, transducteur, câble et charge, par le circuit électrique suivant :

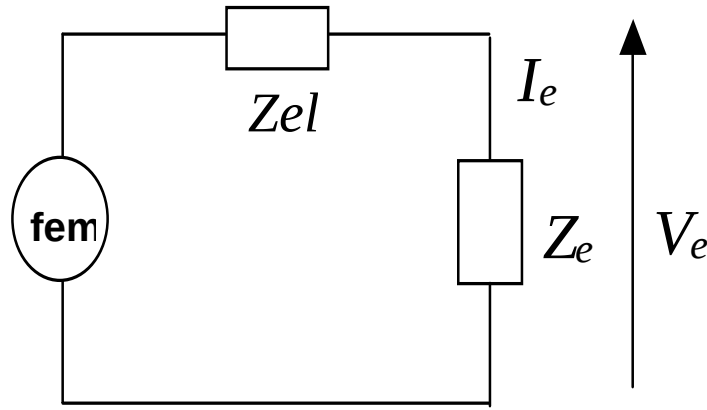


Figure 2.29 : Circuit électrique équivalent de l'hydrophone avec charge.

Si Z_e est l'impédance d'entrée du câble avec charge (2.85), alors :

$$V_e = \frac{Z_e}{Z_e + Z_{el}} H_{h_0} P_i \quad (2.89)$$

A partir de (2.78) et (2.88), on obtient :

$$H_s = \frac{Z_e}{Z_e + Z_{el}} H_{h_0} H_c \quad (2.90)$$

La figure (2.30) illustre les variations de la fonction de transfert globale du système. Le passage au domaine temporel s'effectue à l'aide d'une transformation de Fourier inverse. La réponse impulsionnelle temporelle correspondant à toute la chaîne de réception est donnée par la figure (2.31).

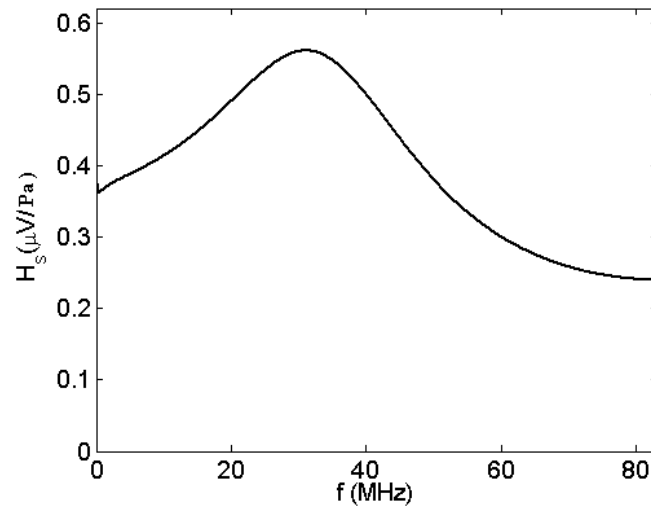


Figure 2.30 : Amplitude de la fonction de transfert du système de réception comprenant hydrophone (rayon $r_h = 0,5\text{mm}$), câble de longueur $L = 1\text{m}$ fermé sur une impédance de charge $Z_{ch} = Z_{osci} = 1\text{M}\Omega // 6\text{pF}$.

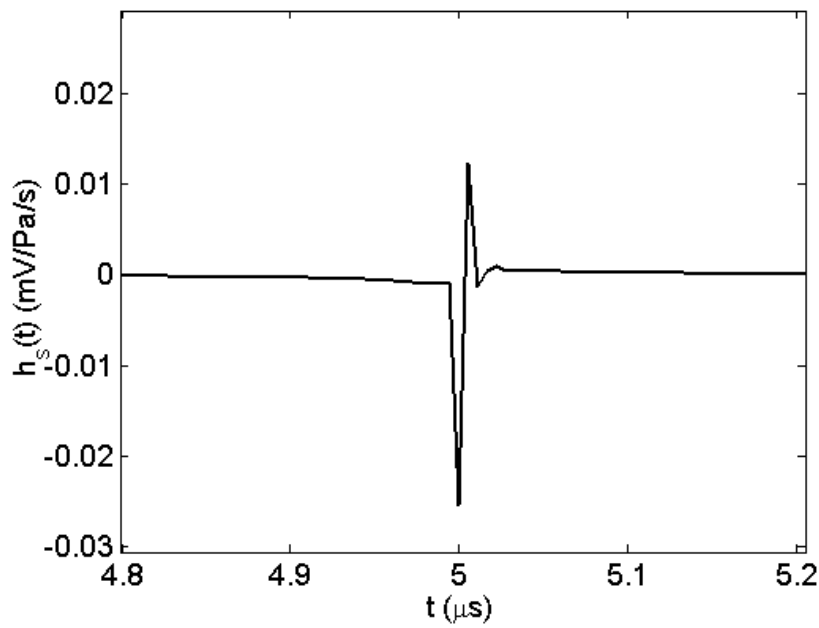


Figure 2.31 : Réponse impulsionnelle de toute la chaîne de réception (Hydrophone à ouverture circulaire de rayon $r_h = 0,5\text{mm}$, câble de longueur $L = 1\text{m}$ et $Z_{ch} = Z_{osci}$).

En comparant la fonction de transfert de l'hydrophone chargé par l'impédance de la chaîne de mesure à celle de l'hydrophone à vide, ainsi que les réponses impulsionnelles correspondantes (Figure 2.32), nous pouvons faire les remarques suivantes :

La fréquence de résonance globale du système comparée à celle de l'hydrophone seul est décalée vers les basses fréquences ($f_r = 31\text{MHz}$ au lieu de $36,6\text{MHz}$) et sa largeur de bande est plus grande (bande passante : $42,09\text{MHz}$ au lieu de $31,31\text{MHz}$ à -3dB). En plus, on constate une chute de l'amplitude de la fonction de transfert de -36dB ainsi que la disparition de la résonance du câble. Cette chute importante de la sensibilité en réception est due à la mauvaise adaptation d'impédance entre l'hydrophone et le reste de la chaîne de mesure.

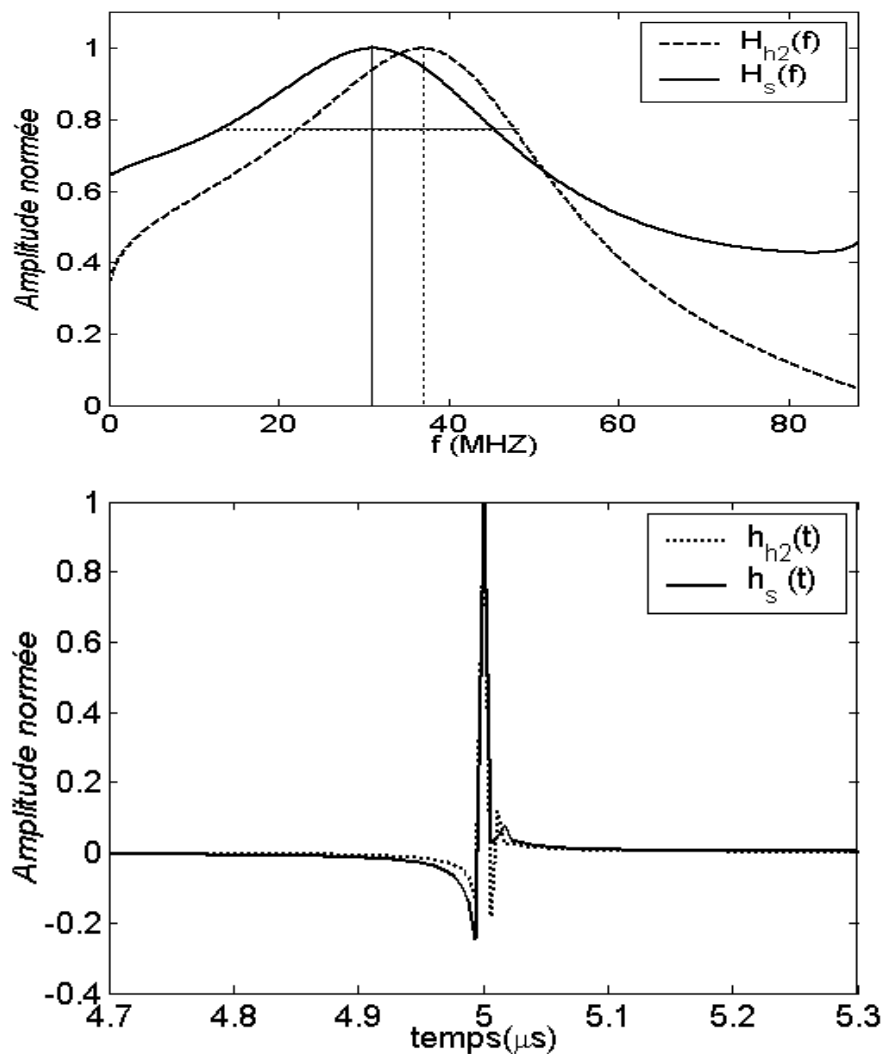


Figure 2.32 : Module de la fonction de transfert normée de l'hydrophone seul, à vide, et de la chaîne de mesure (Hyd+câble + charge) et les réponses impulsionnelles correspondantes.

Afin d'interpréter ces résultats, on trace les variations des facteurs $G = \frac{Z_e}{Z_e + Z_{él}}$ et $\dot{G} = G H_c$ en fonction de la fréquence. Ces variations montrent que le facteur G présente une valeur nulle à $f = 50\text{MHz}$. Ceci explique la disparition de l'effet de la résonance du câble. Il présente aussi des valeurs plus élevées aux faibles fréquences, d'où le décalage de la fréquence de résonance vers les basses fréquences ($0 - 30\text{MHz}$).

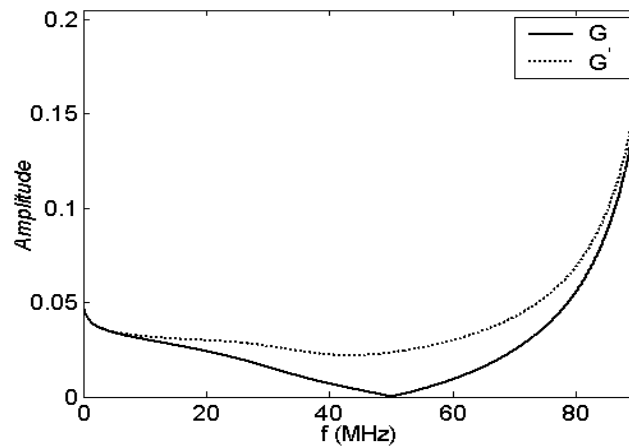


Figure 2.33 : Variation fréquentielle de l'amplitude des facteurs G et $\dot{G}$.

Ces conditions permettent de diminuer l'effet du câble qui se traduit par des oscillations se superposant au signal utile. Dans le cas contraire, ces oscillations prennent une proportion importante comme le montre la figure (2.34) donnant la réponse impulsionnelle du système avec une impédance de charge $Z_{ch} = 1\Omega$.

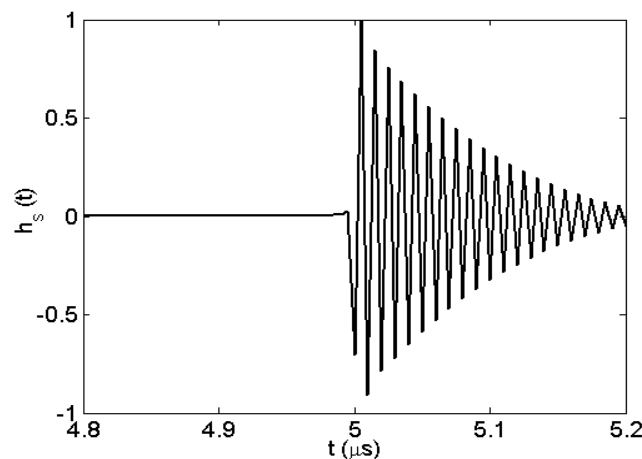


Figure 2.34 : Effet de résonance du câble sur la réponse impulsionnelle de toute la chaîne de mesure ($Z_{ch} = 1\Omega$).

La fonction de transfert ainsi que la réponse impulsionnelle pour toute la chaîne de réception pour le cas d'hydrophones à ouverture linéaire et rectangulaire sont illustrées sur les figures (2.35) et (2.36) respectivement.

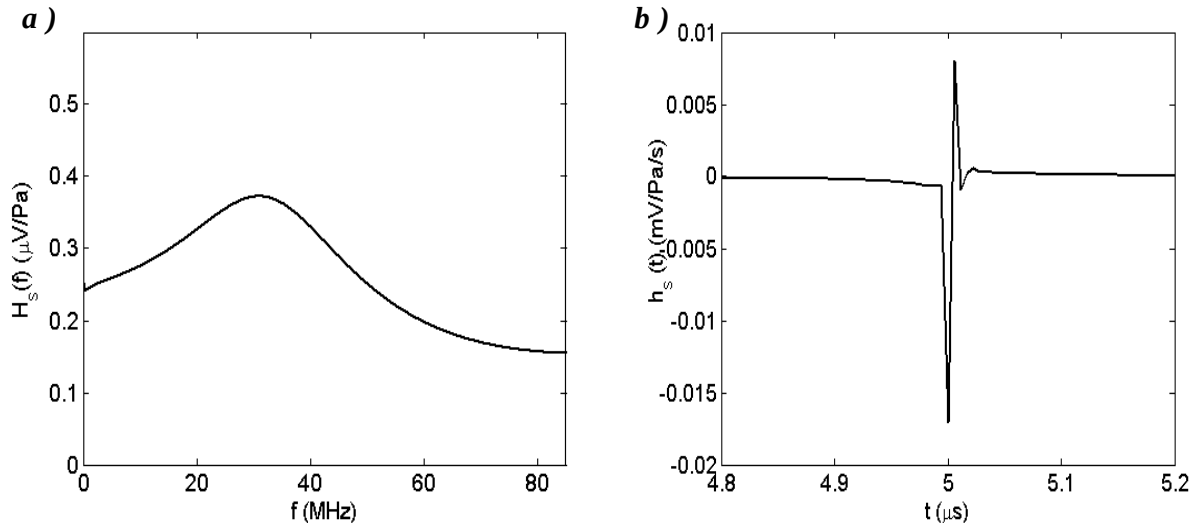


Figure 2.35 : Module de la fonction de transfert (a) et réponse impulsionnelle (b) de la chaîne de mesure dans le cas d'un hydrophone à ouverture linéaire de longueur ($L_h = 2,6\text{mm}$).

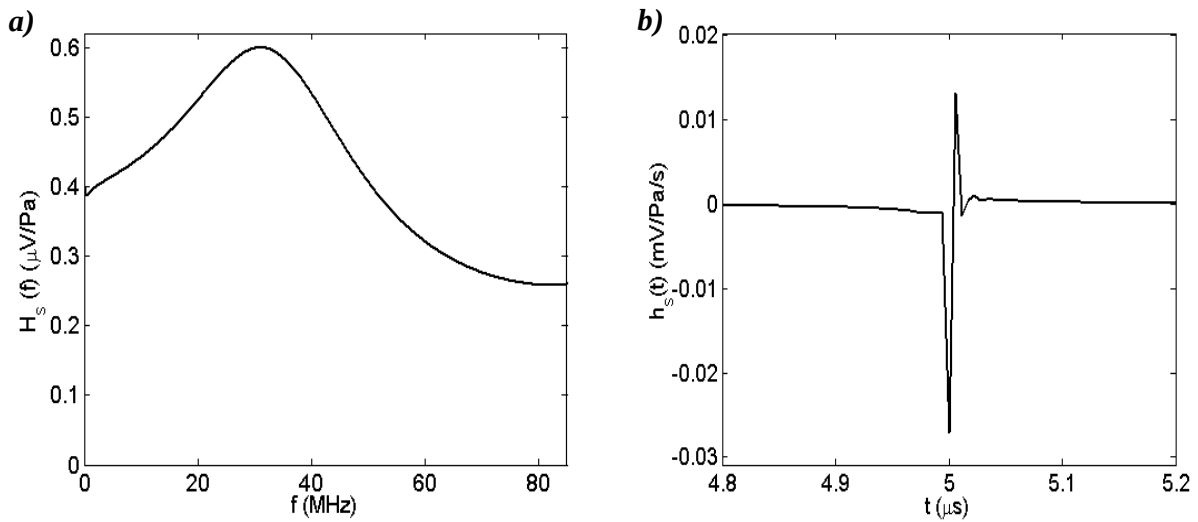


Figure 2.36 : Module de la fonction de transfert (a) et réponse impulsionnelle (b) de la chaîne de mesure dans le cas d'un hydrophone à ouverture rectangulaire de longueur $L_h = 1,4\text{mm}$ et largeur $l_h = 0,6\text{mm}$.

Les deux types d'hydrophone (linéaire et rectangulaire) ayant les mêmes caractéristiques et étant connectés à la chaîne de mesure, les variations des réponses impulsionnelles de toute la chaîne de mesure (Figure 2.36 , Figure 2.37) ne peuvent être expliquées que par les variations de leurs impédances électriques, qui sont dues aux différentes dimensions de l'ouverture.

2.5 Bruit du système de mesure

L'introduction du bruit dans le problème de la déconvolution donne tout le sens physique au problème. En effet, il est impensable de vouloir effectuer une mesure d'un signal sans que ce dernier ne soit corrompu de bruit. De plus toute mesure physique est entachée d'une incertitude plus ou moins importante. Afin de se rapprocher des conditions réelles de mesure, nous avons considéré que le signal de sortie de la chaîne de mesure était corrompu par un bruit stationnaire non corrélé au signal utile. De plus, ce bruit est supposé être blanc et à distribution Gaussienne. Cette dernière est donnée par la loi :

$$pr(n) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp -\left(\frac{n - n_m}{2\sigma}\right)^2 \quad (2.91)$$

La représentation de ce bruit, avec une valeur moyenne $n_m = 2,32\mu\text{V}$ et un écart type $\sigma = 7,1\text{mV}$ qui sont obtenus pour un rapport signal sur bruit (SNR) de 40 dB et un niveau de référence de 1V, est donnée par la figure (2.37). Sa distribution statistique est illustrée dans (Figure 2.38). Le bruit peut être d'origine interne au processus de mesure (bruit acoustique et thermique, bruit électronique), ou alors externe, essentiellement composé par un signal parasite capté en même temps que le signal utile [Rhy98, Bru98].

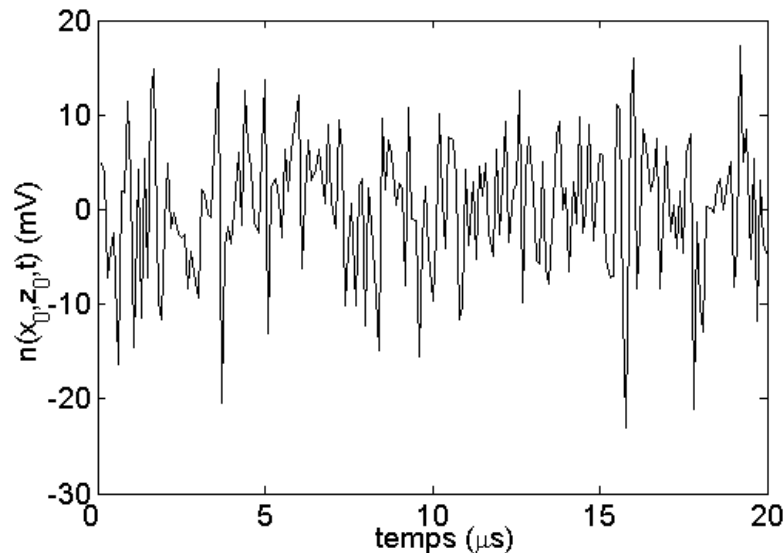


Figure 2.37 : Bruit blanc à distribution gaussienne se superposant à la tension délivrée par chaîne de mesure (SNR= 40 dB, Réf=1V).

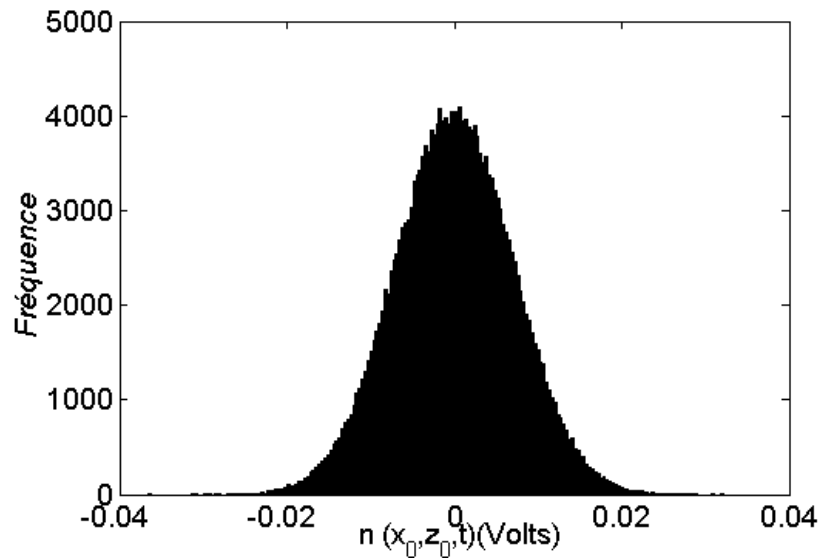


Figure 2.38 : Description statistique du bruit représenté dans la figure 2.37 ($n_m = 2, 32\mu V$, $\sigma = 7, 1mV$)

2.6 Conclusion

Ce chapitre nous a permis de déterminer les propriétés de transmission spatio-temporelles de toute la chaîne de réception. En partant de sa linéarité et de son invariance, dans le temps et dans l'espace, nous avons caractérisé cette chaîne par sa réponse impulsionnelle spatio-temporelle et sa fonction de transfert correspondante en tenant compte, des pertes mécaniques et diélectriques dans le PVDF. Dans ce qui suit, ces effets seront considérés afin de déterminer la réponse de la chaîne de réception au champ de pression reçu.

Chapitre 3

Influence des effets spatio-temporels de la chaîne de mesure sur le champ ultrasonore

3.1 Introduction

Ce chapitre est consacré à l'étude de l'influence des propriétés de transmission spatio-temporelles de toute la chaîne de réception ainsi que de l'effet du bruit du système sur le champ ultrasonore "mesuré". Nous considérons d'abord le cas unidimensionnel, celui d'un hydrophone à ouverture linéaire. Par la suite, l'étude sera généralisée au cas bidimensionnel, celui des hydrophones à ouvertures circulaire et rectangulaire de dimensions finies.

La tension électrique à la sortie de la chaîne de mesure est donnée par [Bou00] :

$$v(x, y, z_0, t) = p(x, y, z_0, t) \otimes_{xyt} h(x, y, t). \quad (3.1)$$

$h(x, y, t)$ est la réponse impulsionnelle de la chaîne de réception avec charge. De plus, dans notre modèle linéaire, nous tenons compte du bruit du système de mesure (Figure 3.1). Ce dernier est supposé être additif (non corrélé au signal utile).

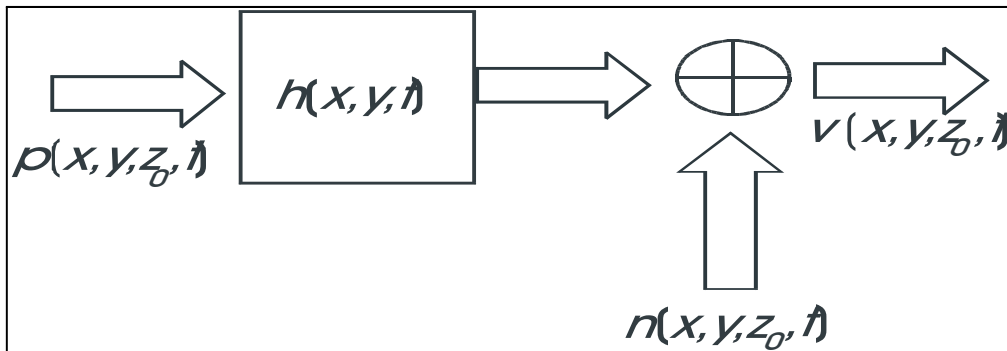


Figure 3.1 : Modèle linéaire bidimensionnel pour l'acquisition du champ de pression ultrasonore.

$n(x, y, z_0, t)$ est la composante de la tension électrique due au bruit du système. La tension délivrée par la chaîne de mesure est donc donnée par :

$$v(x, y, z_0, t) = p(x, y, z_0, t) \otimes_{xyt} h(x, y, t) + n(x, y, z_0, t). \quad (3.2)$$

Dans le domaine des fréquences spatio-temporelles, cette tension devient :

$$\mathcal{V}(f_x, f_y, z_0, f) = \mathcal{P}(f_x, f_y, z_0, f) \mathcal{H}(f_x, f_y, f) + \mathcal{N}(f_x, f_y, z_0, f). \quad (3.3)$$

où $\mathcal{H}(f_x, f_y, f)$ représente la fonction de transfert du système de réception avec charge. $\mathcal{V}$, $\mathcal{P}$ et $\mathcal{N}$

sont respectivement les fonctions de transfert spatio-temporelles de la tension, de la pression et du bruit

La réponse impulsionnelle de toute la chaîne de réception $h(x, y, t)$ est donnée par le produit de convolution suivant :

$$h(x, y, t) = h_h(x, y, t) \otimes_t h_c(t), \quad (3.4)$$

où $\otimes_t$ est l'opérateur de convolution temporelle. $h_h(x, y, t)$ et $h_c(t)$ représentent la réponse impulsionnelle spatio-temporelle de l'hydrophone et la réponse impulsionnelle temporelle du câble avec charge

Compte tenu des équations (3.3) et (2.4), la tension délivrée par l'hydrophone devient :

$$v(x, y, z_0, t) = p(x, y, z_0, t) \otimes_{xy} h_{h_1}(x, y) \otimes_t h_{h_2}(t) \otimes_t h_c(t) + n(x, y, z_0, t). \quad (3.5)$$

La réponse impulsionnelle temporelle de toute la chaîne de réception avec charge est donnée par le produit de convolution temporelle de la réponse impulsionnelle temporelle de l'hydrophone et celle du câble avec charge, soit :

$$h_s(t) = h_{h_2}(t) \otimes_t h_c(t). \quad (3.6)$$

A partir des expressions (3.4) et (3.5), la tension à la sortie de la chaîne de réception peut être écrite :

$$v(x, y, z_0, t) = p(x, y, z_0, t) \otimes_{xy} h_{h_1}(x, y) \otimes_t h_s(t) + n(x, y, z_0, t), \quad (3.7)$$

ou, dans le domaine des fréquences correspondantes, par :

$$\mathcal{V}(f_x, f_y, z_0, f) = \mathcal{P}(f_x, f_y, z_0, f) \mathcal{H}_{h_1}(f_x, f_y) \mathcal{H}_s(f) + \mathcal{N}(f_x, f_y, z_0, f). \quad (3.8)$$

$\mathcal{H}_s(t)$ est la fonction de transfert temporelle de toute la chaîne de réception et $\mathcal{H}_{h_1}(f_x, f_y)$ la fonction de transfert spatiale bidimensionnelle de l'hydrophone.

3.2 Cas unidimensionnel

Afin d'étudier l'influence des effets spatio-temporels de la chaîne de mesure, nous considérons, par souci de simplification, d'abord le cas unidimensionnel. Une telle configuration permet de restreindre le domaine spatial à étudier à une seule dimension. De plus, un tel récepteur peut constituer un élément d'une barette linéaire utilisée en échographie ultrasonore. L'expression de la tension de sortie de la chaîne de réception se réduit à :

$$v(x, z_0, t) = p(x, z_0, t) \otimes_x h_{h_1}(x) \otimes_t h_s(t) + n(x, z_0, t). \quad (3.9)$$

$h_{h_1}(x)$ est la réponse impulsionnelle spatiale de l'hydrophone à ouverture linéaire.

De même, dans le domaine des fréquences spatio-temporelles, l'expression (3.9) devient :

$$\mathcal{V}(f_x, z_0, f) = \mathcal{P}(f_x, z_0, f) \mathcal{H}_{h_1}(f_x) \mathcal{H}_s(f) + \mathcal{N}(f_x, z_0, f), \quad (3.10)$$

avec $\mathcal{H}_{h_1}(f_x)$ la fonction de transfert spatiale unidimensionnelle de l'hydrophone.

3.2.1 Effet des propriétés spatiales (moyennage)

Un récepteur réel a une ouverture de taille finie. Il répond à la valeur moyenne spatiale sur cette ouverture de la pression incidente. Cette dernière est obtenue par convolution spatiale de la pression rayonnée avec la fonction d'ouverture de l'hydrophone, soit :

$$\langle p(x, z_0, t) \rangle = p(x, z_0, t) \otimes_x h_{h_1}(x). \quad (3.11)$$

A l'aide d'un hydrophone à ouverture linéaire ($L_h = 2,6\text{mm}$), caractérisé par la réponse impulsionnelle spatiale $h_{h_1}(x)$ (Figure 2.4), nous effectuons un balayage radial du champ à la distance $z = z_0$ de l'émetteur, dans la direction de la longueur de l'hydrophone, avec un pas constant $\Delta x = 0,2\text{mm} \simeq 0,3\lambda_c$ (Figure 3.2). Le choix de ce pas, revient à discrétiser l'ouverture de l'hydrophone en 13 éléments.

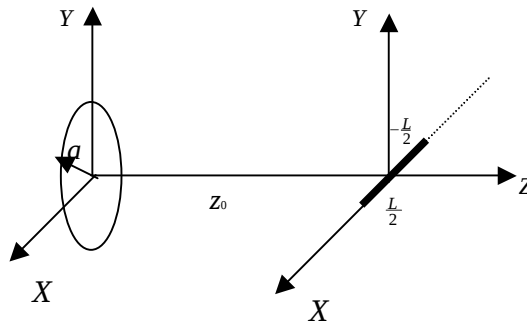


Figure 3.2 : Géométrie du problème unidimensionnel : balayage radial du champ à l'aide d'un hydrophone à ouverture linéaire.

L'effet des propriétés spatiales de l'hydrophone sur le champ de pression mesuré à différentes distances radiales sont illustrées par la figure (3.3). Par comparaison au champ de pression rayonné (Figure 1.6), nous remarquons que l'onde plane n'est pas affectée par le moyennage spatial. Ceci est dû au fait que tous les points du récepteur sont atteints par l'onde plane simultanément [Dje90]. Par contre, l'onde de bord est considérablement modifiée. Elle est étalée dans le temps et son amplitude est réduite.

L'effet du moyennage spatial est mieux décrit dans le domaine des fréquences spatiales. Nous avons montré dans §1.2.1.4 que la DSP spatiale du champ de pression original présente un maximum d'amplitude pour $f = 2,25\text{MHz}$. A cette fréquence, nous avons tracé la DSP spatiale du champ moyenné, ainsi que le carré du module de la fonction de transfert spatiale de l'hydrophone (Figure 3.4).

La fonction de transfert de l'hydrophone linéaire est définie par la fonction $\text{sinc}(\frac{k_x L}{2})$. Cette dernière s'annule pour $\frac{k_x L_h}{2} = 0$. Ceci correspond à $f_x = \frac{n}{L_h}$, n est un entier. A ces fréquences spatiales, la DSP spatiale de la pression moyennée présente des valeurs atténuées par rapport à la DSP du champ original. Globalement, pour les basses fréquences les deux spectres se superposent. Ceci correspond physiquement à l'arrivée d'ondes planes avec une incidence normale ou voisine de la normale. La fonction de transfert agit donc, dans le domaines des fréquences spatiales, comme un filtre passe bas.

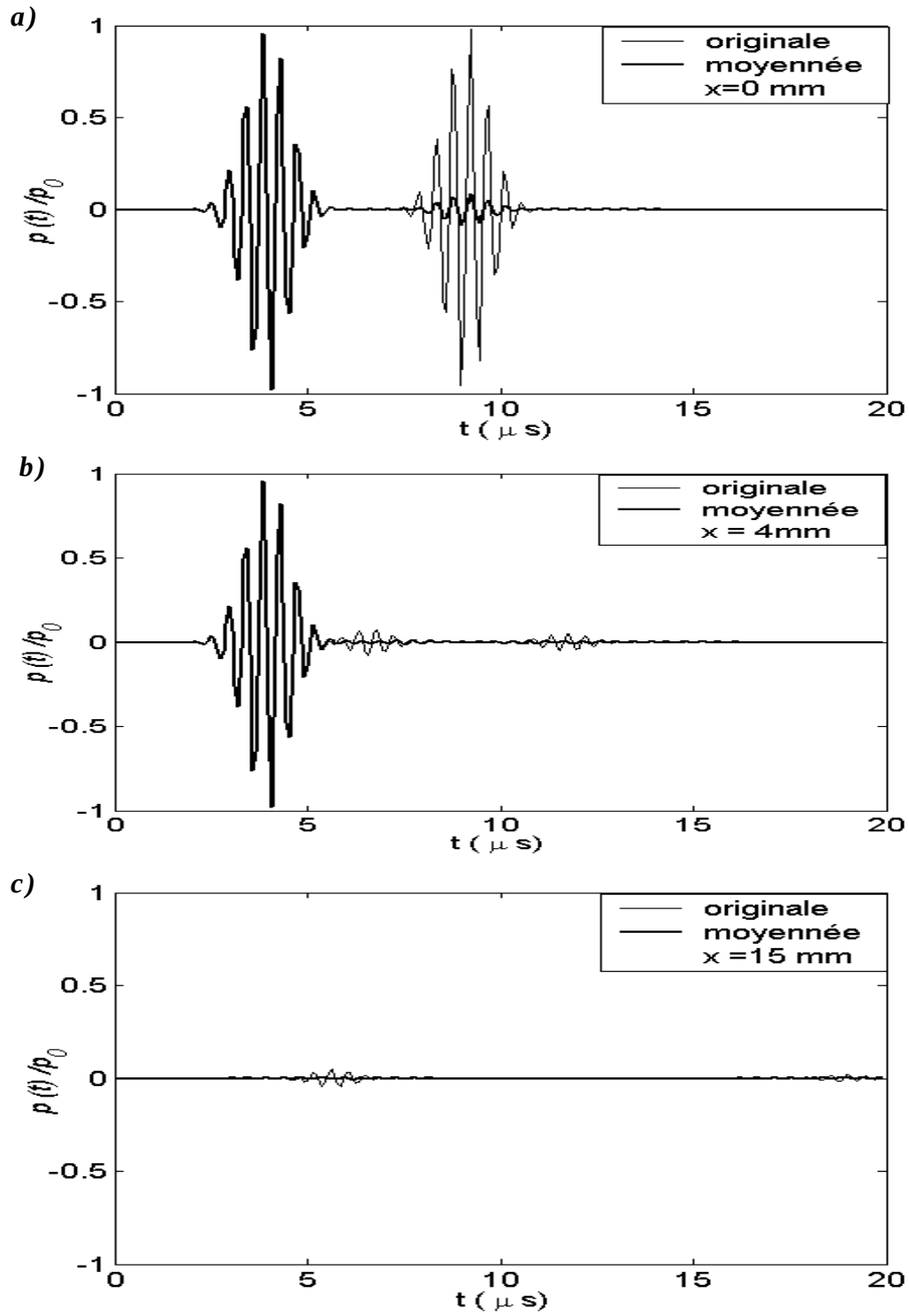


Figure 3.3 : Variation en fonction du temps, de la pression normée "mesurée" par un récepteur linéaire ($L_h = 2,6 \text{ mm} \simeq 3,9 \lambda_c$) à $z_0 = 3 \text{ mm}$ et à différentes distances radiales de la source a) $x = 0 \text{ mm}$, b) $x = 4 \text{ mm}$ et c) $x = 15 \text{ mm}$. Emetteur : piston de rayon ($a = 10,3 \text{ mm}$) monté dans un baffle rigide.

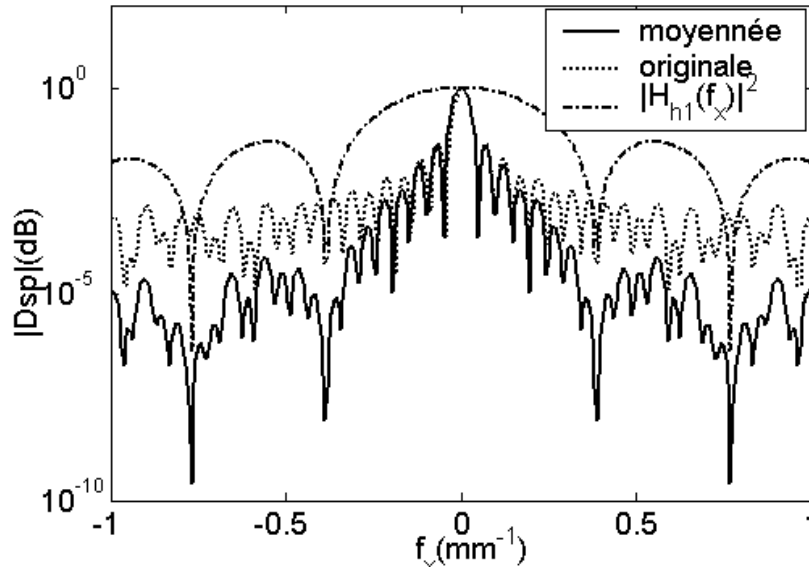


Figure 3.4 : Variation, à $f = f_c = 2,25\text{MHz}$, des DSP spatiales du champ de pression original, du champ moyenné par un hydrophone de longueur $L_h = 2,6\text{mm} \simeq 3,9\lambda_c$, et du carré de la fonction de transfert spatiale de l'hydrophone.

3.2.1.1 Influence de la taille du récepteur

Pour étudier l'influence de la taille de l'hydrophone sur le moyennage spatial, nous considérons trois hydrophones à ouverture linéaire de tailles différentes, placés sur l'axe, à la même distance $z = z_0 = 3\text{mm}$. La Figure (3.5) montre que l'effet du moyennage augmente avec l'augmentation de la taille de l'ouverture de l'hydrophone. Ceci se traduit par une amplitude de plus en plus réduite de l'onde de bord.

3.2.1.2 Influence de la position axiale :

En faisant varier la position du récepteur tout le long de l'axe (Figure 3.6), on remarque que l'effet du moyennage diminue lorsqu'on éloigne le récepteur de la source. On se rapproche alors du résultat que donnerait un récepteur ponctuel. En effet, les angles d'incidence des ondelettes issues de l'émetteur se rapprochant de la normale, le comportement global de l'onde arrivant sur le récepteur se rapproche de celui d'une onde plane. Cependant, en raison du fait de la réduction de la différence des trajets de l'onde plane et de l'onde de bord, ces deux ondes interfèrent de plus en plus lorsque la distance z augmente.

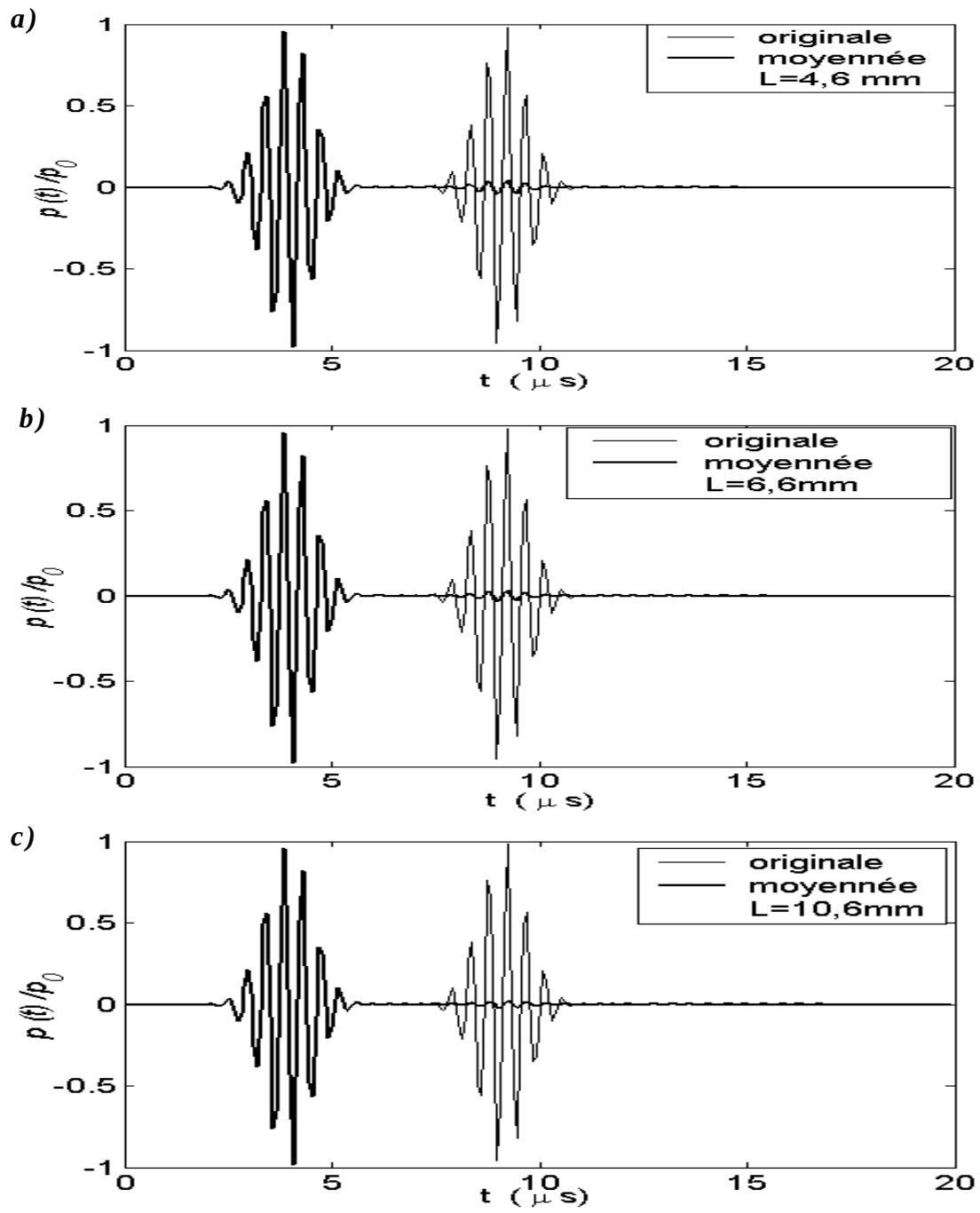


Figure 3.5 : Pression moyennée par des hydrophones à ouvertures de longueurs *a)* $L_h = 4,6 \text{ mm} \simeq 6,86\lambda_c$, *b)* $L_h = 6,6 \text{ mm} \simeq 9,85\lambda_c$ et *c)* $L_h = 10,6 \text{ mm} \simeq 15,82\lambda_c$.

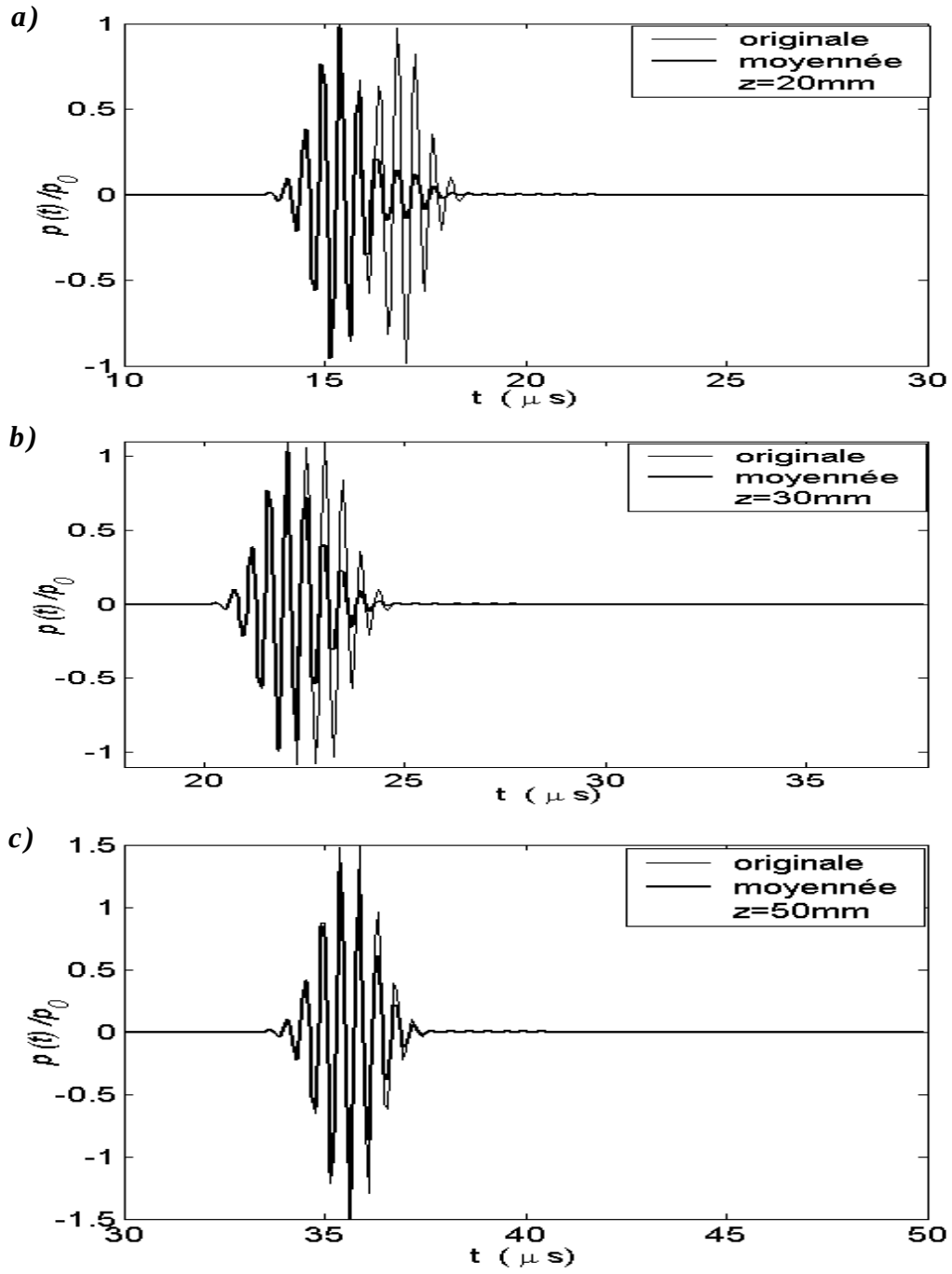


Figure 3.6 : Pression moyennée par un hydrophone à ouverture de longueur $L_h = 2,6\text{ mm} \simeq 3,9\lambda_c$; $\lambda_c = 0,67\text{mm}$ à $x = 0\text{mm}$ et à différentes distances axiales de la source $a) z = 20\text{mm}$, $b) z = 30\text{mm}$ et $c) z = 50\text{mm}$.

3.2.2 Effet des propriétés temporelles

L'influence de la réponse impulsionnelle temporelle de l'hydrophone sur le champ de pression est obtenue en convoluant la pression spatialement moyennée avec cette réponse, soit :

$$v(x, z_0, t) = \langle p(x, z_0, t) \rangle \otimes_t h_s(t). \quad (3.12)$$

La réponse impulsionnelle de la chaîne de réception pour cet hydrophone est donnée par la figure (2.36). La figure (3.7) montre la réponse de l'hydrophone, lorsque il est placé sur l'axe et à la distance axiale $z = z_0$ de l'émetteur. On remarque que la tension obtenue présente globalement la même forme temporelle que celle de la pression moyennée.

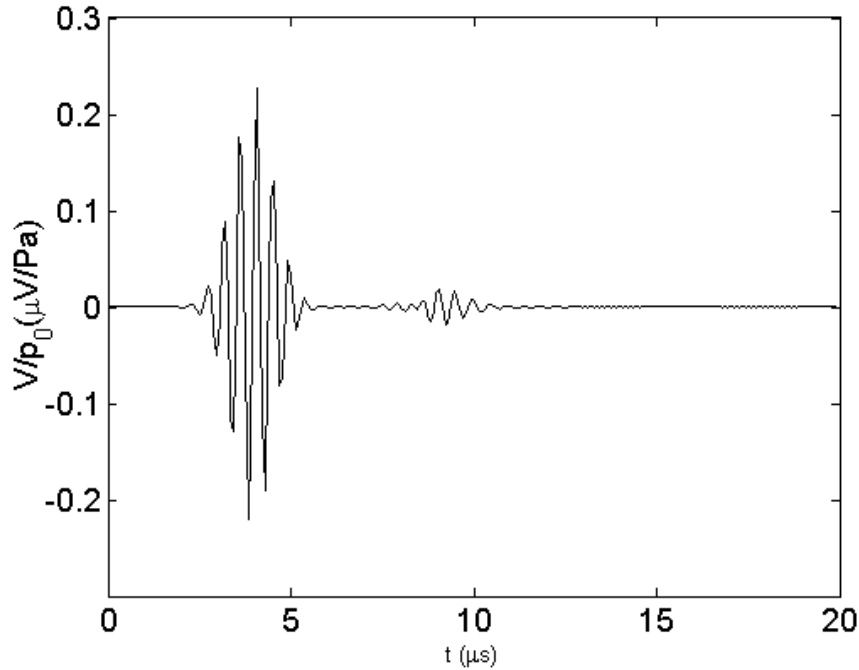


Figure 3.7 : Tension électrique à la sortie de la chaîne de mesure à $x = 0\text{mm}$ et $z_0 = 3\text{mm}$ de la source. Emetteur : piston de rayon ($a = 10,3\text{ mm}$) monté dans un baffle rigide.

Le passage au domaine fréquentiel nous permet de mieux interpréter ce résultat. La tension de sortie, définie par l'équation (3.9), est donnée par le produit de la fonction de transfert de l'hydrophone $H_s(f)$ et de la transformée de Fourier temporelle de la pression moyennée $\langle P(x, z_0, f) \rangle$, soit :

$$V(x, z_0, f) = \langle P(x, z_0, f) \rangle H_s(f). \quad (3.13)$$

La Figure (3.8) représente la fonction de transfert temporelle de l'hydrophone ainsi que le spectre de la pression moyennée normée.

Cette figure montre que la fonction de transfert temporelle de l'hydrophone ne présente pas de variations importantes sur la gamme de fréquences contenues dans le spectre de la pression moyennée, Pour cela la tension obtenue ne subit aucune distorsion par rapport à la pression moyennée.

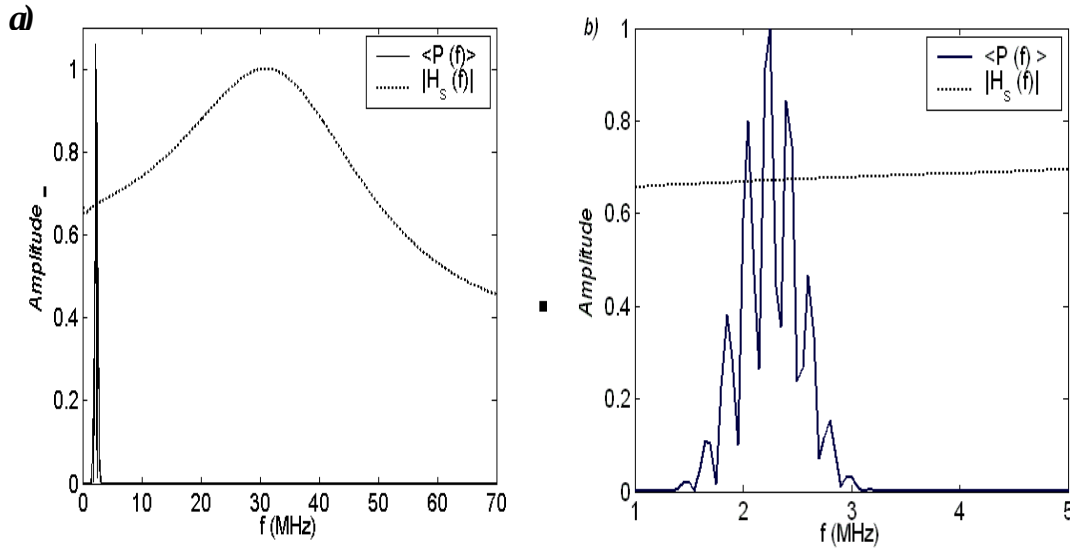


Figure 3.8 : Amplitudes de la transformée de Fourier de la pression moyennée spatialement et de la fonction de transfert temporelle de la chaîne de mesure, a) $0 \leq f \leq 70$ MHz, b) $1 \text{ MHz} \leq f \leq 5 \text{ MHz}$ (Hydrophone linéaire : $L_h = 2,6 \text{ mm}$, $f_c = 2,25 \text{ MHz}$, $x = 0$, $z = 3 \text{ mm}$).

3.2.2.1 Influence du contenu fréquentiel de la pression

Pour pouvoir visualiser les effets causés par les propriétés de transmissions temporelles sur le champ de pression, nous considérons le cas d'une impulsion de pression générée à la face du récepteur ayant une fréquence centrale $f_c = 22,5 \text{ MHz}$ et une largeur de bande $24,6 \text{ MHz}$ (à -3 dB). La pression rayonnée sur l'axe à $z = 3 \text{ mm}$ de la source est donnée par la figure (3.9). Comme les impulsions sont de très courte durée, et du fait que nous nous intéressons à la forme des signaux, nous représentons l'onde plane et l'onde de bord séparément.

La figure (3.10) représente le spectre de la pression moyennée normée ainsi que l'amplitude de la fonction de transfert du système de mesure. Elle montre que le spectre de cette pression moyennée correspond à une gamme de fréquences pour lesquelles la fonction de transfert

temporelle présente des variations importantes. On remarque la présence des minima et des maxima superposés au spectre. Ces derniers sont dûs au retard de l'onde de bord par rapport à l'onde plane.

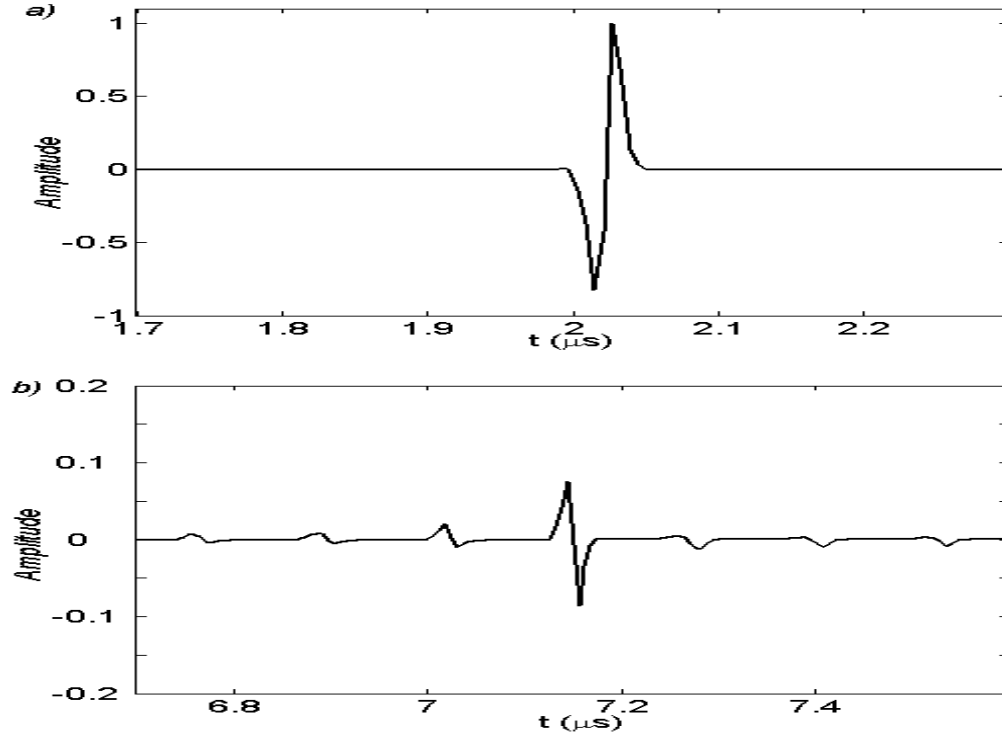


Figure 3.9 : Impulsion de pression générée à la face du récepteur. a) onde plane, b) onde de bord

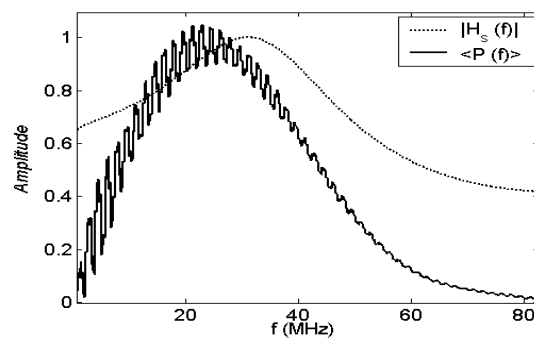


Figure 3.10 : Spectre normé de la pression moyennée et amplitude de la fonction de transfert temporelle de la chaîne de mesure (hydrophone linéaire : $L_h = 2,6\text{mm}$, $f_c = 22,5\text{MHz}$, $x = 0$, $z = 3\text{mm}$).

La tension électrique délivrée par la chaîne de mesure ne garde pas la même forme que celle de la pression moyennée incidente du fait que le contenu du spectre de la pression moyennée est multiplié par des valeurs différentes de la fonction de transfert à différentes fréquences (Figure 3.11)

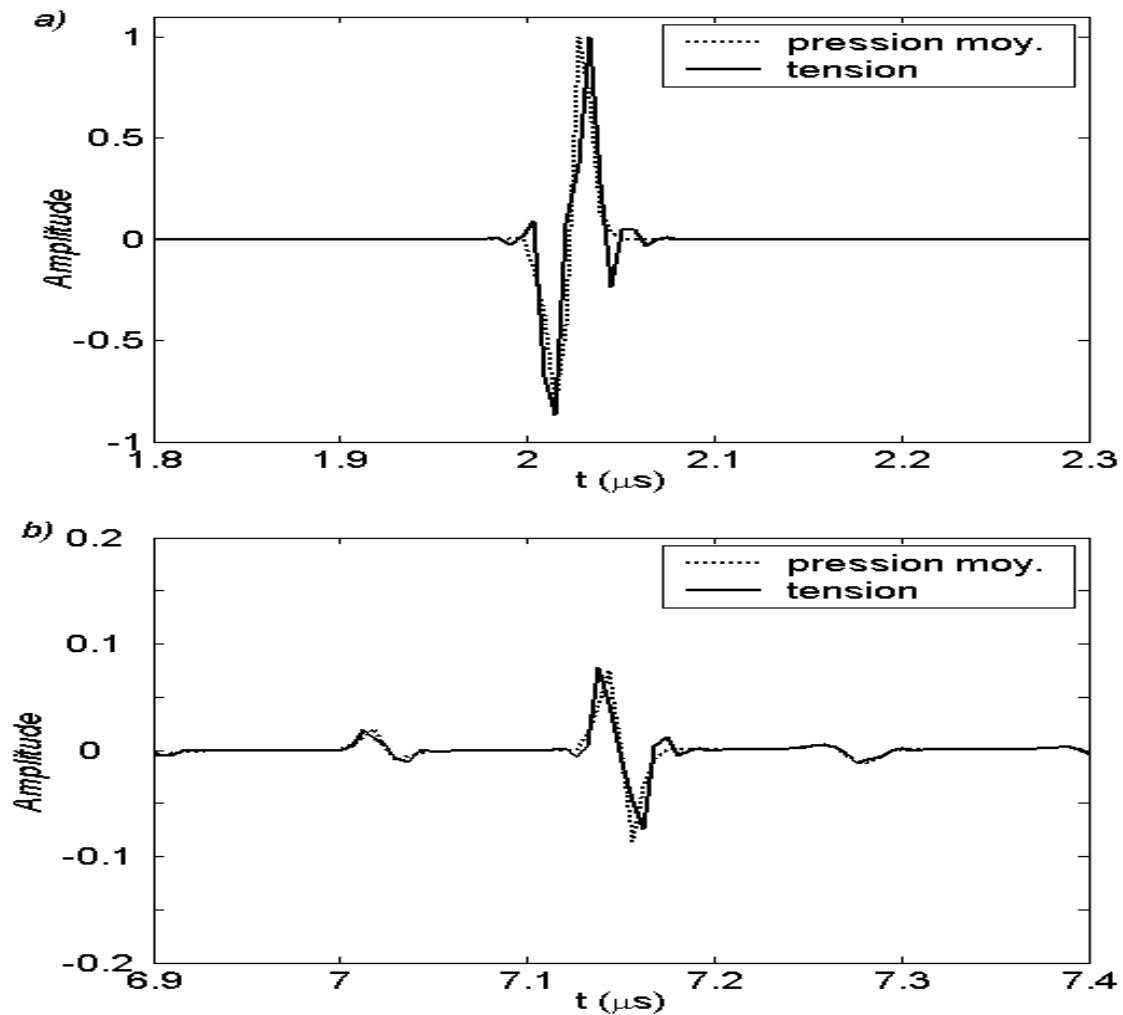


Figure 3.11 : Variation de la pression moyennée originale normée $\langle p \rangle / p_0$, et de la tension de sortie de la chaîne de reception v / p_0 : a) onde plane, b) onde de bord.

Les effets temporels de la fonction de transfert apparaissent clairement en comparant le tracé des spectres de la pression moyennée et de la tension (Figure 3.12). On peut noter que le spectre de la tension est marqué par les variations de la fonction de transfert de la chaîne de réception. La fréquence de résonance du spectre est décalée vers les hautes fréquences (de 22,5 à 31,44MHz).

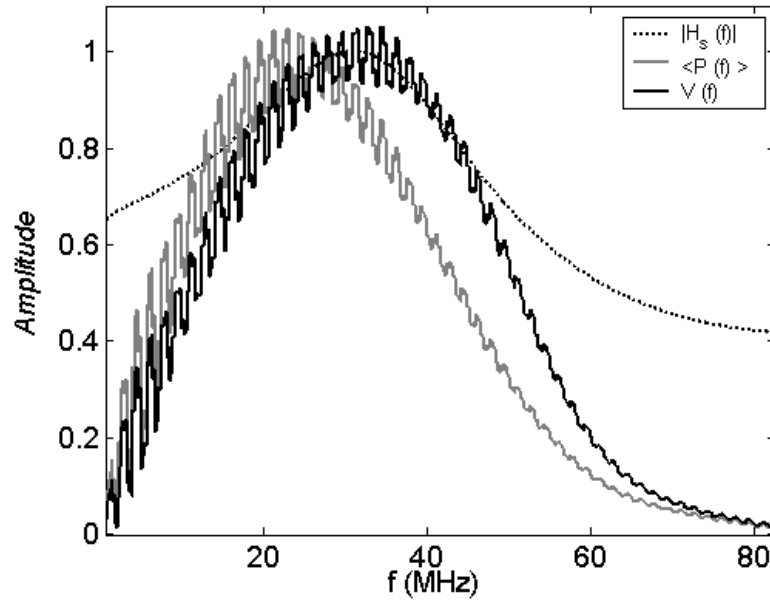


Figure 3.12 : Spectre normé de la pression moyennée et de la tension de sortie, et module de la fonction de transfert temporelle de la chaîne de mesure (hydrophone linéaire :

$L_h = 2,6\text{mm} \simeq 3,9\lambda_c$; $\lambda_c \simeq 0,67\text{mm}$, $f_c = 22,5\text{MHz}$, $x = 0$, $z = 3\text{mm}$).

3.2.3 Effet du bruit de système

Le bruit du système représenté au chapitre précédant (Figure 2.38) est superposé au signal utile avec un rapport signal sur bruit (SNR) défini par [Max72] :

$$SNR|_{dB} = 10 \log_{10} \left(\frac{|V(x, z_0)|_{\max}^2}{2\sigma^2} \right) \quad (3.14)$$

Ceci permet d'obtenir la tension bruitée délivrée par l'hydrophone. La réponse de la chaîne de réception à la pression de l'onde plane incidente d'amplitude maximale est prise pour référence. Cette tension bruitée est illustrée dans la figure (3.13) pour différents SNR.

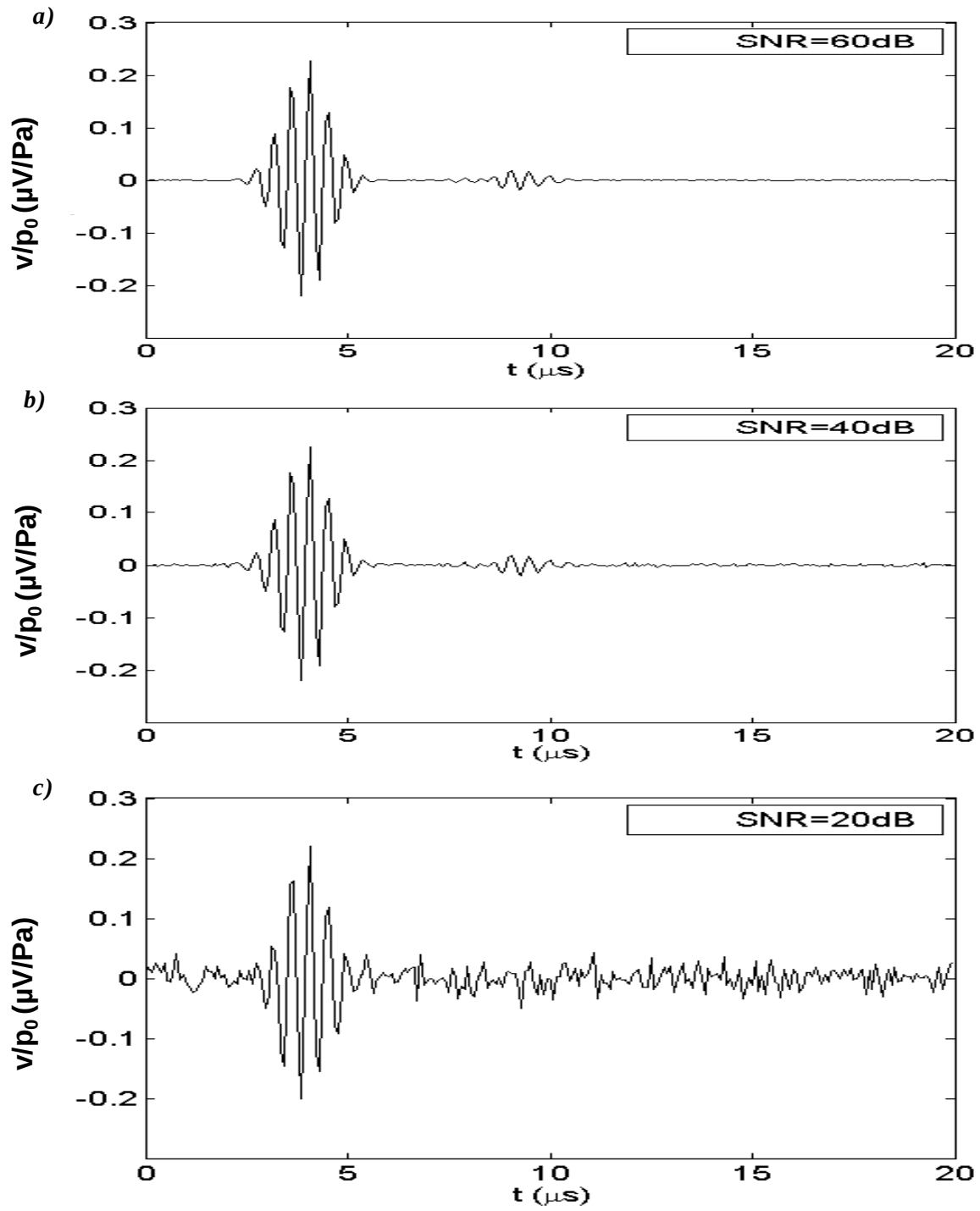


Figure 3.13 : Tension bruitée délivrée par la chaîne de mesure (hydrophone de longueur $L_h=2,6\text{mm}\simeq 3,9\lambda_c$, $x=0\text{mm}$, $z_0=3\text{mm}$, $\lambda_c\simeq 0,67\text{mm}$ avec différents SNR.
a) $\text{SNR}=60\text{dB}$, b) $\text{SNR}=40\text{dB}$ et c) $\text{SNR}=20\text{dB}$.

3.3 Cas bidimensionnel

Le cas bidimensionnel est celui d'hydrophones à ouverture de surface finie (rectangulaire, circulaire). Ceux-ci sont les plus utilisés dans la pratique. Pour cela, nous considérons un hydrophone à ouverture rectangulaire de longueur $L_h = 1,4\text{mm} \simeq 2,1\lambda_c$ et de largeur $l_h = 0,6\text{mm} \simeq 0,85\lambda_c$, et un hydrophone à ouverture circulaire de rayon $r_h = 0,5\text{mm} \simeq 0,75\lambda_c$.

Comme pour le cas de l'hydrophone unidimensionnel, le champ ultrasonore est balayé dans le plan $z = z_0$ dans les deux directions orthogonales x et y avec un pas constant $\Delta x = \Delta y = 0,2\text{mm} \simeq 0,3\lambda_c$. Le choix de ce pas entraîne une discrétisation de la surface réceptrice de l'hydrophone rectangulaire en 3×7 cellules et en 5×5 éléments pour l'hydrophone circulaire (figure 3.14).

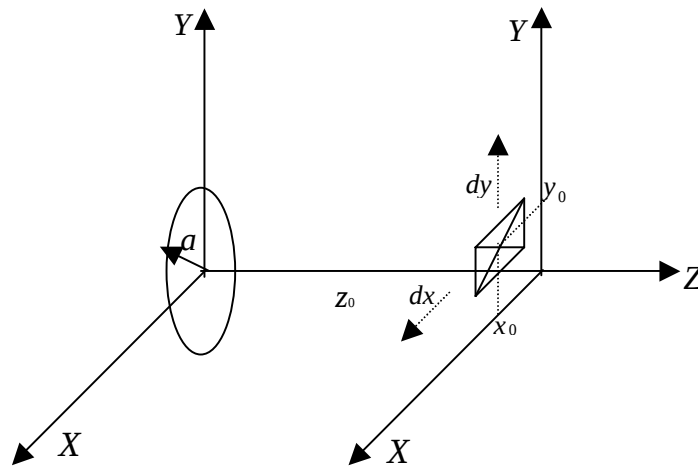


Figure 3.14 : Géométrie du problème bidimensionnel

3.3.1 Effets des propriétés spatiales (moyennage)

La pression moyennée dans le cas bidimensionnel est donnée par :

$$\langle p(x, y, z_0, t) \rangle = p(x, y, z_0, t) \otimes_{xy} h_{h_1}(x, y). \quad (3.14)$$

$h_{h_1}(x, y)$ représente la fonction d'ouverture bidimensionnelle de l'hydrophone.

L'effet du moyennage spatial des hydrophones à ouverture rectangulaire et circulaire défini précédemment sont illustrées par la figure 3.15 pour une position particulière $x_0 = y_0 = 0$, $z_0 = 3\text{mm}$.

Malgré le rapport modéré des dimensions des ouvertures considérées par rapport à la longueur d'onde centrale de l'impulsion ultrasonore ($L_h \simeq 2,1\lambda_c$, $l_h \simeq 0,83\lambda_c$ et $\varnothing \simeq 1,5\lambda_c$), le champ ultrasonore est fortement moyenné. L'onde de bord présente une amplitude très faible

par rapport à l'amplitude du champ original (Figure 1.6). Ceci est dû à la position du récepteur qui est très proche de l'émetteur ($z_0 = 3\text{mm}$).

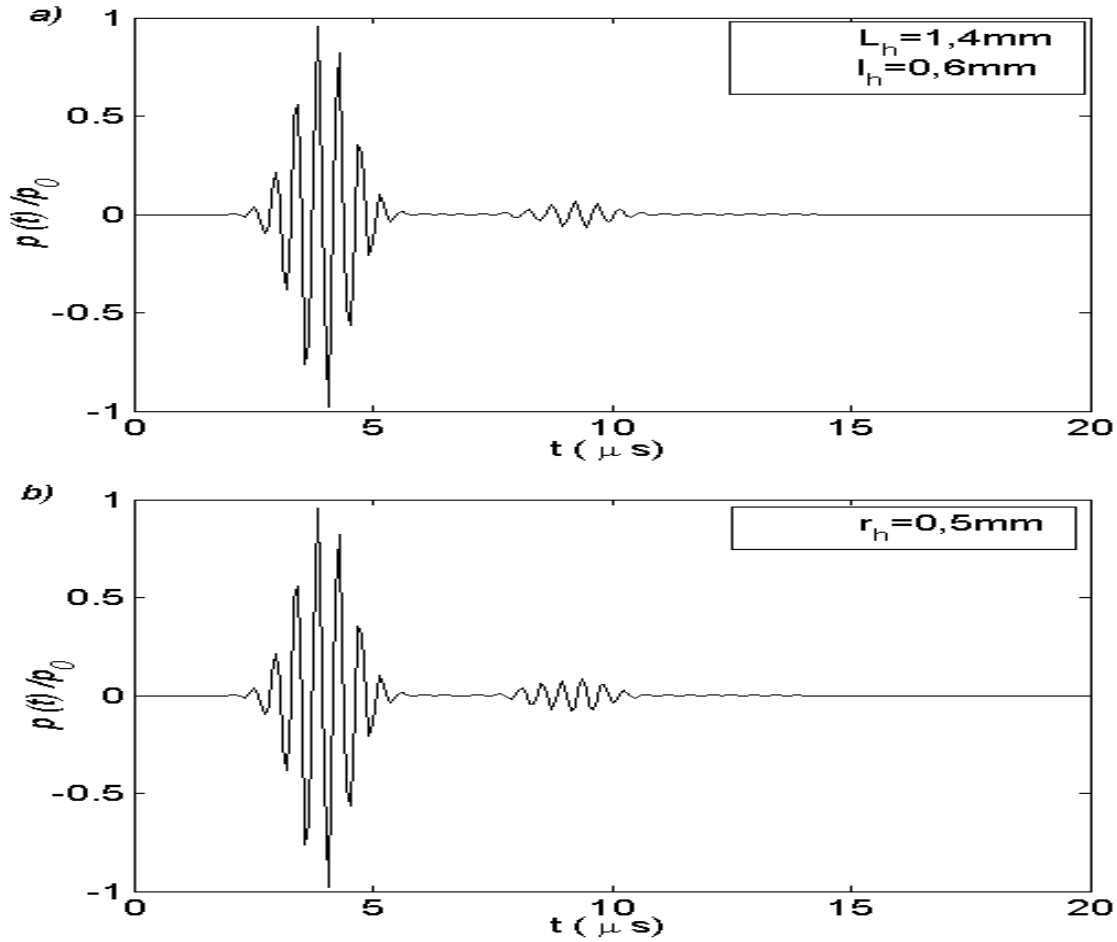


Figure 3.15 : Variation de la pression moyennée en $(x_0 = 0, y_0 = 0, z_0 = 3\text{mm})$ par un hydrophone à ouverture a) rectangulaire de longueur : $L_h = 1.4\text{mm}$ et largeur $l_h = 0.6\text{mm}$, b) circulaire de rayon : $r_h = 0.5\text{mm}$.

Pour l'ouverture rectangulaire, nous effectuons un balayage du champ suivant la direction y à x fixe ($x = 0$) (Figure 3.16.a). De même, on effectue un balayage du champ selon x et on gardant y fixe ($y = 0$) (Figure 3.16.b).

Les résultats de ces "mesures" montrent qu'en raison de la géométrie rectangulaire de l'hydrophone, l'effet du moyennage spatial est plus marqué dans la direction de la longueur de l'hydrophone relativement à la direction de la largeur. Ceci peut être remarqué à partir de l'amplitude des ondes de bord qui sont plus faibles dans la figure (3.16.a) que dans la figure (3.16.b).

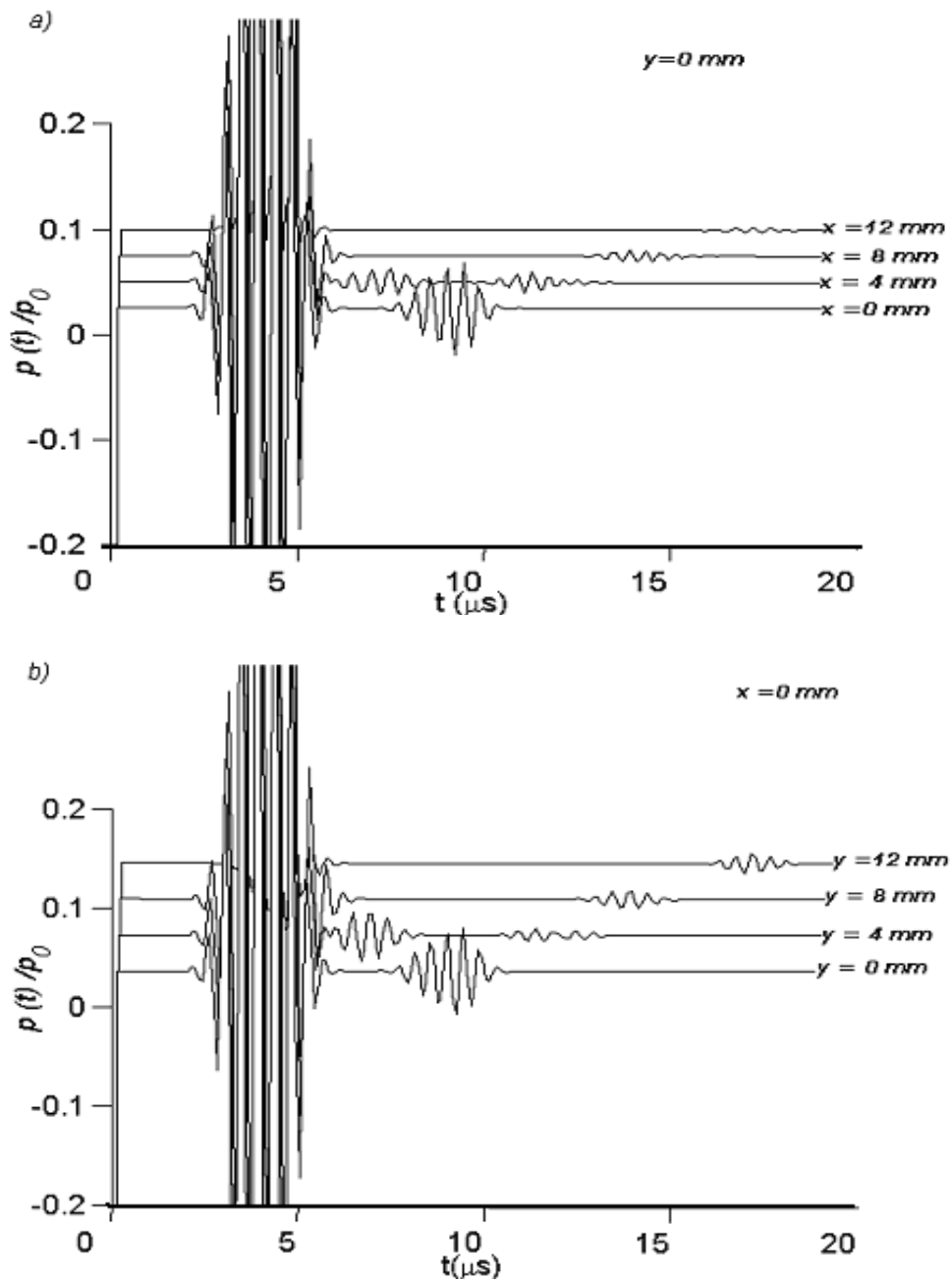


Figure 3.16 : Variation de la pression moyennée par un hydrophone à ouverture rectangulaire de longueur $L_h = 1.4$ mm et largeur $l_h = 0.6$ mm, a) pour $y_0 = 0$ mm et différentes positions x , b) pour $x_0 = 0$ mm et différentes positions y .

Par contre pour le cas d'un hydrophone à ouverture circulaire (Figure 3.17), on remarque que les signaux obtenus à la même distance de l'axe sont identiques. Ceci est dû au fait que le champ rayonné présente une symétrie rotationnelle.

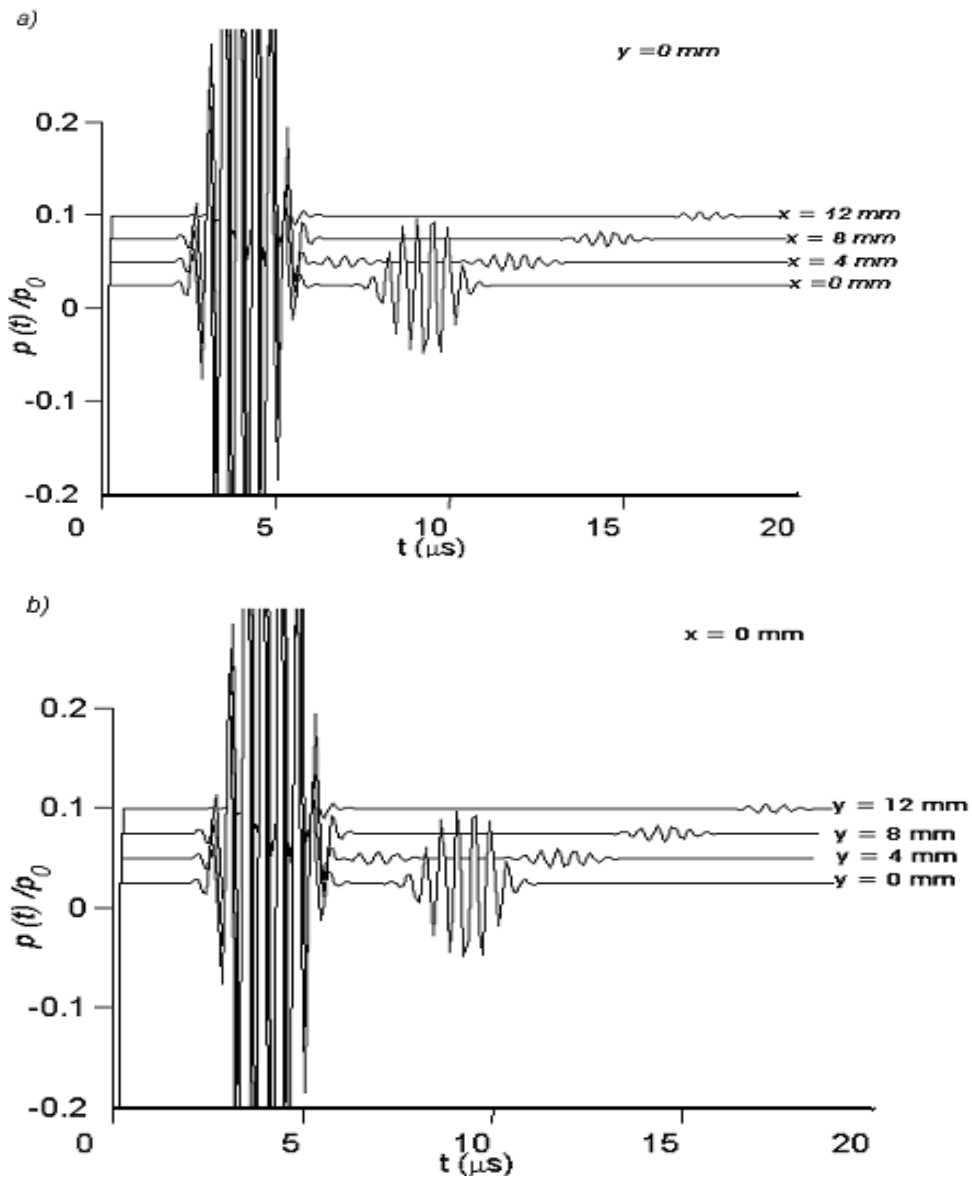


Figure 3.17 : Variation de la pression moyennée par un hydrophone à ouverture circulaire de rayon $r_h = 0,5$ mm, *a*) à $y_0 = 0$ mm et différents x , *b*) $x_0 = 0$ mm et différents y .

Les figures (3.18) et (3.19) montrent, dans le domaine des fréquences spatiales le tracé de contour de la DSP de la pression rayonnée, du carré de la fonction de transfert des hydrophones à ouvertures rectangulaire et circulaire respectivement et de la pression spatialement moyennée par ces hydrophones. L'effet du filtrage passe-bas et les zéros de la fonction de transfert spatiale apparaît clairement dans le spectre de la pression moyennée.

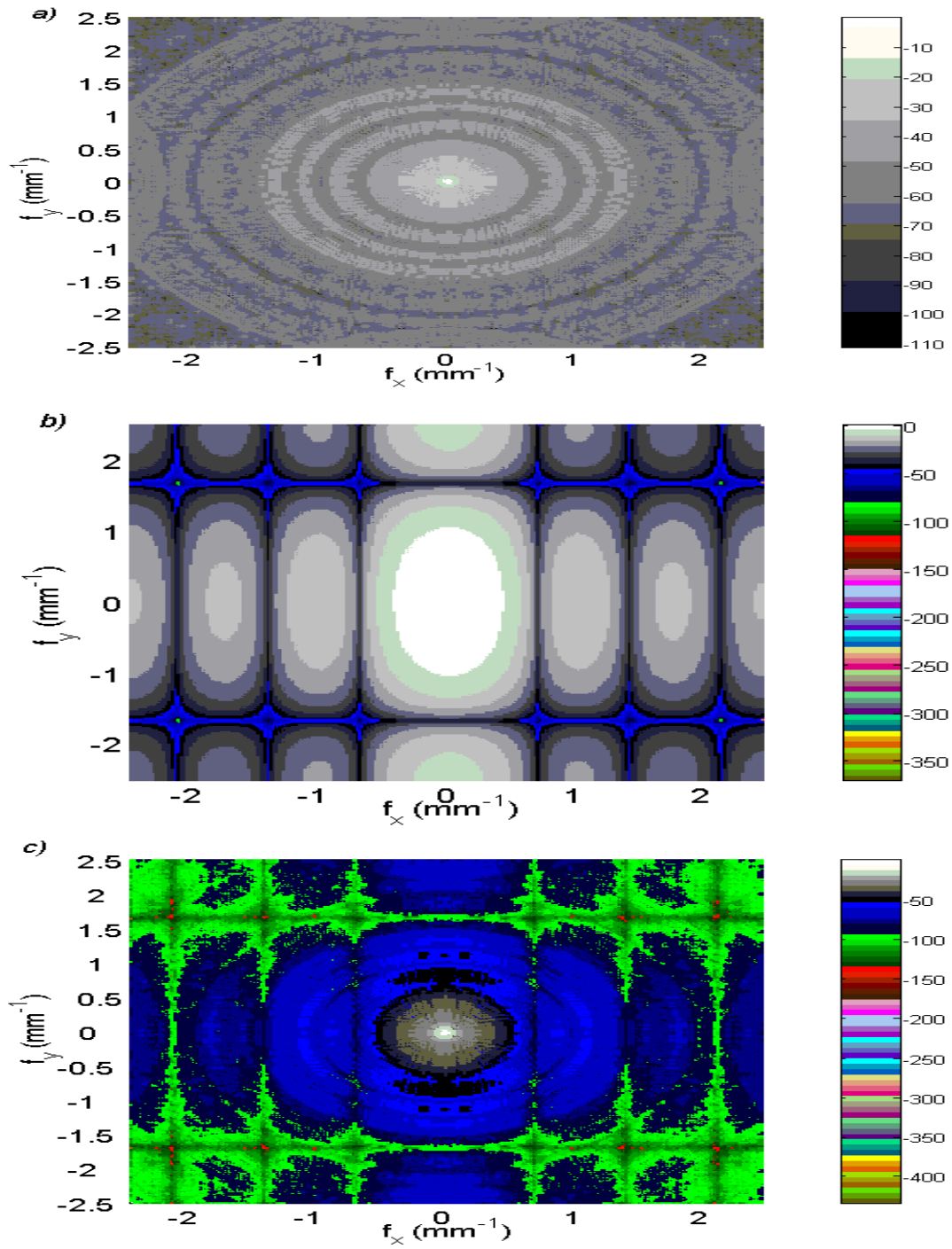


Figure 3.18 : a) DSP spatiale de la pression rayonnée, b) carré de la fonction de transfert de l'ouverture rectangulaire et c) DSP spatiale de la pression moyennée à $f = f_c = 2,25 \text{ MHz}$. ($z_0 = 3 \text{ mm}$; échelle en dB. Ref : DSP à $f_x = f_y = 0$).

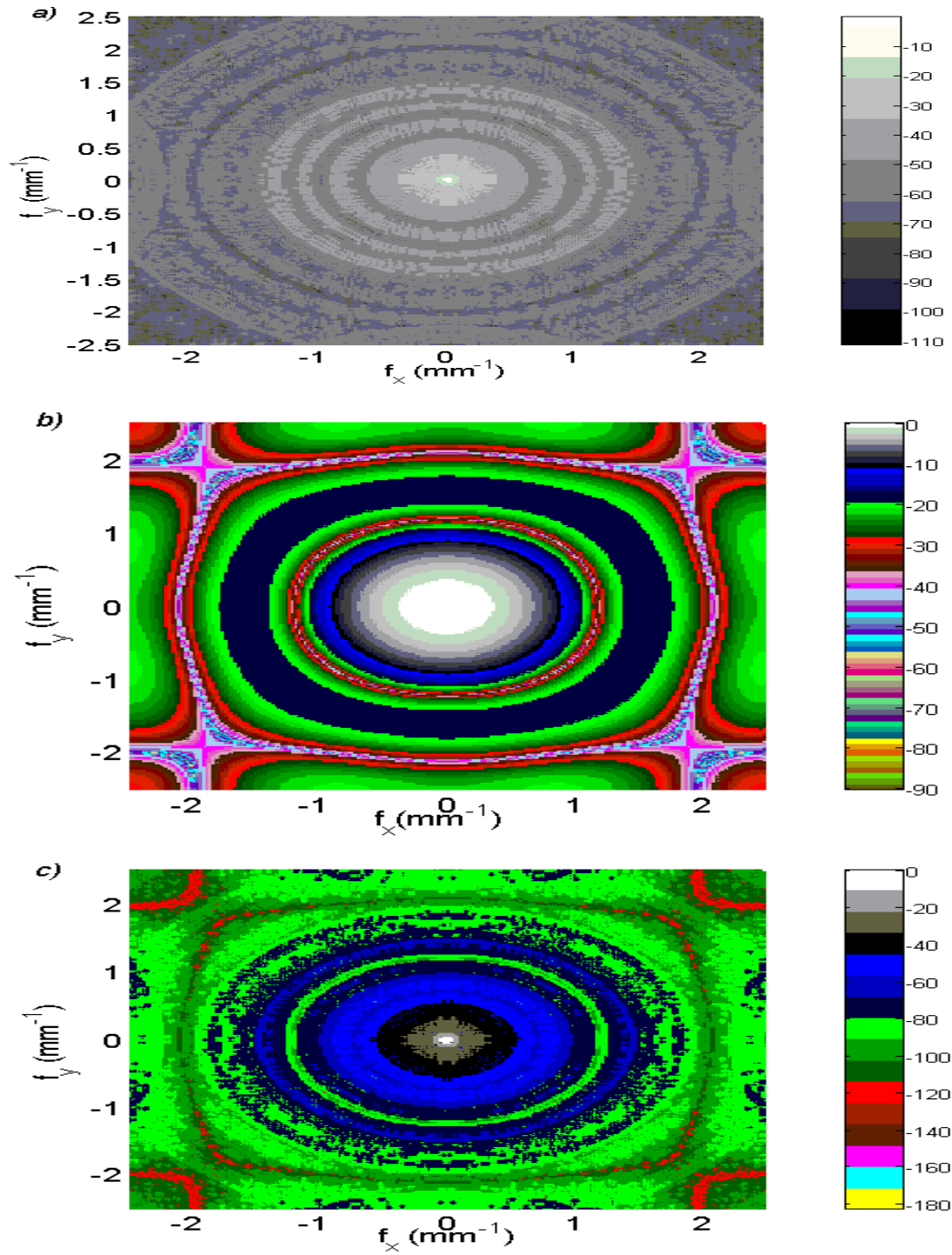


Figure 3.19 : a) DSP spatiale de la pression rayonnée, b) carré de la fonction de transfert de l'ouverture circulaire et c) DSP spatiale de la pression moyennée à $f = f_c = 2,25 \text{ MHz}$. ($z_0 = 3 \text{ mm}$; échelle en dB. Ref : DSP à $f_x = f_y = 0$).

3.3.1.1 Influence de la position axiale

La figure (3.20) illustre les variations de la pression moyennée à différentes positions axiales, z . Elle montre que l'effet du moyennage spatial diminue en éloignant le récepteur de la source. Il est à noter que la position ($z_0 = 3\text{mm}$), choisie pour l'étude, est une position critique car l'effet du moyennage est important. Ceci rend la reconstruction du champ difficile. Mais cela permet de tester les procédures de reconstruction sous des conditions défavorables (worst case). De plus, cette position permet d'obtenir une onde plane et une onde de bord complètement séparées dans le temps.

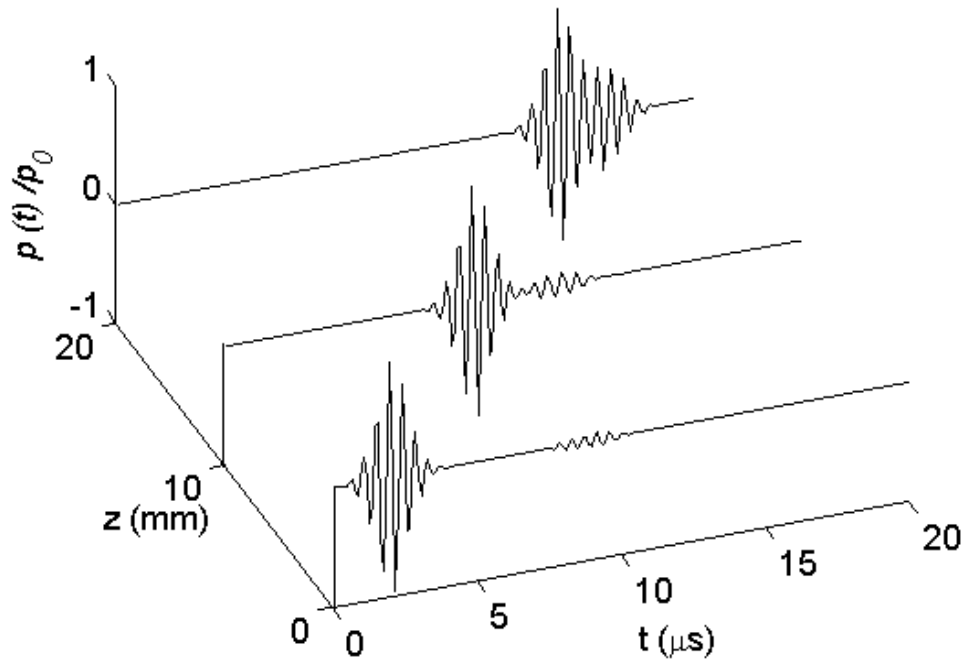


Figure 3.20 : Variation de la pression moyennée par un hydrophone à ouverture circulaire de rayon $r_h = 0,5\text{mm}$ en $x = 0$, $y = 0$ et différentes positions axiales z .

3.3.1.2 Influence de la taille de récepteur

Les simulations présentées dans les figures (3.21) montrent que l'onde de bord sur l'axe ($x_0 = 0\text{mm}$, $y_0 = 0\text{mm}$, $z_0 = 3\text{mm}$) pour ces deux types d'hydrophones (rect : $L_h = 1,8\text{mm}$ et $l_h = 1\text{mm}$, circ : $r_h = 0,7\text{mm}$) présente une amplitude plus faible par rapport à celle obtenue dans la figure (3.15). Ceci confirme que l'effet du moyennage spatial augmente avec l'augmentation de la taille de l'ouverture de l'hydrophone.

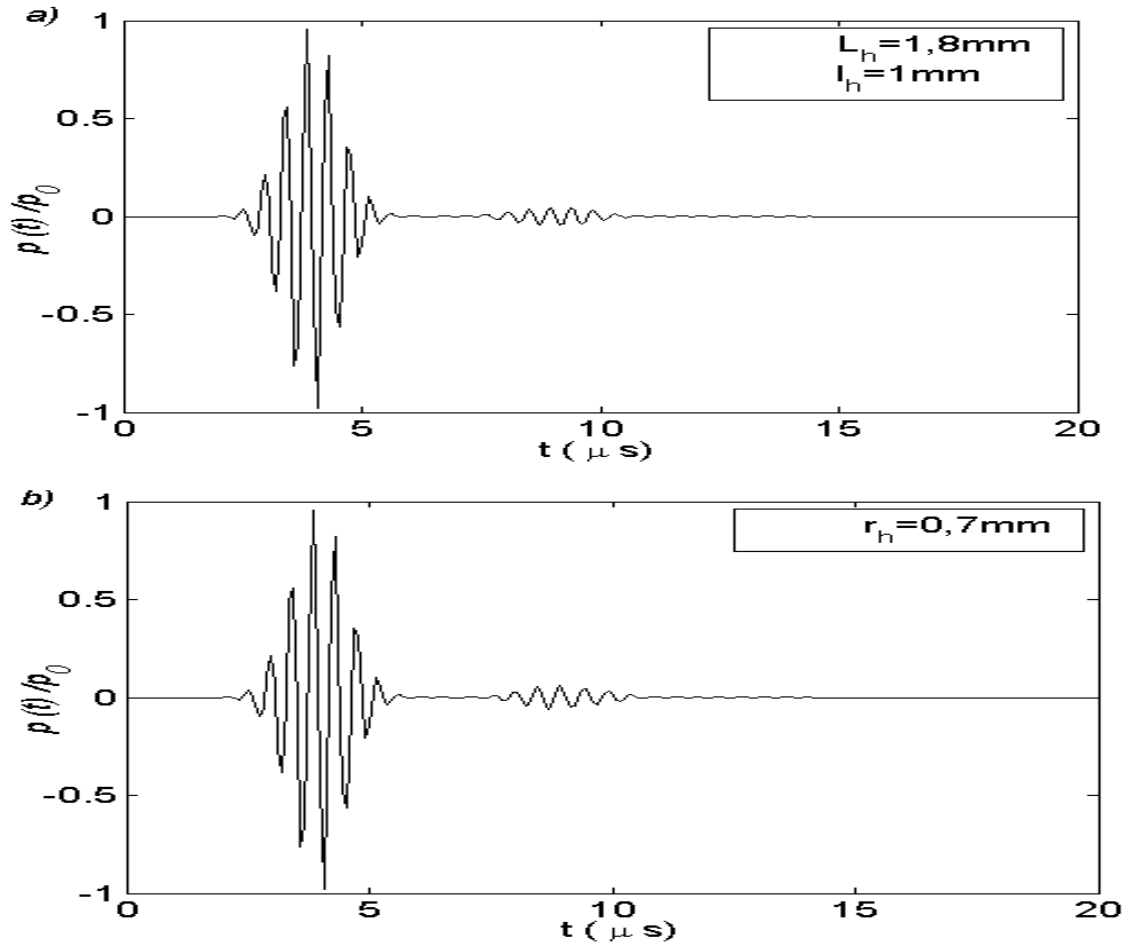


Figure 3.21 : Pression moyennée (sur l'axe $z_0 = 3 \text{ mm}$) par un hydrophone à ouverture
a) rectangulaire de longueur $L_h = 1,8 \text{ mm}$ et de largeur $l_h = 1 \text{ mm}$, b) circulaire de rayon
 $r_h = 0,7 \text{ mm}$.

3.3.2 Effet des propriétés temporelles

La tension délivrée par le système de mesure est obtenue, d'après l'équation (3.7), en convoluant dans le temps le champ ultrasonore moyenné avec la réponse impulsionnelle de l'hydrophone avec sa chaîne de réception, c'est à dire :

$$v(x, y, z_0, t) = \langle p(x, y, z_0, t) \rangle \otimes_t h_s(t). \quad (3.15)$$

Les réponse impulsionnelle de la chaîne de réception pour ces deux types d'hydrophones sont données par les figures (2.31) et (2.37).

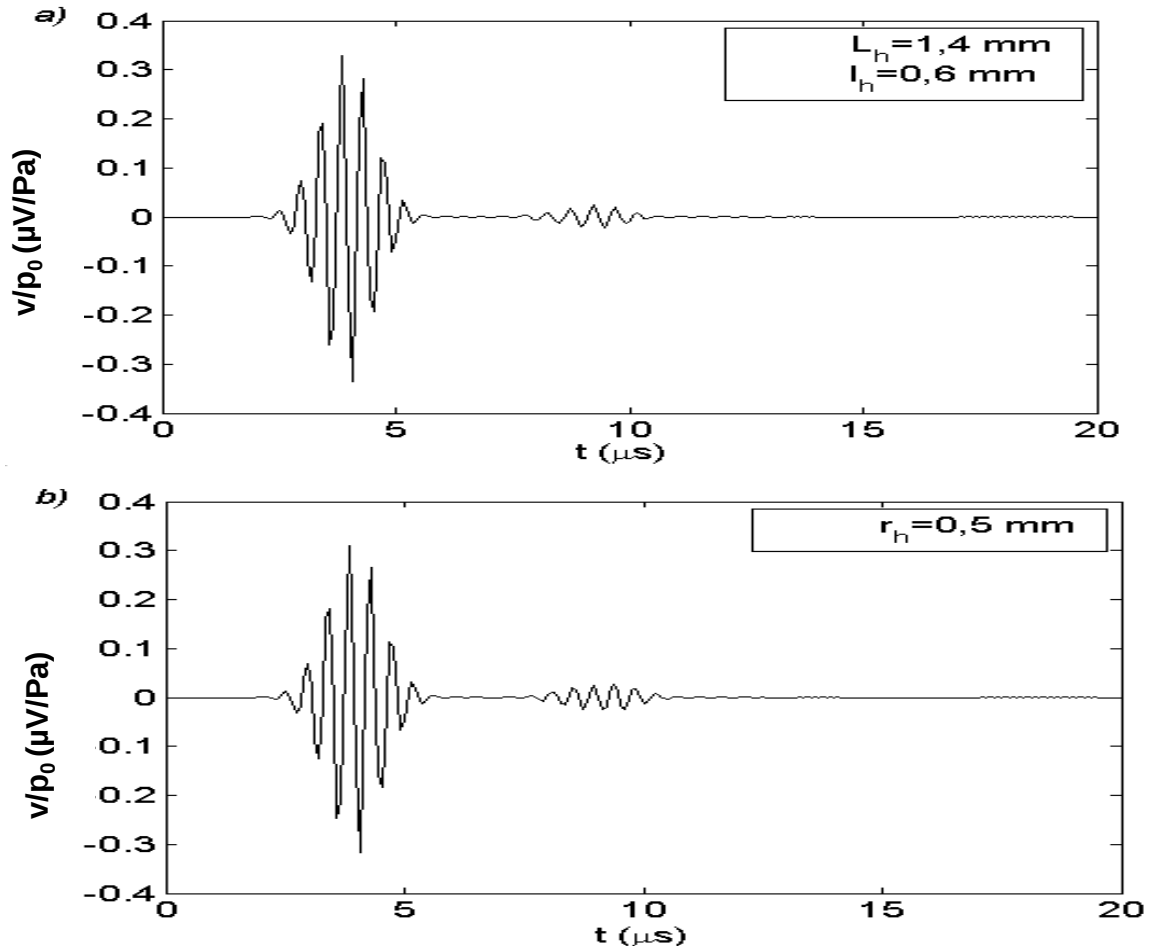


Figure 3.22 : Tension électrique à la sortie de la chaîne de mesure sur l'axe en $z_0 = 3\text{mm}$:
hydrophone à ouverture *a)* rectangulaire de longueur $L_h = 1,4\text{mm}$ et de largeur $l_h = 0,6\text{mm}$,
b) circulaire de rayon ($r_h = 0,5\text{mm}$).

En observant la tension de sortie de ces hydrophones à ouverture rectangulaire, circulaire et linéaire, on constate que ces tensions sont de faible amplitude (quelques $\mu\text{V/Pa}$). Ceci met en évidence le faible rendement de la transformation de l'énergie acoustique en énergie électrique et vice versa que présente ce type d'hydrophone.

3.3.3 Effet du bruit du système

Le bruit blanc, à distribution gaussienne et superposé au signal utile défini en (3.15). Le rapport signal sur bruit est défini par [Max72] :

$$SNR|_{dB} = 10 \log_{10} \left(\frac{|V(x, y, z_0)|_{\max}^2}{2\sigma^2} \right) \quad (3.16)$$

Comme dans le cas linéaire, le niveau de référence est la réponse de l'hydrophone à l'onde plane quand il est placé sur l'axe du transducteur émetteur ($x_0 = 0, y_0 = 0$). La figure (3.23) montre la tension bruitée pour un SNR=40dB pour les deux types d'ouverture.

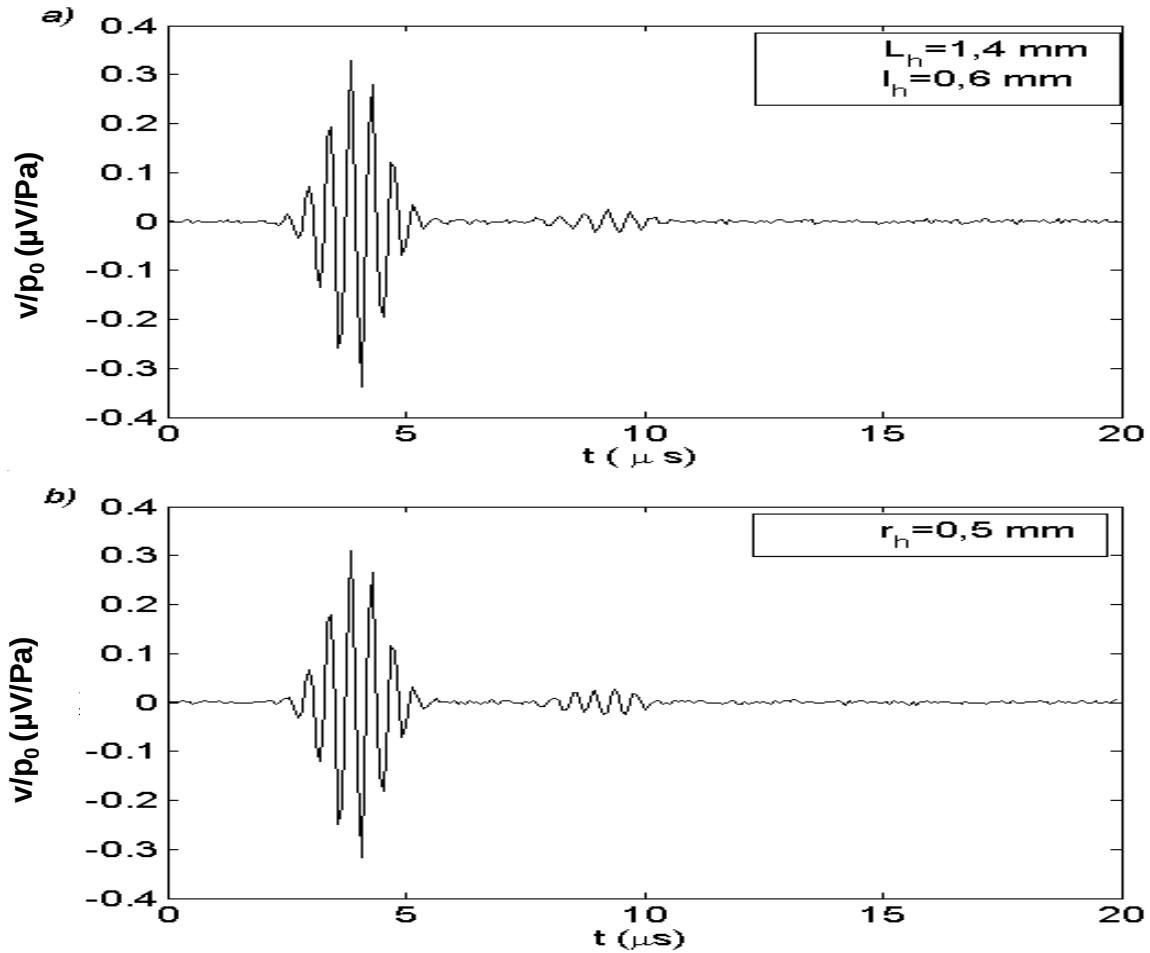


Figure 3.23 : Tension électrique bruitée à la sortie de la chaîne de mesure d'un hydrophone à ouverture a) rectangulaire de longueur $L_h = 1,4 \text{ mm}$ et de largeur $l_h = 0,6 \text{ mm}$, b) circulaire de rayon $r_h = 0,5 \text{ mm}$ (SNR=40dB).

3.4 Conclusion

Dans ce chapitre, l'influence des propriétés de transmission spatio-temporelles de toute la chaîne de réception, y compris celle du bruit, sur le champ ultrasonore rayonné ont été considérés. L'étude du problème direct a montré que ces propriétés peuvent affecter d'une manière considérable le signal délivré par la chaîne de mesure. L'inversion de ces effets, qui

fera l'objet du chapitre suivant, devrait nous permettre une meilleure estimation du champ ultrasonore rayonné.

Chapitre 4

Reconstruction de champs ultrasonores

L'étude précédente nous a permis d'évaluer les effets dûs aux propriétés de transmission spatio-temporelles de la chaîne de réception sur le champ de pression ultrasonore mesuré. Dans ce chapitre, et afin de reconstruire le champ ultrasonore avec une meilleure résolution spatiale et temporelle, nous allons développer une méthode de déconvolution permettant d'inverser les effets spatio-temporels de cette chaîne.

4.1 Modèle de reconstruction

Compte tenu de la linéarité supposée du problème, la pression originale peut être estimée à partir de la tension électrique délivrée par la chaîne de mesure en utilisant un filtre de reconstruction linéaire (Figure 4.1).

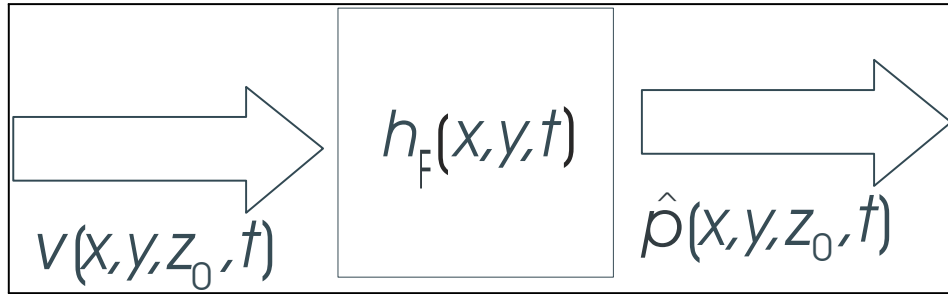


Figure 4.1 : Modèle linéaire, spatio-temporel pour la reconstruction du champ ultrasonore.

A cause du bruit de système, le filtre de reconstruction ne peut fournir qu'une valeur estimée, $\hat{p}(x, y, z_0, t)$, de la pression rayonnée $p(x, y, z_0, t)$. Elle est donnée par :

$$\hat{p}(x, y, z_0, t) = h_F(x, y, t) \otimes_{xyt} v(x, y, z_0, t), \quad (4.1)$$

où $h_F(x, y, t)$ représente la réponse impulsionnelle de ce filtre.

Dans le domaine des fréquences spatio-temporelles, on peut écrire :

$$\hat{\mathcal{P}}(f_x, f_y, z_0, f) = \mathcal{H}_{\mathcal{F}}(f_x, f_y, f) \mathcal{V}(f_x, f_y, z_0, f). \quad (4.2)$$

$\hat{\mathcal{P}}(f_x, f_y, z_0, f)$ et $\mathcal{V}(f_x, f_y, z_0, f)$ sont les transformées de Fourier spatio-temporelles de la pression estimée et de la tension respectivement. $\mathcal{H}_F(f_x, f_y, f)$ représente la fonction de transfert spatio-temporelle du filtre de reconstruction.

4.2 Filtre inverse de reconstruction spatio-temporel

Le filtre inverse est le plus simple des filtres. Il permet simplement d'inverser les effets spatio-temporels de la chaîne de mesure. Son principe consiste à chercher une solution estimée de la pression originale $\hat{p}(x, y, z_0, t)$ qui, prise comme grandeur d'entrée du système de mesure, permet d'approcher au mieux la tension électrique mesurée $v(x, y, z_0, t)$ au sens de l'erreur quadratique moyenne minimale, c-à-d. :

$$J(\hat{p}(x, y, z_0, t)) = \|v(x, y, z_0, t) - h(x, y, t) \otimes_{xyt} \hat{p}(x, y, z_0, t)\|^2 \rightarrow \min, \quad (4.3)$$

où $J(\hat{p})$ est une fonctionnelle d'écart et $h(x, y, t)$ est la réponse impulsionnelle spatio-temporelle de l'hydrophone avec sa chaîne de réception

En introduisant le terme représentant le bruit donné par (Equation 3.2), l'équation (4.3) devient :

$$J(\hat{p}(x, y, z_0, t)) = \|n(x, y, z_0, t)\|^2 \rightarrow \min. \quad (4.4)$$

Dans le domaine fréquentiel et d'après le théorème de Parseval [Cha73], le critère de l'équation (4.4), peut être écrit comme suit :

$$\int \left| \mathcal{V}(f_x, f_y, z_0, f) - \mathcal{H}(f_x, f_y, f) \hat{\mathcal{P}}(f_x, f_y, z_0, f) \right|^2 df_x df_y df \rightarrow \min. \quad (4.5)$$

Cette condition permet d'obtenir la pression estimée qui est donnée par :

$$\hat{\mathcal{P}}(f_x, f_y, z_0, f) = \frac{\mathcal{V}(f_x, f_y, z_0, f)}{\mathcal{H}(f_x, f_y, f)}. \quad (4.6)$$

En comparant les équations (4.2) et (4.6), on déduit l'expression de la fonction de transfert du filtre inverse spatio-temporel :

$$\mathcal{H}_F(f_x, f_y, f) = \frac{1}{\mathcal{H}(f_x, f_y, f)}, \quad (4.7)$$

avec $\mathcal{H}_F(f_x, f_y, f) \neq 0$.

En tenant compte de l'équation (3.8), la fonction de transfert peut être séparée en deux fonctions dépendant de la fréquence temporelle f et des fréquences spatiales (f_x, f_y) :

$$\mathcal{H}_F(f_x, f_y, f) = \frac{1}{\mathcal{H}_1(f_x, f_y) \mathcal{H}_2(f)}. \quad (4.8)$$

$\mathcal{H}_F(f_x, f_y, f)$ peut, alors s'écrire comme :

$$\mathcal{H}_F(f_x, f_y, f) = \mathcal{H}_{F_1}(f_x, f_y) \mathcal{H}_{F_2}(f), \quad (4.9)$$

où

$\mathcal{H}_{F_1}(f_x, f_y) = 1/\mathcal{H}_1(f_x, f_y)$ est la fonction de transfert du filtre spatial inverse bidimensionnel.

$\mathcal{H}_{F_2}(f) = 1/\mathcal{H}_2(f)$ est la fonction de transfert du filtre temporel inverse.

Le filtre linéaire défini par la figure (4.1) peut être représenté comme suit :

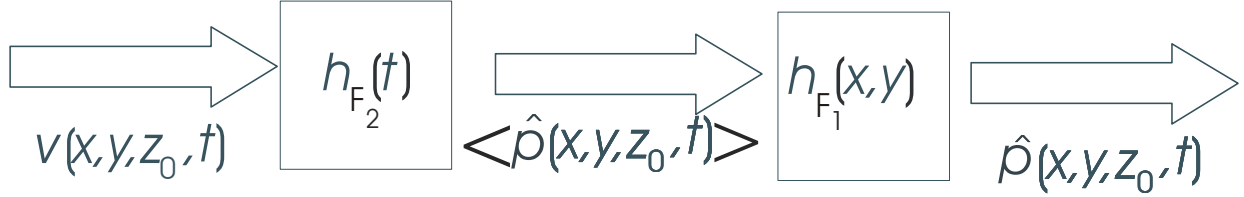


Figure 4.2 : Modèle de reconstruction de la pression ultrasonore à l'aide d'un filtre spatial et d'un filtre temporel.

Cela nous permet la séparation de la déconvolution spatio-temporelle en une déconvolution spatiale et une déconvolution temporelle.

4.3 Reconstruction du champ ultrasonore dans le cas unidimensionnel

Avant d'appliquer les méthodes de déconvolution pour le cas bidimensionnel, nous testons d'abord l'efficacité de ces méthodes de reconstruction pour le cas unidimensionnel.

4.3.1 Déconvolution temporelle

4.3.1.1 Filtre temporel inverse

L'objectif est d'obtenir une valeur estimée de la pression moyennée, $\langle \hat{p}(x, z_0, t) \rangle$, à partir de la tension électrique délivrée par la chaîne de mesure, $v(x, z_0, t)$, par déconvolution des effets de transmission temporels de ce dernier (modèle de la figure (4.2)). La pression moyennée reconstruite est donnée par :

$$\langle \hat{p}(x, z_0, t) \rangle = h_{F_2}(t) \otimes_t v(x, z_0, t), \quad (4.10)$$

ou, dans le domaine fréquentiel, par :

$$\langle \hat{P}(x, z_0, f) \rangle = H_{F_2}(f) V(x, z_0, f). \quad (4.11)$$

$H_{F_2}(f)$ est la fonction de transfert du filtre dans le domaine des fréquences temporelles.

$V(x, z_0, f)$ et $\langle \hat{P}(x, z_0, f) \rangle$ sont les transformées de Fourier temporelles de $v(x, z_0, t)$ et $\langle \hat{p}(x, z_0, t) \rangle$ respectivement.

Le filtre temporel inverse est caractérisé par une fonction de transfert qui est donnée par l'inverse de celle de la chaîne de réception, soit :

$$H_{F_2}(f) = 1/H_s(f). \quad (4.12)$$

où $H_s(f)$ est définie par l'équation (3.6) et (3.8).

La déconvolution temporelle peut être effectuée dans le domaine des fréquences temporelles selon la relation (4.11).

Pour le calcul de la transformée de Fourier temporelle de la tension, nous utilisons un algorithme de FFT unidimensionnel. Par conséquent, après application du filtre, la pression moyennée reconstruite est restituée à l'aide d'une FFT temporelle inverse. Cette procédure de reconstruction est résumée dans l'algorithme suivant :

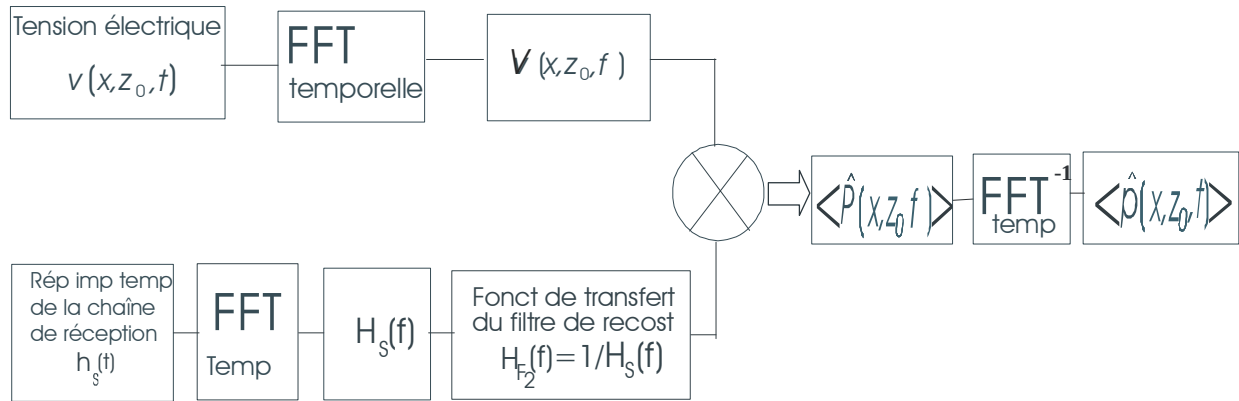


Figure 4.3 : Algorithme de la déconvolution, à l'aide d'un filtre temporel inverse, de la tension mesurée.

Pour pouvoir comparer d'une façon quantitative la pression reconstruite et la pression moyennée, nous utilisons le coefficient de corrélation normé. Ce dernier est défini par [Wal98] :

$$r_{\langle \hat{p} \rangle \langle p \rangle} = \frac{\int \int \int_{-\infty}^{+\infty} \langle p^*(x, y, t) \rangle \langle \hat{p}(x, y, t) \rangle dx dy dt}{\sqrt{\int \int \int_{-\infty}^{+\infty} |\langle p(x, y, t) \rangle|^2 dx dy dt \int \int \int_{-\infty}^{+\infty} |\langle \hat{p}(x, y, t) \rangle|^2 dx dy dt}} \quad (4.13)$$

ou, dans le cas discret par :

$$r_{\langle \hat{p} \rangle \langle p \rangle} = \frac{\sum_{i=1}^{N_{xx}} \sum_{j=1}^{N_{yy}} \sum_{k=1}^N \langle p^*(i, j, k) \rangle \langle \hat{p}(i, j, k) \rangle}{\sqrt{\sum_{i=1}^{N_{xx}} \sum_{j=1}^{N_{yy}} \sum_{k=1}^N |\langle p(i, j, k) \rangle|^2 \sum_{i=1}^{N_{xx}} \sum_{j=1}^{N_{yy}} \sum_{k=1}^N |\langle \hat{p}(i, j, k) \rangle|^2}} \quad (4.14)$$

i, j, k sont les indices relatifs aux variables x, y et z respectivement.

Le coefficient de corrélation défini en (4.13) et (4.14) permet d'évaluer les résultats de la reconstruction pour la totalité du champ ultrasonore. A des positions particulières du champ de coordonnées (x_0, y_0) , dans le plan $z = z_0$, ce coefficient sera donné par :

$$r_{\langle \hat{p} \rangle \langle p \rangle} = \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} \langle p^*(x_0, y_0, t) \rangle \langle \hat{p}(x_0, y_0, t) \rangle dt}{\sqrt{\int_{-\infty}^{+\infty} |\langle p(x_0, y_0, t) \rangle|^2 dt \int_{-\infty}^{+\infty} |\langle \hat{p}(x_0, y_0, t) \rangle|^2 dt}} \quad (4.15)$$

ou, dans le cas discret, par :

$$r_{\langle \hat{p} \rangle \langle p \rangle} = \sum_{k=1}^N \frac{\langle p^*(i_0, j_0, k) \rangle \langle \hat{p}(i_0, j_0, k) \rangle}{\sqrt{\sum_{k=1}^N |\langle p(i_0, j_0, k) \rangle|^2 \sum_{k=1}^N |\langle \hat{p}(i_0, j_0, k) \rangle|^2}} \quad (4.16)$$

Le résultat de la déconvolution temporelle, qui a été effectuée à l'aide d'un filtre inverse, est illustré par la figure (4.4). Dans ce cas, le champ de pression a été acquis à l'aide d'un hydrophone linéaire à ouverture de longueur $L_h = 2,6 \text{ mm} \simeq 3,9\lambda_c$.

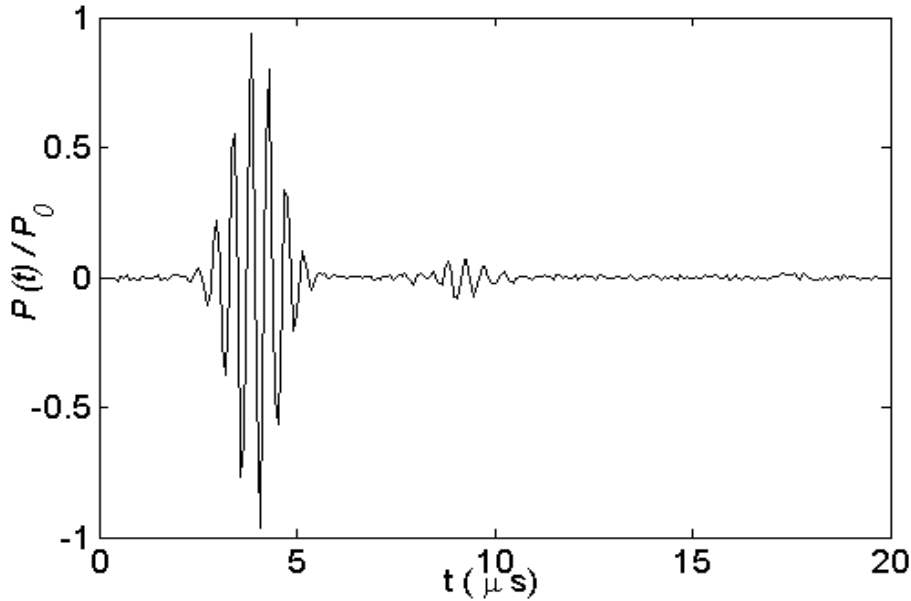


Figure 4.4 : Pression moyennée reconstruite à l'aide d'un filtre temporel inverse. Ouverture de l'hydrophone de taille $L_h = 2,6 \text{ mm} \simeq 3,9\lambda_c$; $\lambda_c = 0,67 \text{ mm}$.

On remarque alors, que cette déconvolution donne des résultats performants. Le champ de pression moyenné spatialement est fidèlement reconstruit. Ceci est confirmé par le coefficient de corrélation normé entre la pression moyennée originale et estimée, qui vaut $|r_{\langle \hat{p} \rangle \langle p \rangle}| = 0,9991$.

4.3.1.1.1 Effet de la taille de l'hydrophone

Un critère important pour l'évaluation de l'efficacité de la méthode de déconvolution temporelle est la taille de l'hydrophone. Pour cela, nous testons la procédure de reconstruction par le filtre temporel inverse pour des signaux délivrés par deux hydrophones linéaires de tailles plus grandes ($L_h = 6,6$ mm et $L_h = 10,6$ mm).

La figure(4.5) illustre les variations de la pression moyennée estimée pour les deux ouvertures.

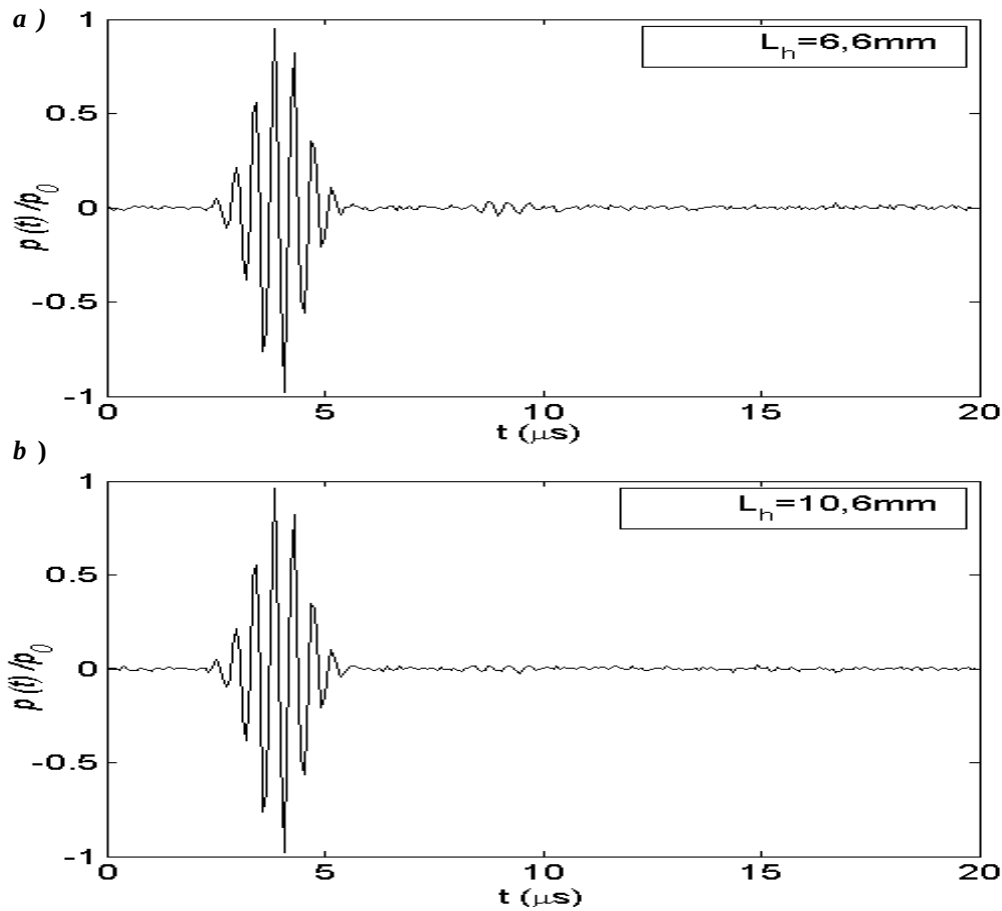


Figure 4.5 : Pression moyennée reconstruite à l'aide d'un filtre temporel inverse. Ouverture de tailles : a) $L_h = 6,6 \text{ mm} \simeq 9,85\lambda_c$ et b) $L_h = 10,6 \text{ mm} \simeq 15,82\lambda_c$; $\lambda_c = 0,67 \text{ mm}$.

Cette figure montre que quelles que soient les dimensions de l'ouverture, le champ de pression moyenné spatialement est reconstruit fidèlement. Le coefficient de corrélation normé vaut $|r_{\langle \hat{p} \rangle \langle p \rangle}| = 0,9991$ pour ces deux hydrophones respectivement.

4.3.1.1.2 Effet du rapport signal sur bruit

Un autre paramètre critique, qui influe sur la qualité de la reconstruction, est le rapport signal sur bruit (SNR). Pour cela, nous considérons les signaux délivrés par la chaîne de réception avec différents niveaux de bruit (SNR= 60dB et SNR= 20dB) et une ouverture de longueur $L_h = 2,6\text{mm} \simeq 3,9\lambda_c$. Les résultats de la reconstruction sont montrés par la figure (4.6). Le coefficient de corrélation entre la pression estimée et la pression moyennée originale est égale à $|r_{\langle \hat{p} \rangle \langle p \rangle}| = 0,9999$ pour SNR= 60dB, alors que pour un SNR= 20dB il vaut $|r_{\langle \hat{p} \rangle \langle p \rangle}| = 0,9147$. Pour un SNR= 40dB, $|r_{\langle \hat{p} \rangle \langle p \rangle}| = 0,9991$ (Figure 4.4).

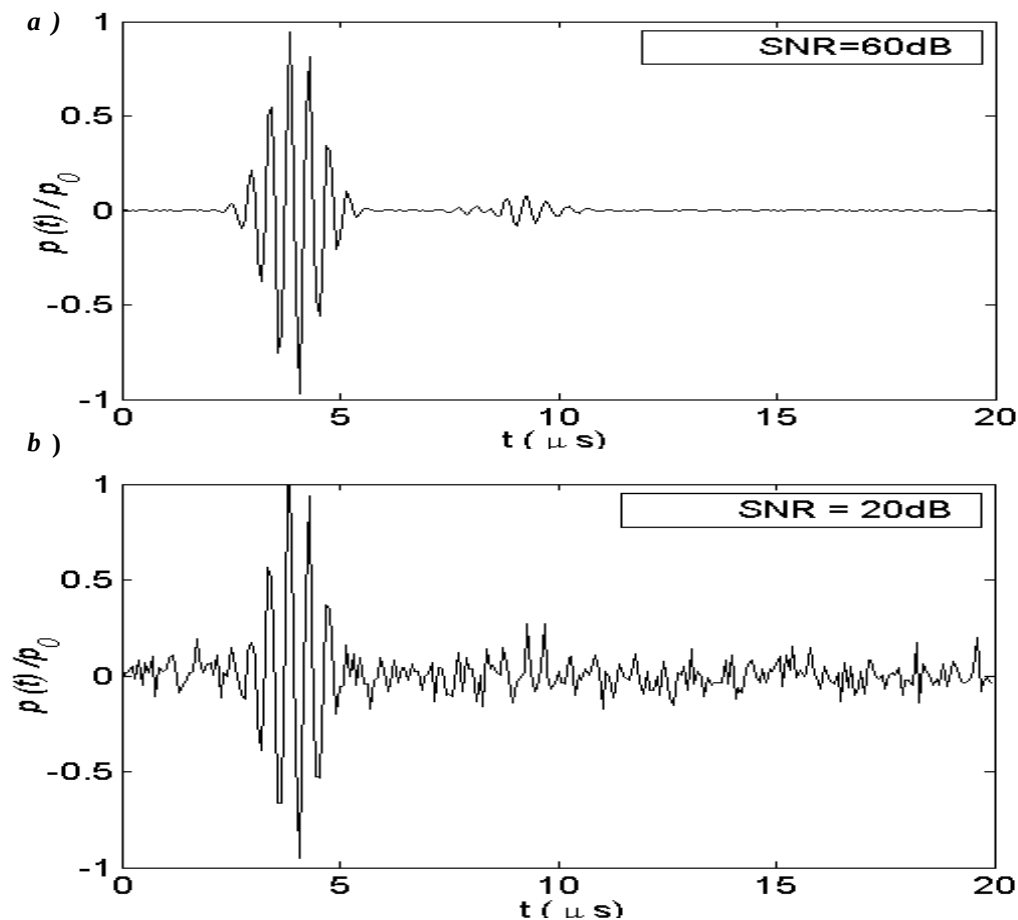


Figure 4.6 : Pression moyennée reconstruite à l'aide d'un filtre temporel inverse : hydrophone à ouverture $L_h = 2,6\text{mm} = 3,9 \lambda_c$ pour un a) SNR= 60dB et b) SNR= 20dB.

La diminution du coefficient de corrélation montre des écarts entre le champ de pression moyennée original et reconstruit. Ceci est dû au fait que le filtre inverse ne réduit pas le bruit. En effet, en comparant la pression moyennée déconvoluée (Figure 4.6.b) et la tension de sortie de l'hydrophone (Figure 3.13.c), nous remarquons une détérioration du rapport signal sur bruit.

4.3.1.1.3 Influence du contenu fréquentiel de la pression

Nous avons montré dans §3.2.2.1 que le contenu fréquentiel influe sur la forme de la tension reçue. Dans ce cas, la déconvolution temporelle a plus de signification car elle nous permet non seulement de corriger l'amplitude de la pression spatialement moyennée, mais aussi de restituer la forme temporelle originale de cette dernière. Ceci apparaît clairement en comparant la tension de sortie de la chaîne de mesure, à la pression moyennée estimée et à la pression moyennée originale dans la figure (4.7).

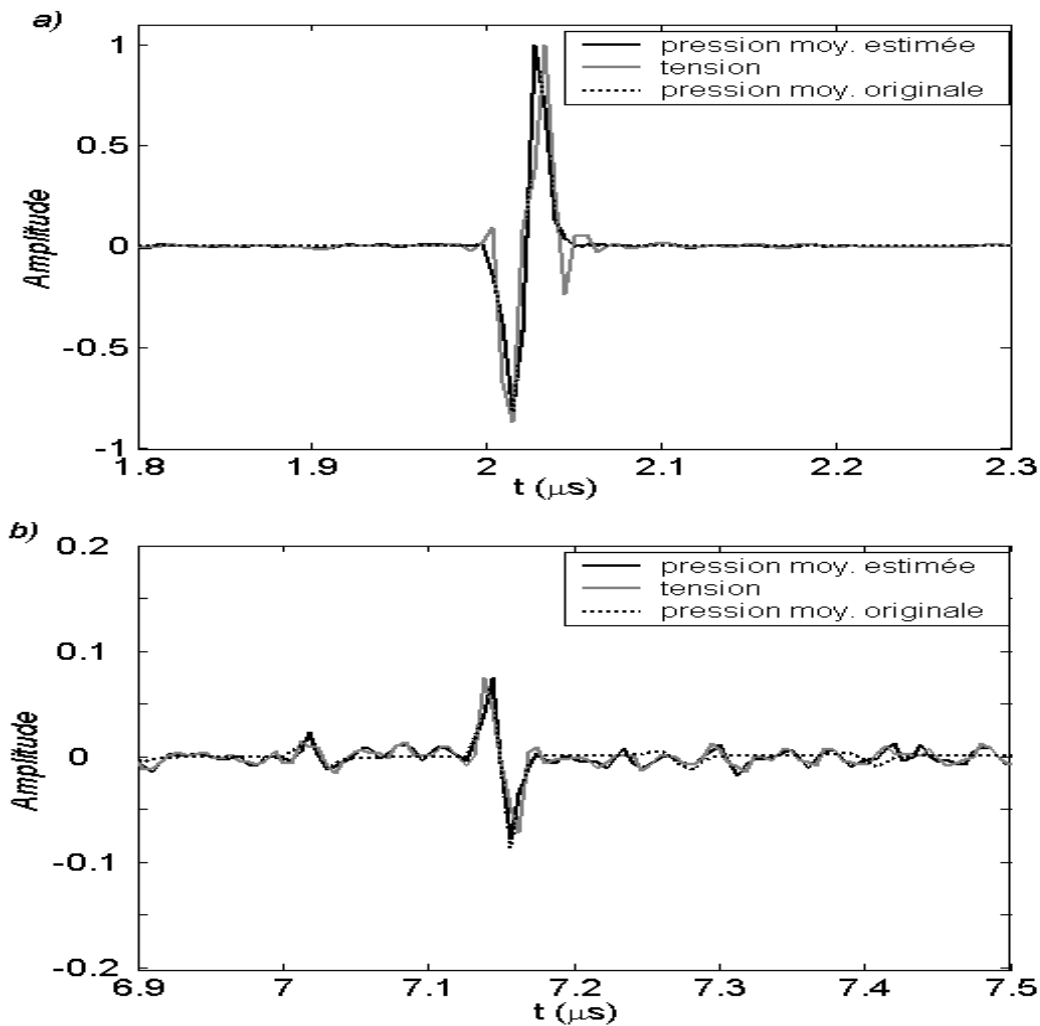


Figure 4.7 : Variation de la tension normée, de la pression spatialement moyennée originale et reconstruite à l'aide d'un filtre inverse temporel. Hydrophone à ouverture

$$L_h = 2,6 \text{ mm} \simeq 3,9 \lambda_c, \text{ SNR} = 40 \text{ dB}.$$

4.3.2 Déconvolution spatiale

Le but de la déconvolution spatiale est d'obtenir une valeur estimée de la pression incidente « originale », à partir de la valeur estimée de la pression spatialement moyennée, obtenue après déconvolution temporelle. Ce but peut être atteint en utilisant un filtre de reconstruction de réponse impulsionnelle spatiale $h_{F_1}(x)$, soit

$$\hat{p}(x, z_0, t) = h_{F_1}(x) \otimes_x < \hat{p}(x, z_0, t) >, \quad (4.17)$$

ou, dans le domaine des fréquences spatiales, par :

$$\hat{\mathcal{P}}(f_x, z_0, f) = \mathcal{H}_{F_1}(f_x) < \hat{\mathcal{P}}(f_x, z_0, f) >. \quad (4.18)$$

Les différentes étapes suivies pour la déconvolution spatiale sont résumées dans l'algorithme suivant :

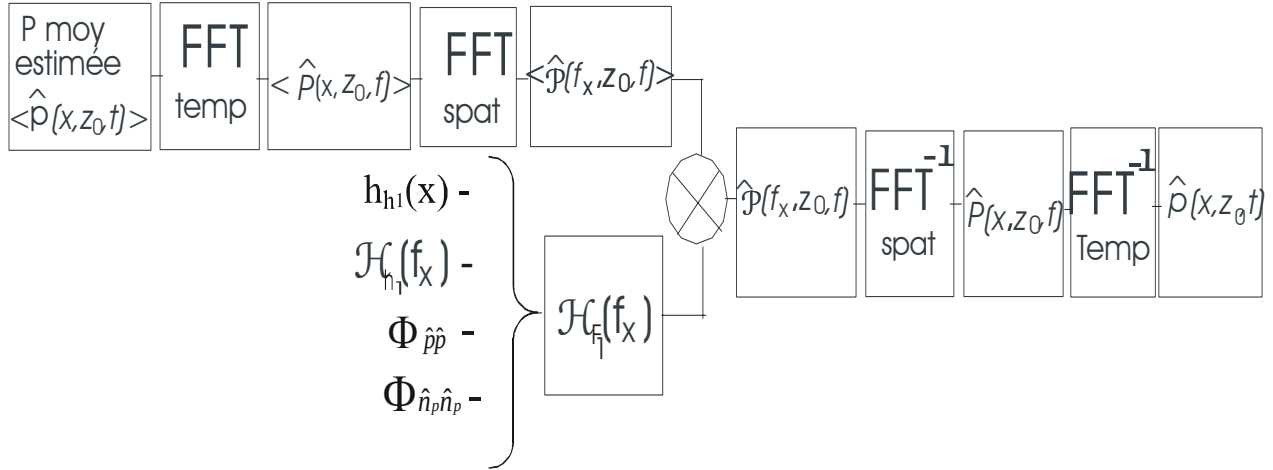


Figure 4.8 : Algorithme de la déconvolution spatiale du champ ultrasonore à partir de la pression spatialement moyennée estimée (cas unidimensionnel).

De la même manière que pour la déconvolution temporelle, pour pouvoir comparer quantitativement le champ reconstruit et le champ original, nous calculons le coefficient de corrélation entre ces deux grandeurs. Dans le cas discret et à une position particulière du champ (x_0, y_0) , correspondant aux indices (i_0, j_0) , ce coefficient est donné par :

$$r_{\hat{p}p} = \sum_{k=1}^N \frac{p^*(i_0, j_0, k) \hat{p}(i_0, j_0, k)}{\sqrt{\sum_{k=1}^N |p(i_0, j_0, k)|^2 \sum_{k=1}^N |\hat{p}(i_0, j_0, k)|^2}}. \quad (4.19)$$

4.3.2.1 Filtre spatial inverse

La fonction de transfert unidimensionnelle du filtre inverse est donnée par :

$$\mathcal{H}_{F_1}(f_x) = \frac{1}{\mathcal{H}_{h_1}(f_x)} \quad (4.20)$$

où $\mathcal{H}_{F_1}(f_x)$ est la fonction de transfert spatiale de l'hydrophone.

Pour tester l'efficacité de ce filtre, nous considérons un signal "acquis" avec un SNR de 40dB. Les résultats de la déconvolution spatiale utilisant le filtre spatial inverse sont consignés dans la figure (4.9).

Bien que l'onde de bord, qui était considérablement atténuée à cause du moyennage spatial, a pu être reconstituée, l'utilisation de ce filtre conduit à des résultats fortement bruités. Ceci met en évidence le caractère, en général mal posé, et mal conditionné de ce problème inverse [Bou99, Eks73].

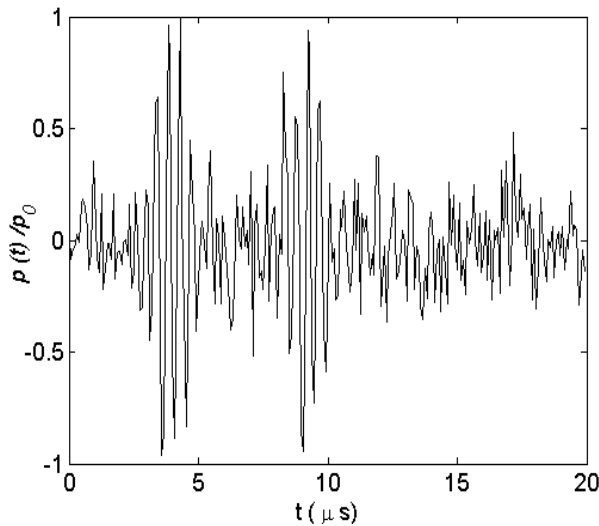


Figure 4.9 : Pression reconstruite à l'aide d'un filtre spatial inverse. Ouverture de longueur $L_h = 2,6\text{mm} \simeq 3,9\lambda_c$; $\lambda_c = 0,67\text{mm}$, SNR=40dB, $x = 0\text{mm}$, $z_0 = 3\text{mm}$.

Il est utile de rappeler qu'un problème physique est dit mal posé s'il satisfait une des trois conditions suivantes [Ber98, Col93] :

- 1- La solution n'existe pas si l'opérateur d'inversion H n'est pas inversible.
- 2- La solution existe, mais elle n'est pas unique, ce qui rend essentiel le développement d'une stratégie de choix parmi toutes les solutions possibles de l'équation.
- 3- La solution est très sensible à une perturbation (problème mal conditionné), même petite, dans les données mesurées, ce qui la rend très instable et donc inacceptable. Une petite perturbation dans les données mesurées aboutira donc au bouleversement de la solution. Ce cas est très souvent rencontré lorsque les données sont entachées de bruit ou d'incertitudes de mesure.

Le caractère mal conditionné du problème apparaît également à travers l'observation des densités spectrales de puissances spatiales de la pression ultrasonore mesurée et reconstruite, à $f = f_c = 2,25$ MHz par exemple (Figure 4.10).

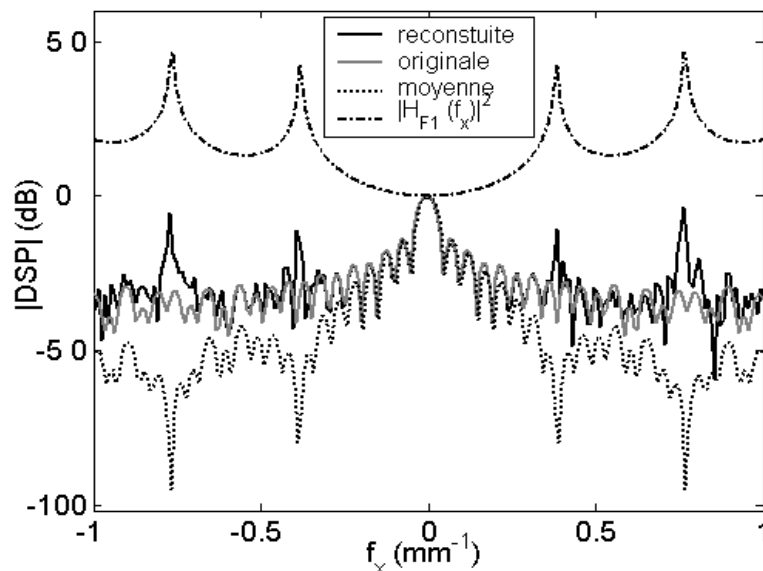


Figure 4.10 : DSP du champ de pression ultrasonore originale, de la pression spatialement moyennée non bruitée et de la pression reconstruite à l'aide d'un filtre spatial inverse à $f = f_c = 2,25$ MHz ainsi que du carré de la fonction de transfert du filtre inverse.

Le filtre inverse permet de reconstituer les composantes fréquentielles du signal que le filtrage passe bas par la fonction de transfert avaient atténuées. Cependant, on remarque l'apparition de pics dans le spectre de la pression reconstruite au voisinage des fréquences spatiales correspondant aux zéros de la fonction de transfert spatiale de l'hydrophone. Ces pics sont à l'origine de l'amplification du bruit du signal reconstruit. La fonction de transfert spatiale de l'hydrophone $H_{h_1}(f_x)$ est analogue à celle d'un filtre passe bas et son inverse aura donc le même effet qu'un filtre passe-haut. Ce dernier est donc responsable de l'amplification du bruit en hautes fréquences, avec pour résultat un signal déconvolué complètement noyé dans le bruit.

Dans ces conditions, il faut chercher une solution permettant d'appliquer un filtre au signal correspondant à la pression moyennée estimée, de façon à minimiser l'amplification du bruit particulièrement dans la gamme des hautes fréquences et au voisinage des zéros de la fonction de transfert.

4.3.2.2 Filtre spatial de Wiener

En raison du caractère mal posé du problème, il est nécessaire d'utiliser une procédure de régularisation telle qu'un filtre de reconstruction de Wiener. D'un point de vue purement

mathématique, le principe de la régularisation revient à ajouter aux valeurs propres nulles ou presque nulles de l'opérateur d'inversion une quantité suffisante pour que le calcul puisse être mené avec une stabilité satisfaisante. D'un point de vue physique, il est donc important de ne pas perdre de vue que la régularisation "tire" le signal déconvolué vers une solution qui possède des caractéristiques voulues par la méthode de régularisation.

Le filtre de Wiener [Pra72] ne caractérise pas le signal et le bruit par leur forme analytique mais par leurs propriétés statistiques. Il est basé sur la minimisation de l'erreur quadratique moyenne entre la pression initiale et sa valeur reconstruite, soit :

$$E\{\hat{p}(x, z_0, t) - p(x, z_0, t)\}^2 \Rightarrow \min, \quad (4.21)$$

où E désigne la valeur espérée.

La fonction de transfert spatiale de ce filtre est donnée par (Annexe B) :

$$\mathcal{H}_{F_{1f}}(f_x) = \frac{\mathcal{H}_{h_1}^*(f_x) \Phi_{pp}(f_x, z_0, f)}{|\mathcal{H}_{h_1}(f_x)|^2 \Phi_{pp}(f_x, z_0, f) + \Phi_{n_p n_p}(f_x, z_0, f)}, \quad (4.22)$$

où $\mathcal{H}_{h_1}^*(f_x)$ est l'expression conjuguée de la fonction de transfert spatiale de l'hydrophone. $\Phi_{pp}(f_x, z_0, f)$ et $\Phi_{n_p n_p}(f_x, z_0, f)$ sont les densités spectrales de puissance (DSP) spatiales de la pression acoustique originale et du bruit de pression respectivement.

L'utilisation de cette procédure de régularisation, permet la déconvolution spatiale de l'ouverture de l'hydrophone et la réduction simultanée du niveau du bruit [Bou02]. Dans cette étude, nous allons implémenter, le filtre sous deux types de conditions .

4.3.2.2.1 Filtre Wiener avec connaissance a priori des DSP (idéal) :

Ce filtre est conçu en disposant de connaissances a-priori sur la densité spectrale de puissance (DSP) spatiale de la pression à reconstruire et sur celle du bruit de pression. Le résultat de la reconstruction en utilisant le filtre, sous ces conditions idéales, est donné par la figure (4.11).

Une comparaison entre la pression reconstruite à l'aide du filtre de Wiener "idéal" (Figure 4.11) et la pression originale (Figure 1.6) montre que l'onde plane et l'onde de bord ont été bien reconstruites. Ceci est confirmé également quantitativement par le calcul du coefficient de corrélation normé entre le champ de pression reconstruit et original, qui vaut $|r_{\hat{p}p}| = 0,9874$. Cependant, en dehors de cette région la reconstruction fournit des oscillations de faible amplitude.

Une comparaison entre les DSP spatiales du champ de pression reconstruit à l'aide du filtre de Wiener "idéal" et le filtre inverse à la fréquence centrale, $f_c = 2,25\text{MHz}$, montre que le filtre de Wiener intervient au niveau des pics du filtre inverse et permet leur réduction (Figure 4.12). Malgré la diminution remarquable de ces pics, ces derniers sont à l'origine des oscillations se superposant au signal.

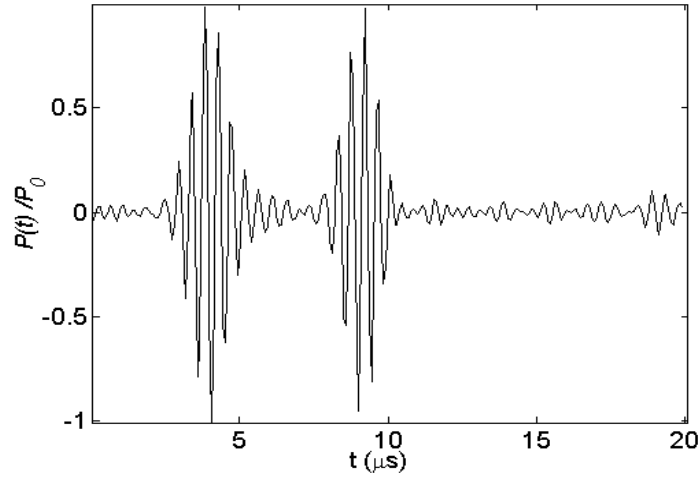


Figure 4.11 : Pression reconstruite à l'aide d'un filtre de Wiener " idéal" ouverture :
 $L_h = 2,6\text{mm} \simeq 3,9\lambda_c$; $\lambda_c = 0,67\text{mm}$, $\text{SNR}=40\text{dB}$, $x = 0\text{ mm}$, $z_0 = 3\text{mm}$.

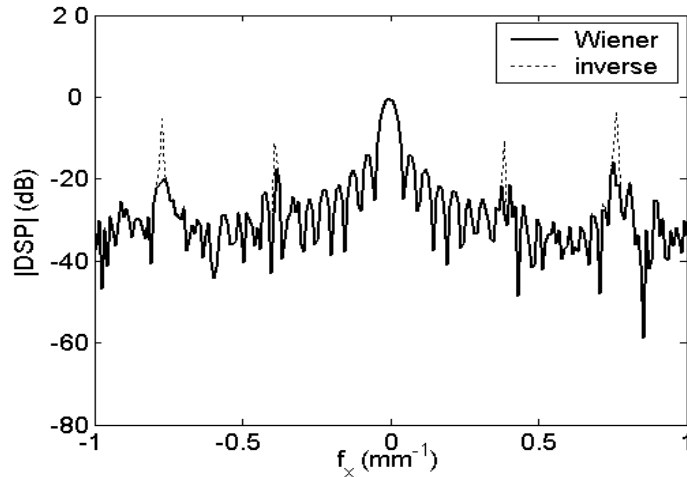


Figure 4.12 : Densité spectrale de puissance spatiale à $f = 2,25\text{MHz}$ du champ de pression ultrasonore reconstruit à l'aide du filtre spatial inverse et à l'aide du filtre de Wiener "idéal".

4.3.2.2.2 Filtre Wiener avec DSP estimées (réel) :

Généralement, dans l'investigation de champs ultrasonores, on ne dispose pas de suffisamment de connaissances sur la structure du champ. En l'absence de connaissances a-priori sur la densité spectrale de la pression à reconstruire, Φ_{pp} , et du bruit de pression, $\Phi_{n_p n_p}$, ces dernières sont remplacées par leurs valeurs estimées $\Phi_{\hat{p}\hat{p}}$ et $\Phi_{\hat{n}_p \hat{n}_p}$ respectivement. Cette estimation est faite à partir du spectre de puissance du signal de sortie déconvolué temporellement.

La DSP de la pression à reconstruire est donnée par le rapport de la DSP de la pression moyennée estimée non bruitée $\Phi_{\langle \hat{p} \rangle \langle \hat{p} \rangle}$ et au carré de la fonction de transfert de l'hydrophone $|\mathcal{H}_{h_1}(f_x)|$, soit :

$$\Phi_{\hat{p}\hat{p}} = \frac{\Phi_{\langle \hat{p} \rangle \langle \hat{p} \rangle}}{|\mathcal{H}_{h_1}|^2}, \quad (4.23)$$

La DSP de la pression spatialement moyennée non bruitée est obtenue en retranchant la DSP estimée du bruit de pression, $\Phi_{\hat{n}_p \hat{n}_p}$, de celle de la pression moyennée obtenue après déconvolution temporelle, $\Phi_{\langle \hat{p} \rangle \langle \hat{p} \rangle_B}$, soit :

$$\Phi_{\langle \hat{p} \rangle \langle \hat{p} \rangle} = \Phi_{\langle \hat{p} \rangle \langle \hat{p} \rangle_B} - \Phi_{\hat{n}_p \hat{n}_p}, \quad (4.24)$$

La DSP du bruit de pression est estimée dans la région des hautes fréquences spatiales du spectre de la pression moyennée bruitée, où le signal utile est supposé être négligeable.

Nous avons supposé dans nos simulations que le bruit était stationnaire (§2.5). De ce fait, nous estimons son niveau, à la fréquence centrale, $f = f_c = 2,25\text{MHz}$, qui sera le même pour l'ensembles des fréquences .

Le tracé de la DSP de la pression moyennée estimée (Figure 4.13) montre que le bruit est très significatif pour les régions du spectre où le signal est faible (la région des hautes fréquences) et les régions du spectre qui coïncident avec les zéros de la fonction de transfert de l'hydrophone. A partir de ce spectre, on peut estimer un niveau du bruit moyen ($\Phi_{\hat{n}_p \hat{n}_p} = 5,03 \times 10^{-6}$), qui correspond en dB à $\Phi_{\hat{n}_p \hat{n}_p} = -52,98\text{dB}$, par rapport à la DSP à l'origine des coordonnées fréquentielles ($f_x = 0$).

Pour vérifier cette procédure d'estimation, nous avons effectué la deconvolution spatiale avec plusieurs valeurs estimées du rapport signal sur bruit. On a alors représenté les variations du module du coefficient de corrélation normé entre la pression ultrasonore reconstruite et la pression ultrasonore originale (Figure 4.14).

On remarque que ce coefficient présente un maximum aux alentours de $\Phi_{\hat{n}_p \hat{n}_p \text{opt}} = -51\text{dB}$, valeur optimale qui donne le meilleur résultat de reconstruction. Cette valeur optimale du niveau de bruit ne peut être estimée que si l'on connaît le champ de pression à reconstruire. Celui-ci est supposé être inconnu dans le cas du filtre de Wiener "réel". De plus, la valeur du coefficient de corrélation obtenu pour cette valeur optimale ne diffère que peu de celle obtenue avec une valeur estimée moyenne du niveau de bruit. C'est pourquoi cette dernière sera prise comme paramètre du filtre de Wiener "réel".

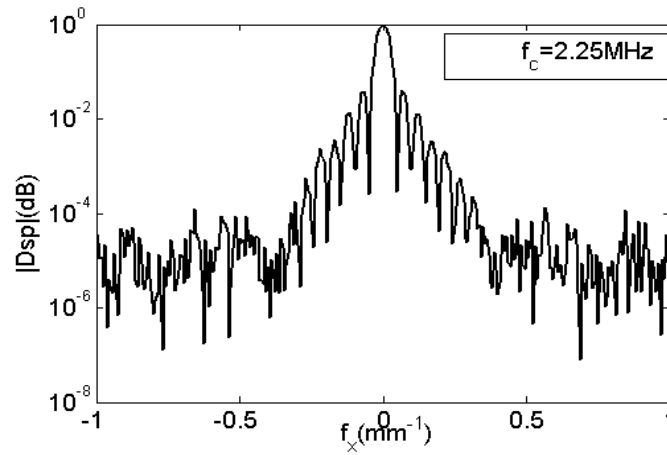


Figure 4.13 : Densité spectrale de puissance spatiale à $f = 2,25\text{MHz}$ de la pression moyennée estimée par déconvolution temporelle.

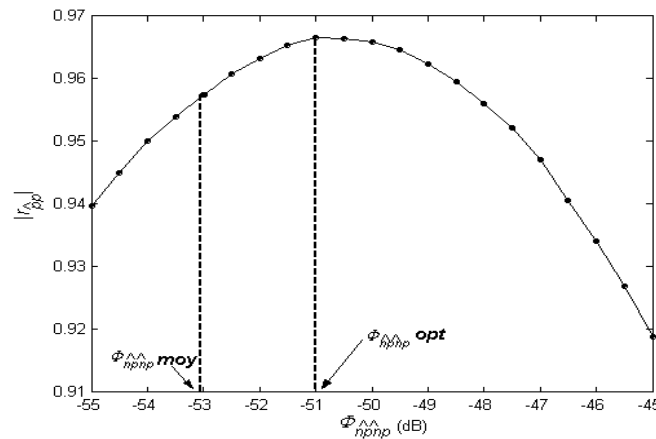


Figure 4.14 : Module du coefficient de corrélation normé $|r_{\hat{p}\hat{p}}|$ entre la pression ultrasonore originale et la pression reconstruite à l'aide du filtre de Wiener "réel" en fonction du niveau de bruit estimé $\Phi_{\hat{n}_p\hat{n}_p}$.

L'estimation du niveau de bruit nous permet alors d'estimer toutes les autres grandeurs nécessaires pour la conception du filtre de Wiener.

Les variations de la pression ainsi reconstruite sont montrées dans la figure (4.15). Le filtre de Wiener "réel" fournit des résultats de moindre qualité par rapport au filtre de Wiener

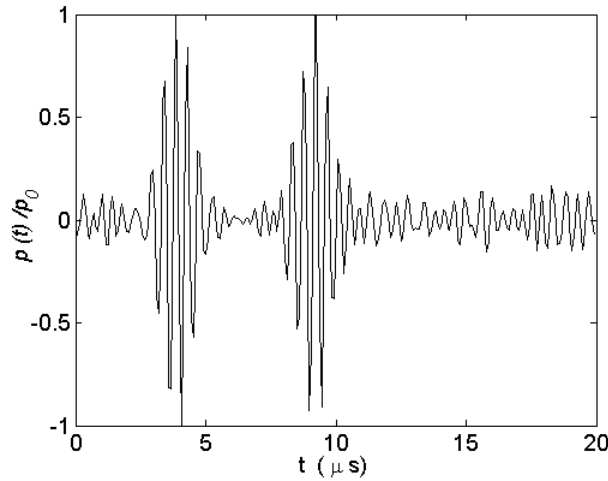


Figure 4.15 : Pression reconstruite à l'aide d'un filtre de Wiener "réel". Ouverture de longueur : $L_h = 2,6\text{mm} \simeq 3,9\lambda_c$; $\lambda_c = 0,67\text{mm}$, $\text{SNR}=40\text{dB}$, $x = 0\text{mm}$, $z_0 = 3\text{mm}$.

" idéal". Les oscillations superposées au signal utile sont amplifiées et le coefficient de corrélation normé est : $|r_{\hat{p}p}| = 0,9555$.

Les oscillations se superposant à la pression reconstruite (Figures 4.11 et 4.15) sont reliées aux pics d'amplitude du spectre spatial de cette pression (Figure 4.12). De ce fait, nous avons tenté d'améliorer le signal reconstruit en appliquant un filtre spatial passe-bas supplémentaire permettant d'éliminer ces pics. La figure (4.16) montre les différentes fréquences de coupure de ce filtre appliqué au spectre reconstruit à l'aide d'un filtre de Wiener "idéal".

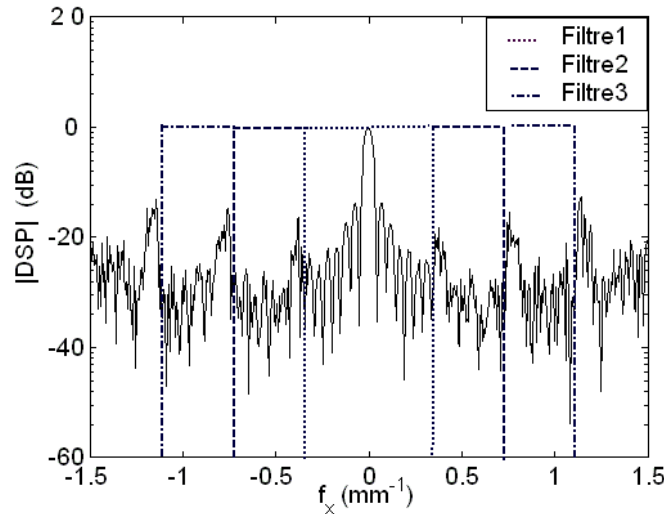


Figure 4.16 : Application de filtres passe-bas de différentes largeurs de bandes spatiales au spectre de la pression reconstruite à l'aide d'un filtre de Wiener « idéal ».

Les courbes a,b et c de la figure (4.17) montrent la pression reconstruite sur l'axe pour ces différentes largeurs de bande spatiales de ce filtre (Filtre1, 2 et 3) figure (4.16). Nous remarquons, alors, que les amplitudes des oscillations deviennent d'autant plus faibles que la fréquence de coupure du filtre est basse. Cette tendance est également valable pour l'amplitude de l'onde de bord. Par contre celle de l'onde plane n'est pas affectée.

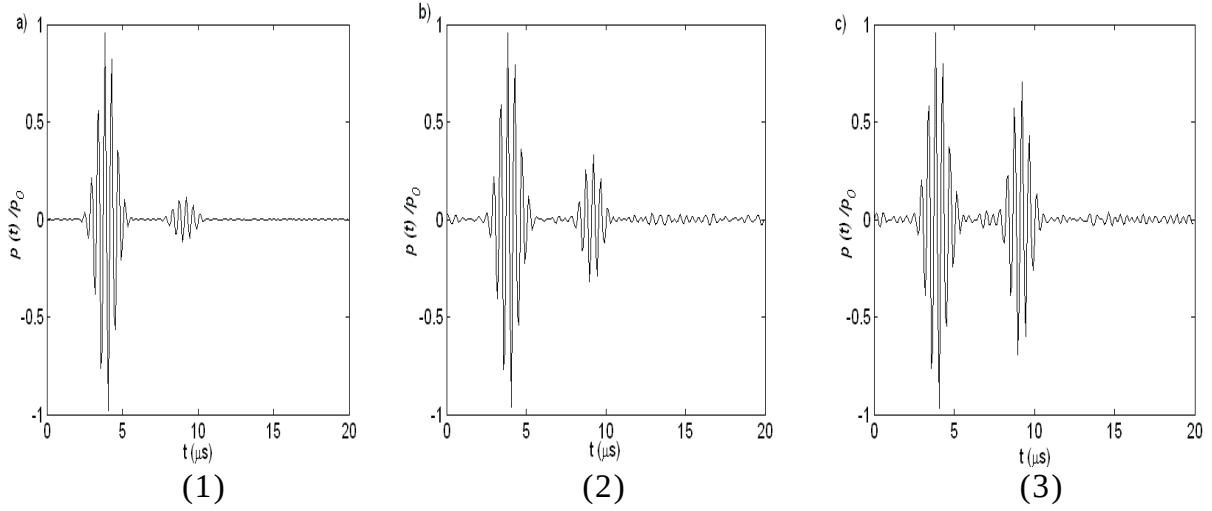


Figure 4.17 : Pression reconstruite à l'aide du filtre de Wiener « idéal » associé à un filtre passe-bas de différentes largeurs de bandes spatiales.

Ceci montre l'inefficacité de cette procédure, du fait que la bande des fréquences spatiales du signal utile, à cette distance de l'émetteur, soit très large et qu'elle englobe les fréquences spatiales pour lesquelles la fonction de transfert de l'hydrophone présente des zéros.

Le filtre de Wiener peut être implémenté dans le domaine des fréquences spatiales, aussi bien qu'à une fréquence temporelle donnée ou à un instant donné. Son expression à un instant t_0 donné est donnée par (Annexe C) :

$$\mathcal{H}_{F_1}(f_x, t_0) = \frac{\mathcal{H}_{h_1}^*(f_x) \varphi_{pp}(f_x, z_0, t_0)}{|\mathcal{H}_{h_1}(f_x)|^2 \varphi_{pp}(f_x, z_0, t_0) + \varphi_{n_p n_p}(f_x, z_0, t_0)}, \quad (4.25)$$

où $\varphi_{pp}(f_x, z_0, t_0)$ et $\varphi_{n_p n_p}(f_x, z_0, t_0)$ sont les DSP spatiales de la pression rayonnée et du bruit de pression dans le plan $z = z_0$ et à l'instant $t = t_0$ respectivement.

Nous avons testé le filtre lorsqu'il est implémenté dans le domaine temporel [Djer 05] : la seule différence par rapport à l'algorithme donné par la figure (4.8) est que, dans ce cas, il n'est pas nécessaire d'utiliser une transformée de Fourier temporelle.

Les résultats obtenus en appliquant ce filtre sont consignés dans la figure (4.18) pour le signal temporel de la pression reconstruite. On remarque alors que le filtre de Wiener "idéal" a donné une reconstruction de très bonne qualité ($|r_{\hat{p}p}| = 0.9944$). En comparant les résultats

obtenus à l'aide de ce filtre avec ceux qui ont été obtenus en appliquant le filtre de Wiener à une fréquence temporelle donnée (Equation 4.22, Figure 4.11), on remarque l'extinction des oscillations de faible amplitude. Avec, toutefois, une présence du bruit à la frontière du signal déconvolué.

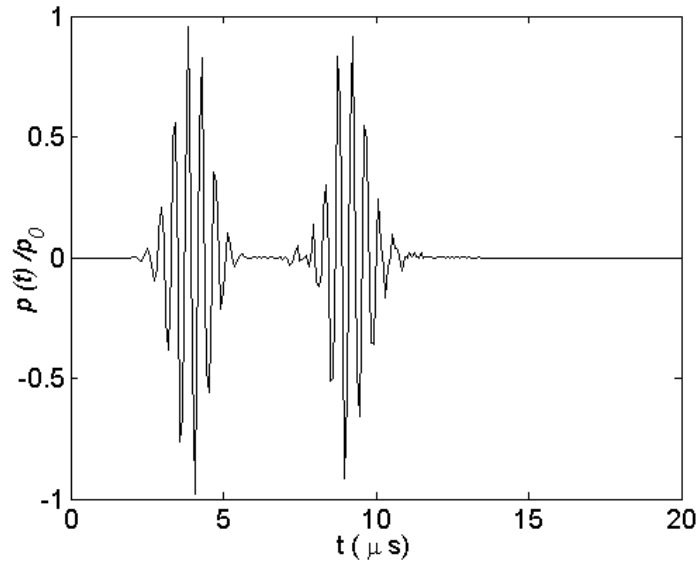


Figure 4.18 : Pression reconstruite à l'aide d'un filtre de Wiener "idéal". ouverture de longueur $L_h = 2,6\text{mm} \simeq 3,9\lambda_c$; $\lambda_c \simeq 0,67\text{mm}$, SNR=40dB, $x = 0\text{mm}$, $z_0 = 3\text{mm}$.

Une explication de ce fait pourrait être trouvée dans le comportement du filtre de Wiener. En effet, compte tenu de la fonction de transfert du filtre définie en (4.24), deux cas limites peuvent se présenter :

Dans le cas de signaux faiblement bruités ($\varphi_{n_p n_p} \ll \varphi_{\langle \hat{p} \rangle \langle \hat{p} \rangle}$), le filtre de Wiener se comporte comme un filtre inverse. Lorsque les signaux sont fortement bruités ($\varphi_{n_p n_p} \gg \varphi_{\langle \hat{p} \rangle \langle \hat{p} \rangle}$) la fonction de transfert du filtre de Wiener tend vers zéro ($\mathcal{H}_{F_1} \simeq 0$). Donc les valeurs que prend le signal déconvolué seront pratiquement nulles.

Les résultats obtenus à l'aide de ce filtre peuvent être observés dans le domaine des fréquences spatiales. La figure (4.19) montre le tracé de ce spectre à un instant t_0 correspondant au passage de l'onde plane par son amplitude maximale. Bien que la DSP spatiale de la pression reconstruite présente quelques différences par rapport à celle de la pression rayonnée, les pics liés aux zéros de la fonction de transfert ont complètement disparu.

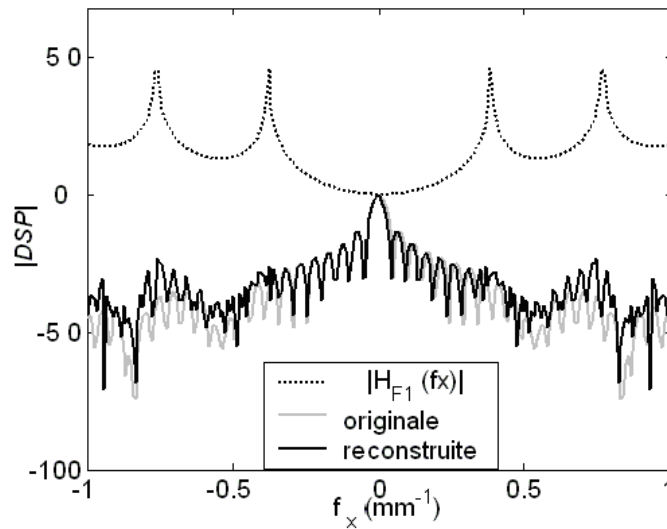


Figure 4.19 : DSP du champ de pression ultrasonore original, de la pression reconstruite à l'aide du filtre de Wiener « idéal » implémenté à un instant t_0 et le carré de la fonction de transfert du filtre inverse. t_0 correspond à l'instant où l'onde plane présente une amplitude maximale.

Les variations de la pression reconstruite à l'aide d'un filtre de Wiener sous des conditions réelles sont montrées dans la figure (4.20).

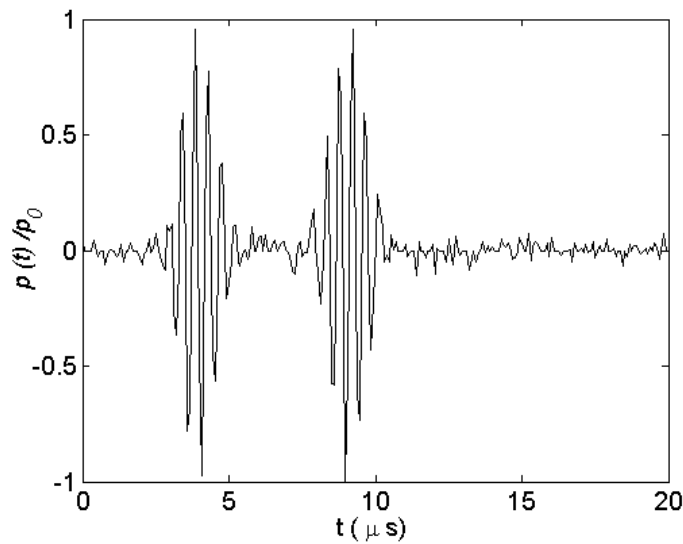


Figure 4.20 : Pression reconstruite sur l'axe à $z_0 = 3\text{mm}$ à l'aide d'un filtre de Wiener "réel". Ouverture de longueur $L_h = 2,6\text{mm} \simeq 3,9\lambda_c$, SNR = 40dB.

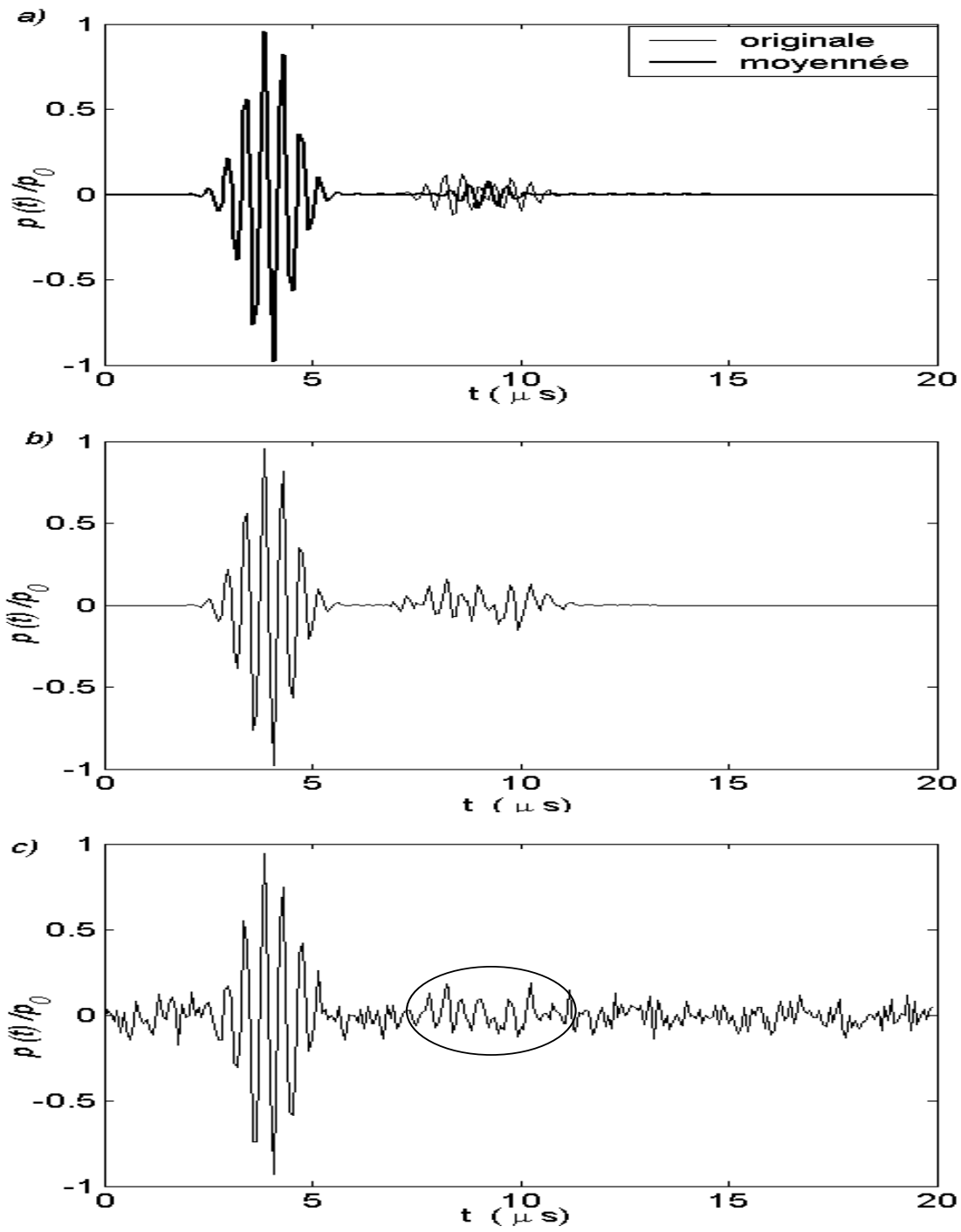


Figure 4.21 : Pression rayonnée et pression spatialement moyennée (a), pression reconstruite à l'aide d'un filtre de Wiener avec connaissance a priori des DSP (b) et sans connaissance a priori des DSP (c). Ouverture de longueur : $L_h = 2,6 \text{ mm} \simeq 3,9 \lambda_c$, $\text{SNR} = 40 \text{ dB}$, $z = 3 \text{ mm}$, $x = 1 \text{ mm}$.

Bien que les résultats de la reconstruction soient de moindre qualité par rapport à ceux obtenus à l'aide d'un filtre de Wiener sous des conditions idéales, il y a toujours une bonne concordance entre la pression reconstruite et la pression originale ($|r_{\hat{p}p}| = 0,9844$). Il est à noter que pour l'estimation du niveau de bruit, la DSP spatiale de la pression moyennée reconstruite à été considérée à l'instant où l'onde plane présente une amplitude maximale.

Dans la suite de l'étude, nous présenterons uniquement les résultats de la reconstruction obtenus à l'aide du filtre de Wiener spatial implémenté à un instant donné.

Pour une position du champ en dehors de l'axe, par exemple à $x = 1\text{mm}$ (Figure 4.21), l'application du filtre de Wiener avec et sans connaissance a priori des DSP permet la reconstruction du champ à partir des valeurs de la pression moyennée. Cependant, le résultat de la reconstruction de l'onde de bord est de moindre qualité. Ceci est dû à leur faible amplitude en dehors de l'axe. En effet dans le cas où l'amplitude de ces ondes de bord serait prise comme référence, le rapport signal sur bruit serait beaucoup plus faible par rapport à sa valeur sur l'axe.

4.3.2.2.3 Effet du rapport signal sur bruit

Afin d'étudier l'influence du rapport signal sur bruit sur la qualité de la reconstruction, nous effectuons la déconvolution en partant de signaux déconvolués temporellement (valeur estimée de la pression moyennée) avec différents niveaux de bruit ($\text{SNR} = 60\text{dB}$ et $\text{SNR} = 20\text{dB}$).

La figure (4.22) montre que le filtre de Wiener "réel" fournit d'excellents résultats de reconstruction lorsque les signaux « acquis » ne sont pas trop bruités. Pour un $\text{SNR} = 60\text{dB}$, $|r_{\hat{p}p}| = 0,9992$. Par contre, pour un faible SNR (20dB), les résultats de la reconstruction deviennent médiocres ($|r_{\hat{p}p}| = 0,6546$). Ce ci montre que les limites de la procédure de la reconstruction sont déjà atteintes pour ce niveau du bruit, à cette distance de l'émetteur et pour cette taille de l'ouverture [Djer05].

4.3.2.2.4 Effet de la taille de l'hydrophone

Afin d'étudier l'influence de la taille de l'hydrophone sur la qualité de la reconstruction, nous avons utilisé le filtre de Wiener avec et sans connaissance a priori des DSP sur des hydrophones à ouverture de plus grande taille avec le même SNR de 40dB . Les résultats de la reconstruction obtenus pour l'ouverture de taille $L_h = 3,8\text{mm} \simeq 5,67\lambda_c$ sont donnés par la (Figure 4.23). Ceux relatifs à une ouverture de taille $L_h = 4,6\text{mm} \simeq 6,86\lambda_c$ sont donnés par la (Figure 4.24).

En comparant ces résultats et ceux obtenus pour une ouverture de longueur $L_h = 2,6\text{mm} \simeq 3,9\lambda_c$ (figures 4.18 et 4.20), nous constatons que la qualité de reconstruction diminue lorsque la taille de l'hydrophone augmente. Dans la figure (4.24), bien que l'onde de bord ait une

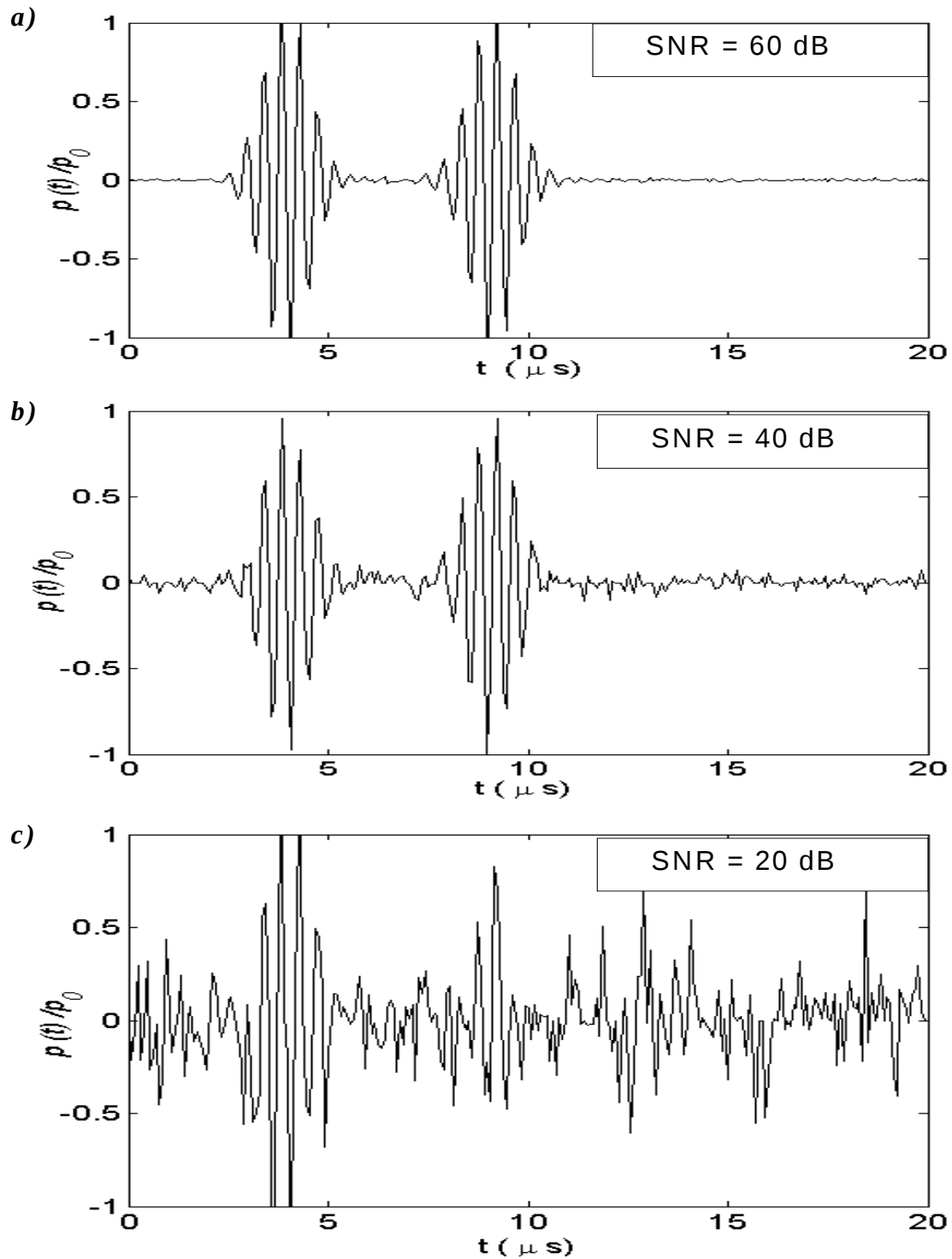


Figure 4.22 : Pression reconstruite à l'aide d'un filtre de Wiener "réel" (a) SNR=60dB, (b) SNR=40dB et (c) SNR=20dB. Ouverture de longueur $L_h = 2,6\text{mm} \simeq 3,9\lambda_c$, $z = 3\text{mm}$, $x = 0\text{mm}$.

amplitude nettement plus importante que celle de sa valeur spatialement moyennée (Figure 3.5), le champ de pression reconstruit présente des écarts par rapport au champ original.

Ceci montre qu'à ce niveau de bruit (40 dB), les limites de la procédure de reconstruction sont déjà atteintes pour une telle dimension ($L_h = 6,86\lambda_c$). Pour $L_h \simeq 5,67\lambda_c$ le coefficient de corrélation entre la pression reconstruite à l'aide du filtre de Wiener "idéal" ou "réel" et la pression originale vaut $|r_{\hat{p}p}| = 0,9833$ et $|r_{\hat{p}p}| = 0,9408$, respectivement. Dans le cas d'une ouverture de longueur $L_h \simeq 6,86\lambda_c$, on obtient des coefficients de corrélations $|r_{\hat{p}p}| = 0,9734$ et $|r_{\hat{p}p}| = 0,9123$ respectivement.

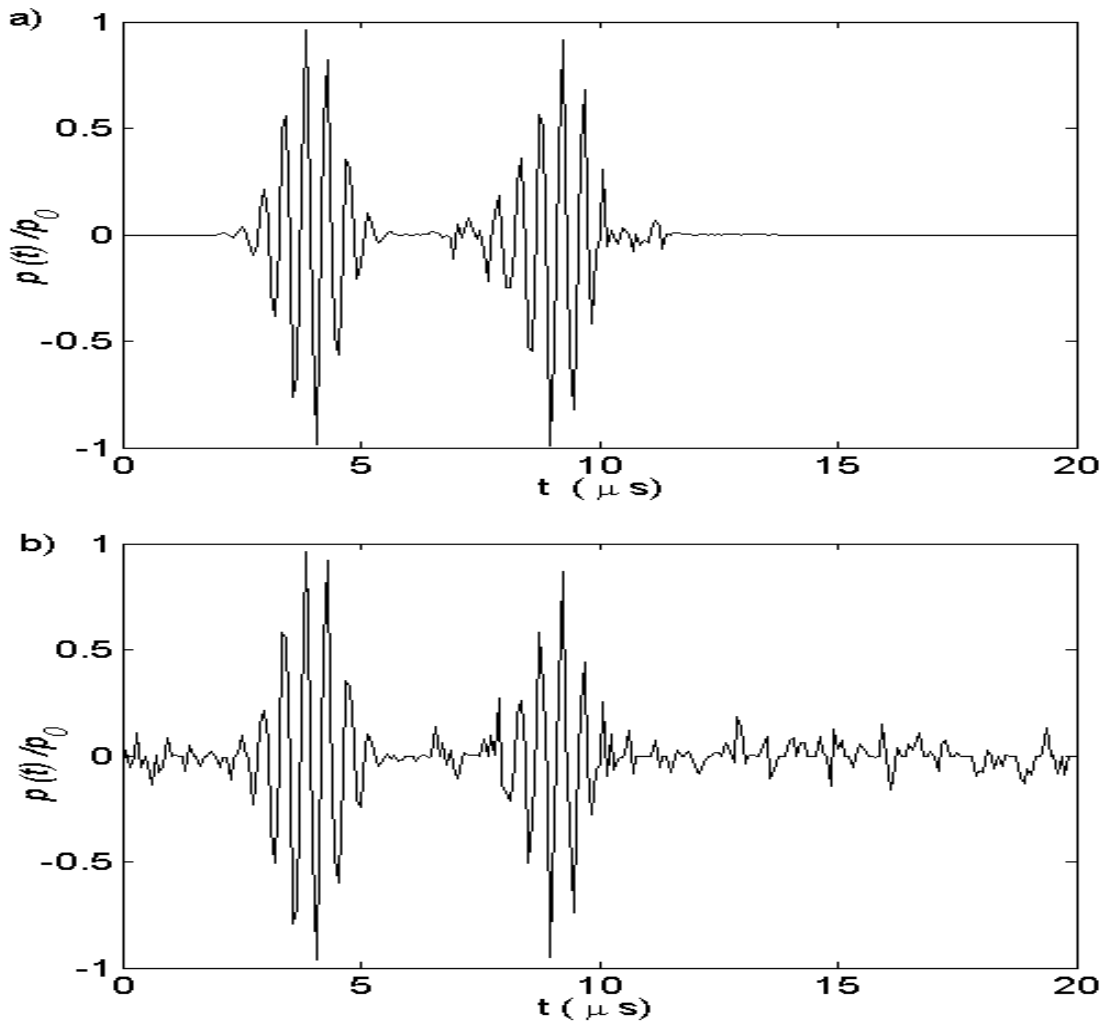


Figure 4.23 : Pression reconstruite à l'aide de filtre de Wiener : a) "idéal" et b) "réel".

Ouverture de longueur : $L_h = 3,8\text{mm} \simeq 5,67\lambda_c$, SNR=40dB, $z = 3\text{mm}$, $x = 0\text{mm}$.

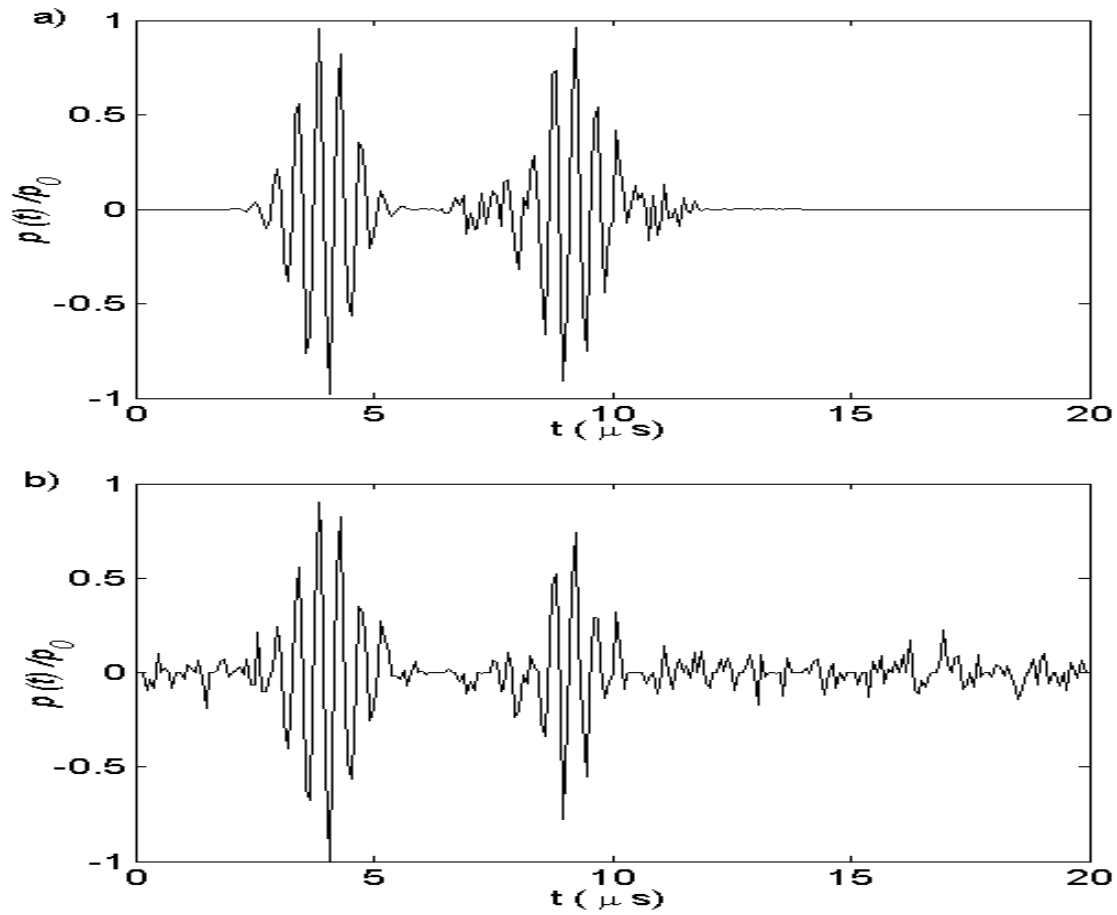


Figure 4.24 : Pression reconstruite à l'aide de filtre de Wiener : a) "idéal" et b) "réel".
Ouverture de longueur : $L_h = 4,6 \text{ mm} \simeq 6,86\lambda_c$, SNR=40dB, $z = 3 \text{ mm}$, $x = 0 \text{ mm}$.

Les valeurs du module de corrélation normé $|r_{\hat{p}p}|$ entre la pression reconstruite et la pression originale, obtenus pour des hydrophones à ouvertures de tailles variant de 3 mm à 5 mm sont récapitulés dans la figure (4.25.a) pour le filtre de Wiener "idéal" et dans la figure (4.25.b) pour le filtre de Wiener "réel". On constate, pour les deux types de filtres la diminution de la qualité de reconstruction avec l'augmentation de la taille de l'hydrophone.

La diminution de ce coefficient de corrélation n'est pas linéaire. Nous avons alors tenté de trouver une relation entre la diminution de ce coefficient de corrélation et l'effet du moyennage. Nous avons tracé pour les tailles précédentes le coefficient du corrélation $|r_{\hat{p}p}|$ entre la pression originale et la pression moyennée par ces hydrophones (Figure 4.26). L'effet du moyennage augmente avec l'augmentation de la taille lui aussi, d'une façon non linéaire.

Ces figures mettent en évidence, l'efficacité de la procédure de déconvolution du champ ultrasonore, le coefficient de corrélation passe d'une valeur de l'ordre de $|r_{<p>p}| = 0,7$, entre la

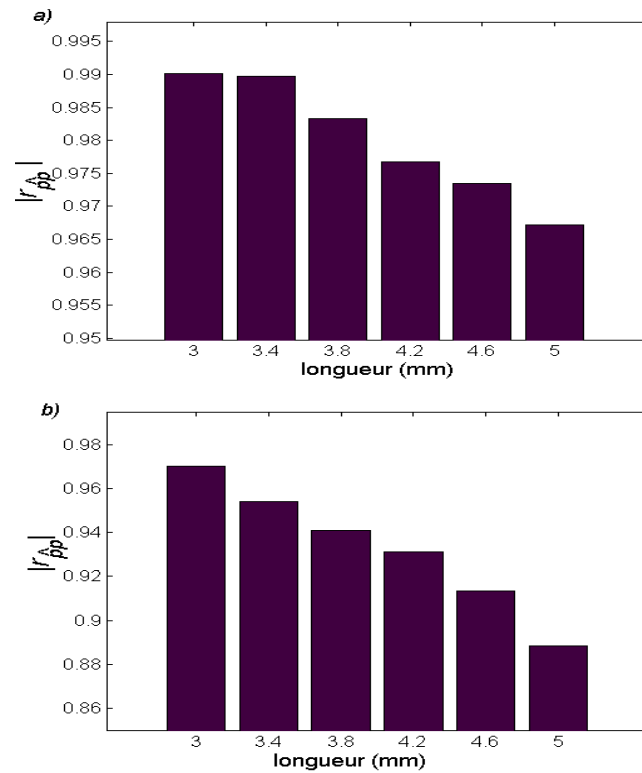


Figure 4.25 : Module du coefficient de corrélation normé $|r_{\hat{p}p}|$ entre la pression ultrasonore originale et la pression reconstruite à l'aide de filtre de Wiener a) "idéal", b) "réel", en fonction de la taille de l'hydrophone ($x=0$, $z=3\text{mm}$, $\text{SNR}=40\text{dB}$).

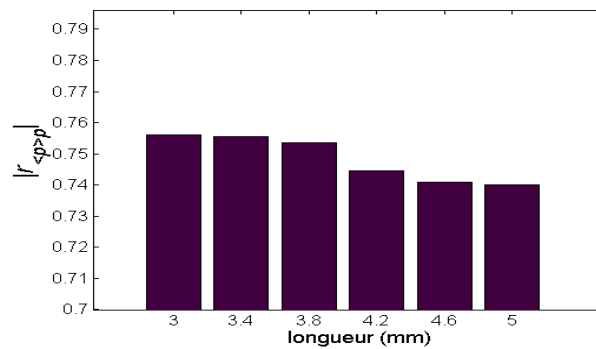


Figure 4.26 : Module du coefficient de corrélation normé $|r_{\langle p \rangle p}|$ entre la pression ultrasonore originale et la pression spatialement moyennée en fonction de la taille de l'hydrophone.

pression originale et la pression spatialement moyennée, à une valeur $|r_{\hat{p}p}| = 0,9$ et plus entre la pression reconstruite et la pression originale.

4.3.2.2.5 Effet de la distance axiale z :

Nous avons montré dans l'étude du problème direct que l'effet du moyennage spatiale diminue en éloignant le récepteur de la source. Cela nous suggère d'étudier l'influence de la distance axiale sur la qualité de reconstruction. Nous considérons le même champ de pression étudié précédemment. Ce champ est "acquis" à l'aide d'un hydrophone à ouverture linéaire de taille $L_h = 4,6\text{mm} \simeq 6,86\lambda_c$ et avec un SNR = 40dB à des distances axiales particulières $z = 20\text{mm}$, $z = 30\text{mm}$ et $z = 50\text{mm}$. Les résultats de la reconstruction pour les deux types de filtre de Wiener ("idéal" et "réel") sont illustrés dans les Figures (4.27) pour $z = 20\text{mm}$, (4.28) pour $z = 30\text{mm}$ et (4.29) pour $z = 50\text{mm}$.

En comparant les figures (4.27), (4.28) et (4.29) et celle obtenue pour $z = 3\text{mm}$ (Figure 4.23), on constate que la qualité de reconstruction dépend fortement de la distance axiale z . Cette qualité devient meilleure en éloignant le récepteur de la source. Cette amélioration est confirmée quantitativement par le calcul du coefficient de corrélation normé entre le champ reconstruit et le champ rayonné. Le module de ce dernier vaut $|r_{\hat{p}p}| = 0,9816$ pour le filtre "idéal" et $|r_{\hat{p}p}| = 0,9283$ pour le filtre "réel" à $z = 20\text{mm}$. Il vaut $|r_{\hat{p}p}| = 0,9863$ pour le filtre "idéal" et $|r_{\hat{p}p}| = 0,9516$ pour le filtre "réel" à $z = 30\text{mm}$. A $z = 50\text{mm}$, ces valeurs deviennent $|r_{\hat{p}p}| = 0,9913$ et $|r_{\hat{p}p}| = 0,9725$ respectivement.

Afin de valider ce résultat, pour toutes les positions axiales, nous avons tracé les variations du module du coefficient de corrélation normé entre la pression reconstruite et la pression originale pour cet hydrophone (Figure 4.30). On peut alors constater que, pour toutes les positions axiales, l'augmentation du module du coefficient de corrélation avec l'augmentation de z , à l'exception de la position $z = 40\text{mm}$, pour cette distance, la valeur plus faible du coefficient de corrélation est un peu surprenante.

De ce fait, nous avons considéré deux positions au voisinage de 40mm , la première à 35mm et la deuxième à 45mm . Les coefficients de corrélations obtenus pour ces deux positions sont respectivement $|r_{\hat{p}p}| = 0,9896$ et $|r_{\hat{p}p}| = 0,9828$ pour le filtre de Wiener "idéal" et $|r_{\hat{p}p}| = 0,9580$ et $|r_{\hat{p}p}| = 0,8929$ pour le filtre de Wiener "réel". Ces valeurs s'inscrivent dans la même tendance globale affichée dans la figure 4.30.

La figure (4.31) représente les variations du coefficient de corrélation normé entre la pression moyennée et la pression rayonnée. On remarque, alors que l'amélioration de la qualité de la reconstruction lorsqu'on éloigne le récepteur de l'émetteur est liée à la diminution de l'effet du moyennage (§3.2.1.2). Cependant cette tendance globale présente quelques fluctuations telles que celle enregistrée à $z = 40\text{mm}$. De tels effets ont été également remarqués lors de l'étude des variations de la largeur de bande spatiale de champs ultrasonores harmoniques [Bou 03].

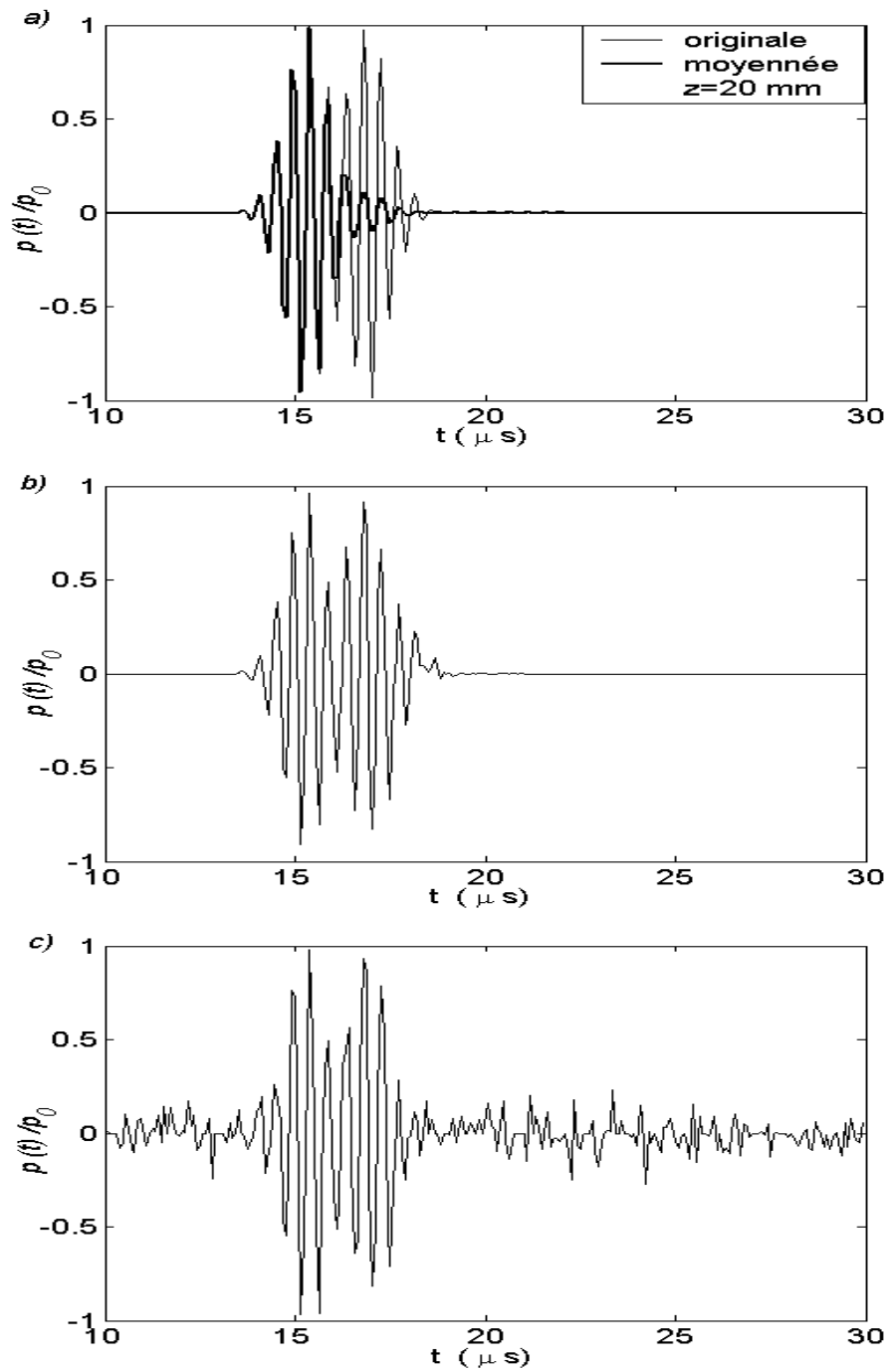


Figure 4.27 : Pression rayonnée et pression spatialement moyennée (a), pression reconstruite à l'aide d'un filtre de Wiener avec connaissance a priori des DSP (b) et sans connaissance a priori des DSP (c). Ouverture de longueur : $L_h = 4,6 \text{ mm} \simeq 6,86 \lambda_c$, $\text{SNR} = 40 \text{ dB}$, $z = 20 \text{ mm}$, $x = 0 \text{ mm}$.

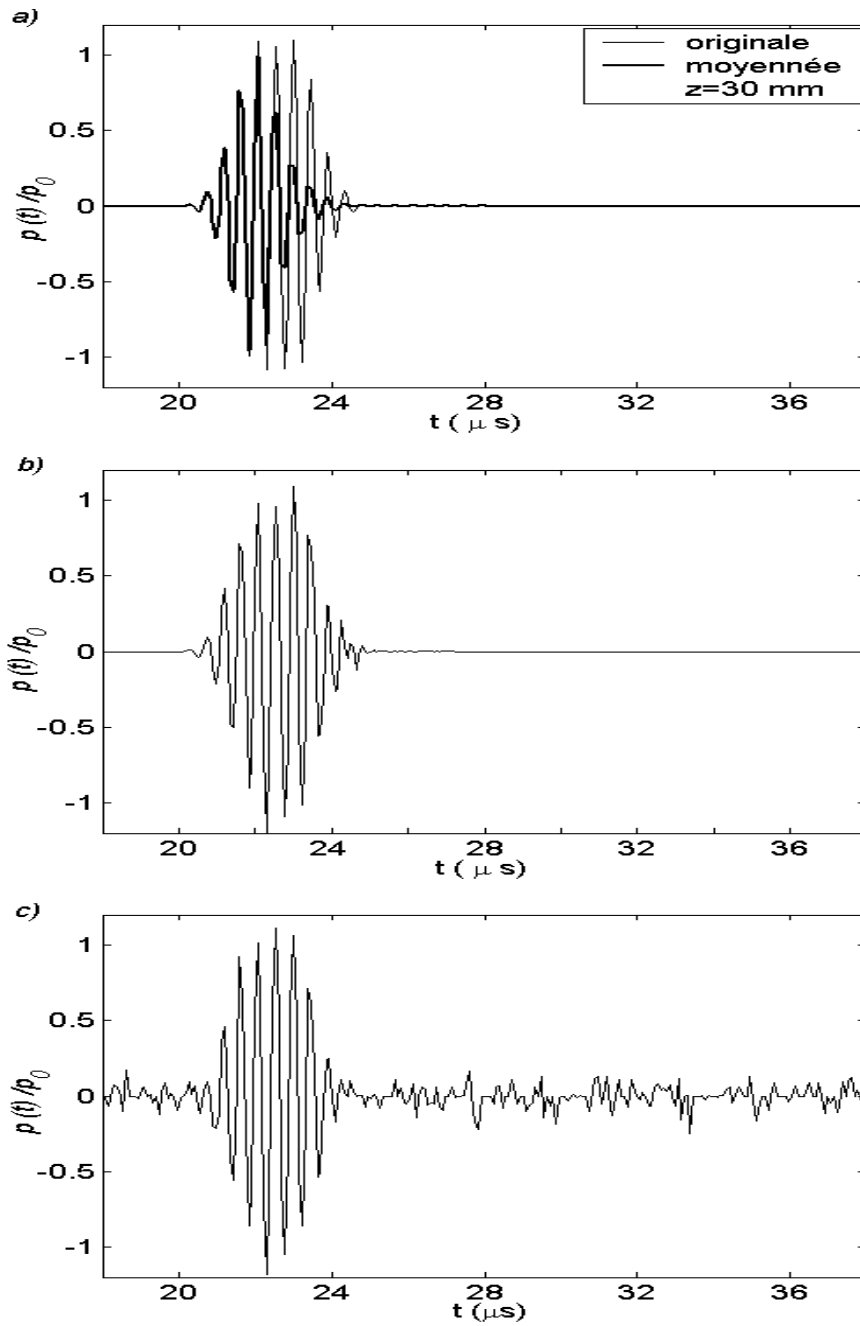


Figure 4.28 : Pression rayonnée et pression spatialement moyennée (a), pression reconstruite à l'aide d'un filtre de Wiener avec connaissance a priori des DSP (b) et sans connaissance a priori des DSP (c). Ouverture de longueur : $L_h=4,6\text{mm}\simeq 6,86\lambda_c$, $\text{SNR}=40\text{dB}$, $z=30\text{mm}$, $x=0\text{mm}$.

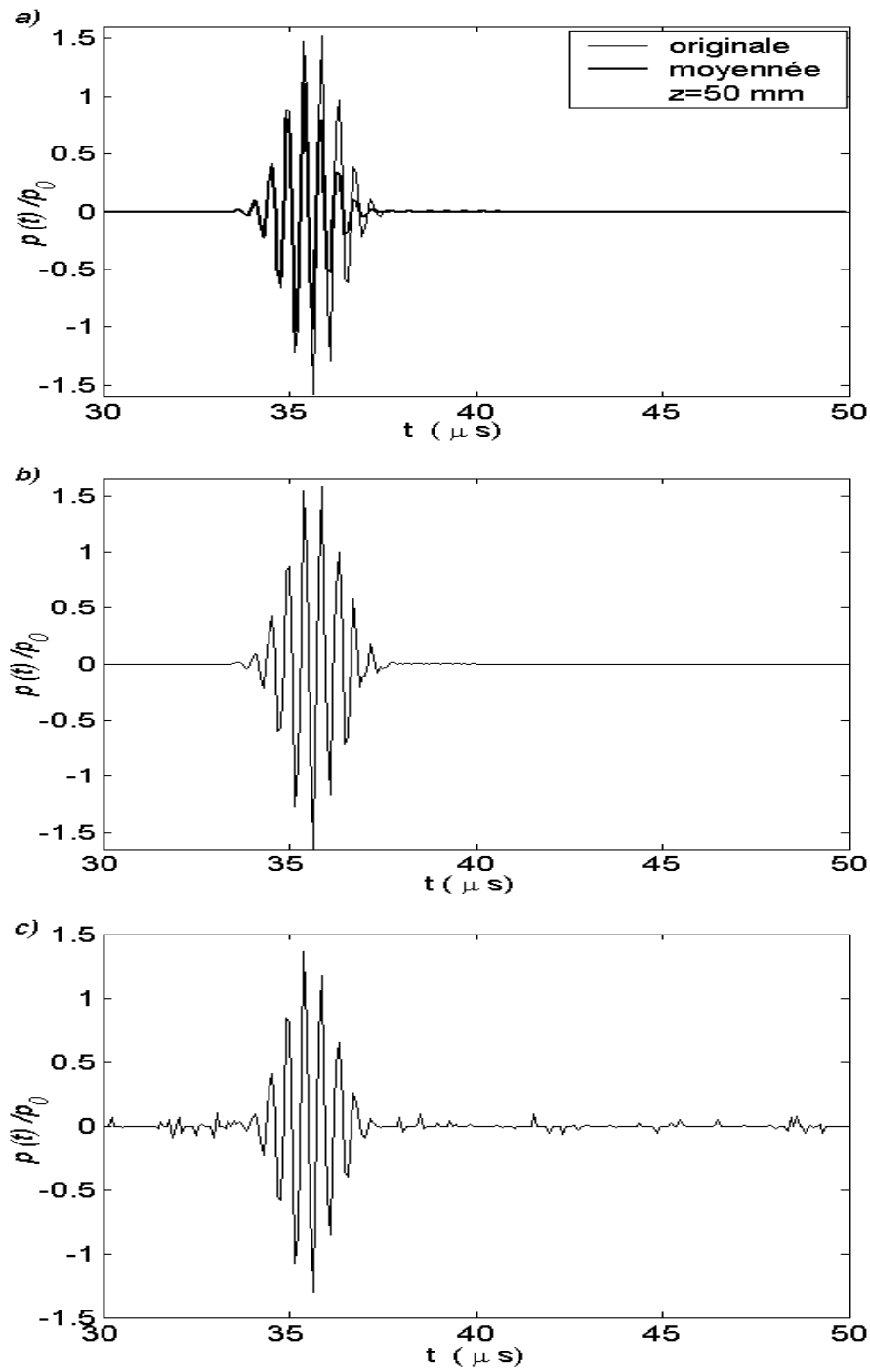


Figure 4.29 : Pression rayonnée et pression spatialement moyennée (a), pression reconstruite à l'aide d'un filtre de Wiener avec connaissance a priori des DSP (b) et sans connaissance a priori des DSP (c) Ouverture de longueur : $L_h=4,6\text{mm}\simeq 6,86\lambda_c$, $\text{SNR}=40\text{dB}$, $z=50\text{mm}$, $x=0\text{mm}$.

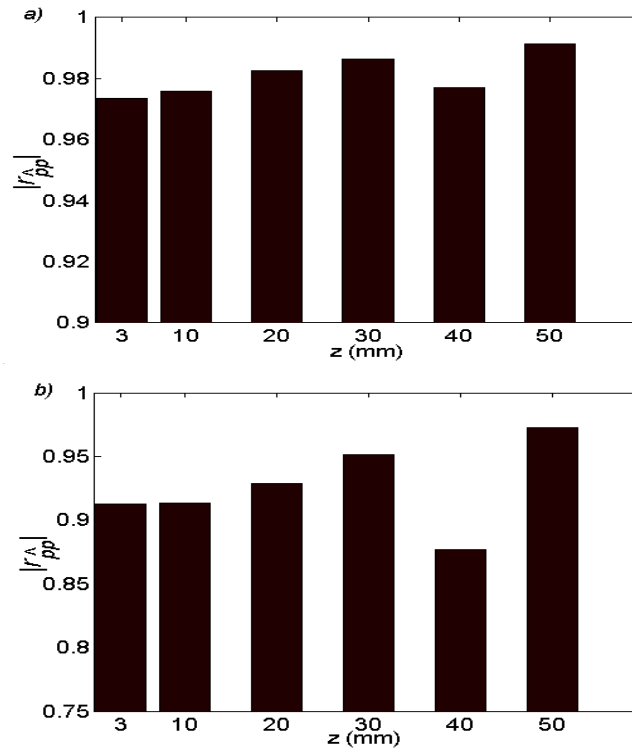


Figure 4.30 : Module du coefficient de corrélation normé $|r_{\hat{p}p}|$ entre la pression ultrasonore originale et la pression reconstruite à l'aide de filtre de Wiener *a)* avec DSP connues a priori, *b)* avec DSP estimées, en fonction de la distance axiale z .

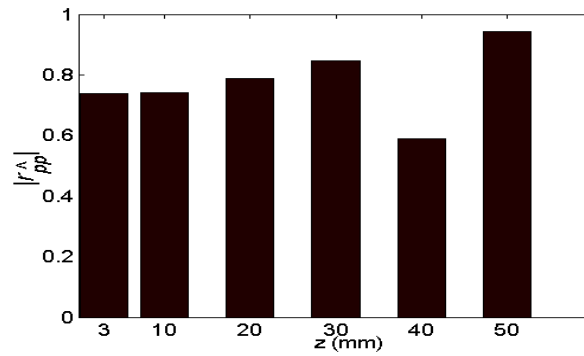


Figure 4.31 : Module du coefficient de corrélation normé $|r_{\langle \hat{p} \rangle p}|$ entre la pression ultrasonore originale et la pression moyennée en fonction de la distance axiale z .

4.3.2.2.6 Effet du pas de l'échantillonnage :

La figure (4.31) représente le module du coefficient de corrélation normé entre la pression originale et la pression reconstruite obtenue à l'aide d'un filtre de Wiener (avec connaissance a priori des DSP) pour une position axiale $z=3$ mm. La pression moyennée à été "acquise" avec un hydrophone à ouverture de taille $L_h = 2,6$ mm, avec un pas d'échantillonnage $\Delta x = 0,124$ mm, $0,153$ mm, $0,2$ mm, $0,29$ mm, $0,37$ mm et $0,525$ mm respectivement. Compte tenu des pas choisis, l'ouverture de l'hydrophone est discrétisé en 21, 17, 13, 9, 7 et 5 éléments respectivement.

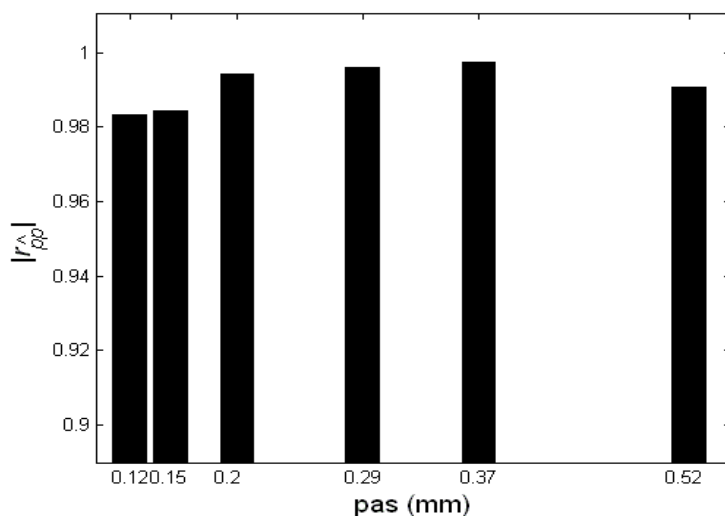


Figure 4.31 : Module du coefficient de corrélation normé $|r_{pp}|$ entre la pression ultrasonore originale et la pression reconstruite à l'aide du filtre de Wiener avec DSP connues a priori, en fonction du pas de discrétisation.

La figure (4.31) montre l'existence d'un pas optimal, $\Delta x = 0,37$ mm, qui permet d'obtenir une bonne qualité de la reconstruction. Le choix d'un pas plus petit correspond à une discrétisation intense des données, ce qui renforce le caractère mal conditionné du problème inverse et rend sa solution plus délicate [Ber98]. Pour un pas plus grand, la qualité de la reconstruction diminue du fait que, dans ce cas, le champ reconstruit correspond au champ spatialement moyenné sur chacune des cellules réceptrices de l'hydrophone.

Il est à noter que les résultats présentés concernaient les variations de la pression ultrasonore reconstruite sur l'axe. Cependant, la procédure de déconvolution développée permet de reconstruire le champ ultrasonore à d'autres positions hors de l'axe, même si l'onde de bord y est de faible amplitude, à condition que le rapport signal sur bruit soit suffisamment grand. Les figures (4.32) montrent le champ de pression reconstruit à différentes distances radiales. La pression a été acquise dans le plan $z_0 = 3$ mm à l'aide d'un hydrophone d'ouverture de longueur $L_h = 2,6$ mm avec un SNR=60dB. Pour la reconstruction, un filtre de Wiener avec et sans connaissances des DSP a été utilisé.

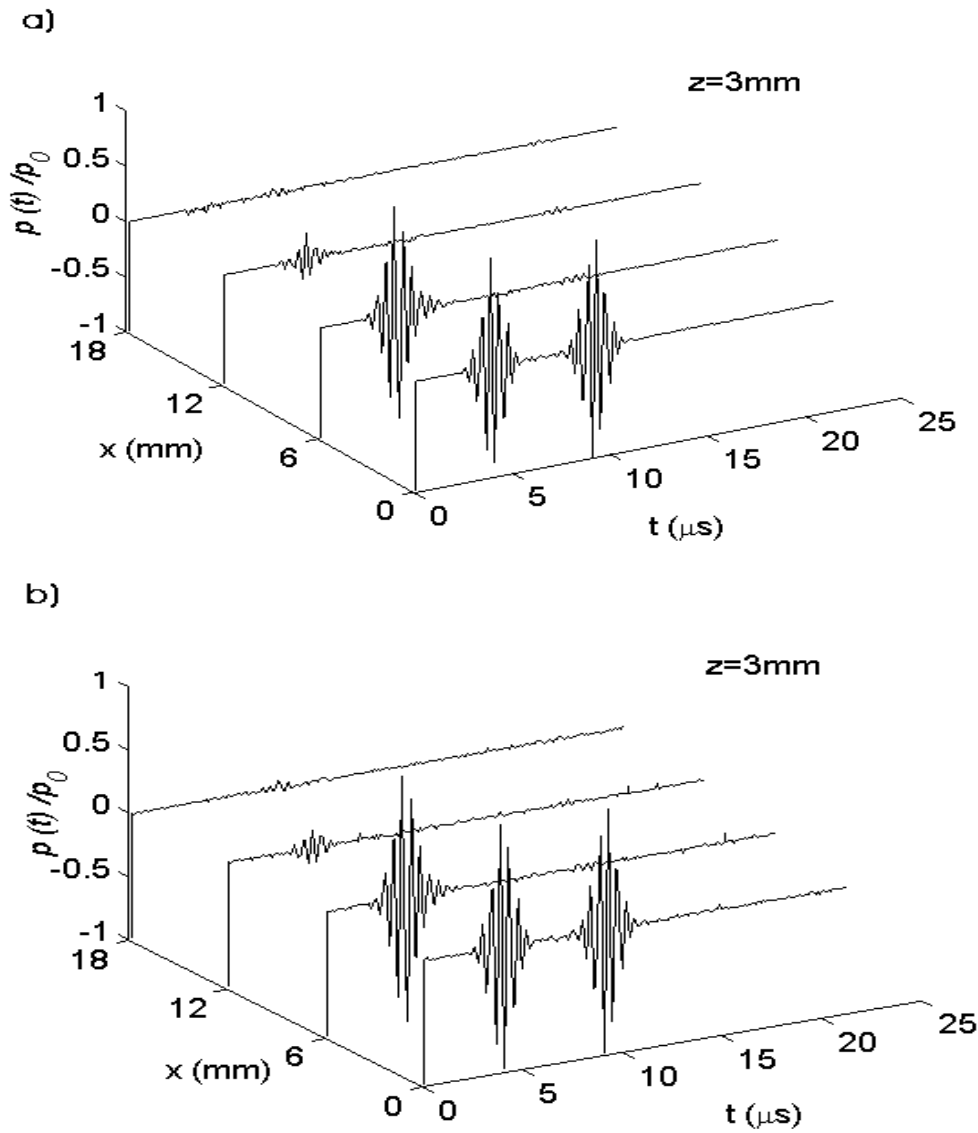


Figure 4.32 : Pression reconstruite à l'aide d'un filtre de Wiener a) avec connaissance a priori des DSP et b) sans connaissance des DSP pour différentes distances radiales x . Hydrophone à ouverture linéaire de longueur $L_h = 2,6mm$, $SNR = 60dB$, $z_0 = 3mm$.

L'étude du problème unidimensionnel nous a permis de tester l'efficacité des méthodes de reconstructions développées et de déterminer les paramètres critiques qui influent d'une manière importante sur la qualité de reconstruction. Dans ce qui suit, nous allons généraliser l'étude au cas bidimensionnel.

4.4 Reconstruction du champ ultrasonore dans le cas bidimensionnel

4.4.1 Déconvolution temporelle

4.4.1.1 Filtre temporel inverse

La fonction de transfert du filtre inverse temporel est donnée par :

$$H_{F_2}(f) = 1/H_s(f), \quad (4.26)$$

où $H_s(f)$ représente la fonction de transfert (temporelle) de toute la chaîne de mesure.

De la même manière que pour le cas unidimensionnel, cette déconvolution est effectuée dans le domaine des fréquences temporelles. Elle nécessite donc l'utilisation de transformées de Fourier unidimensionnelles directe et inverse.

Les résultats de la déconvolution temporelle, qui ont été effectués à l'aide d'un filtre inverse, sont illustrés dans la figure (4.33) pour des hydrophones à ouvertures rectangulaire ($L_h = 1,4\text{mm} \simeq 2,1\lambda_c$, $l_h = 0,6\text{mm} \simeq 0,85\lambda_c$, Figure 4.33.a) et circulaire ($\varnothing = 1\text{mm} \simeq 1,5\lambda_c$, Figure 4.33.b) respectivement. On remarque alors, que cette opération donne des résultats performants. En effet, quelque soient les dimensions des ouvertures et leur géométrie, le champ de pression spatialement moyenné est reconstruit fidèlement.

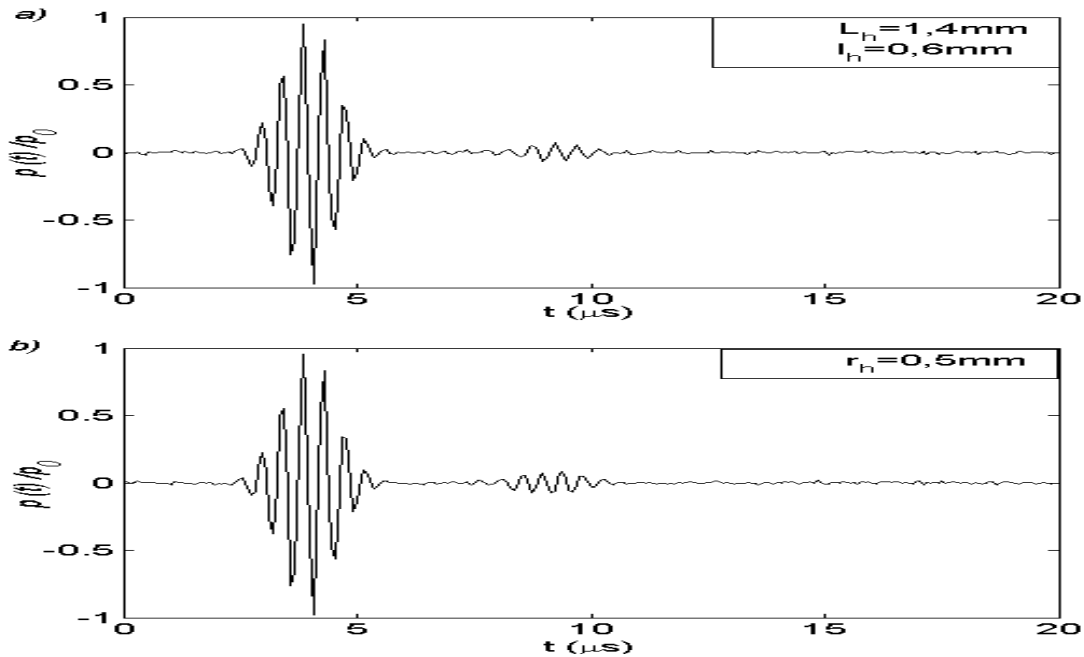


Figure 4.33 : Pression spatialement moyennée reconstruite à l'aide d'un filtre inverse temporel.

Hydrophone à ouverture : a) rectangulaire ($L_h = 1,4\text{mm} \simeq 2,1\lambda_c$, $l_h = 0,6\text{mm} \simeq 0,85\lambda_c$)

b) circulaire ($\varnothing = 1\text{mm} \simeq 1,5\lambda_c$); $\lambda_c = 0,67\text{mm}$, SNR=40dB, $x = 0\text{mm}$, $y = 0\text{mm}$, $z_0 = 3\text{mm}$.

4.4.2 Déconvolution spatiale

Les trois procédures de reconstruction (filtre inverse, filtre de Wiener avec et sans connaissance a priori des DSP) sont testées sur des hydrophones à ouverture rectangulaire et circulaire avec les dimensions précédentes et avec un SNR de 40 dB.

4.4.2.1 Filtre spatial inverse

La fonction de transfert du filtre spatial bidimensionnel inverse est donnée par :

$$H_{F_1}(f_x, f_y) = 1/H_{h_1}(f_x, f_y). \quad (4.27)$$

où $H_{h_1}(f_x, f_y)$ représente la fonction de transfert spatiale de l'hydrophone définie au §2.2.1.2.

Dans le cas du filtre inverse, on remarque que la pression reconstruite est totalement noyée dans le bruit (Figure 4.34).

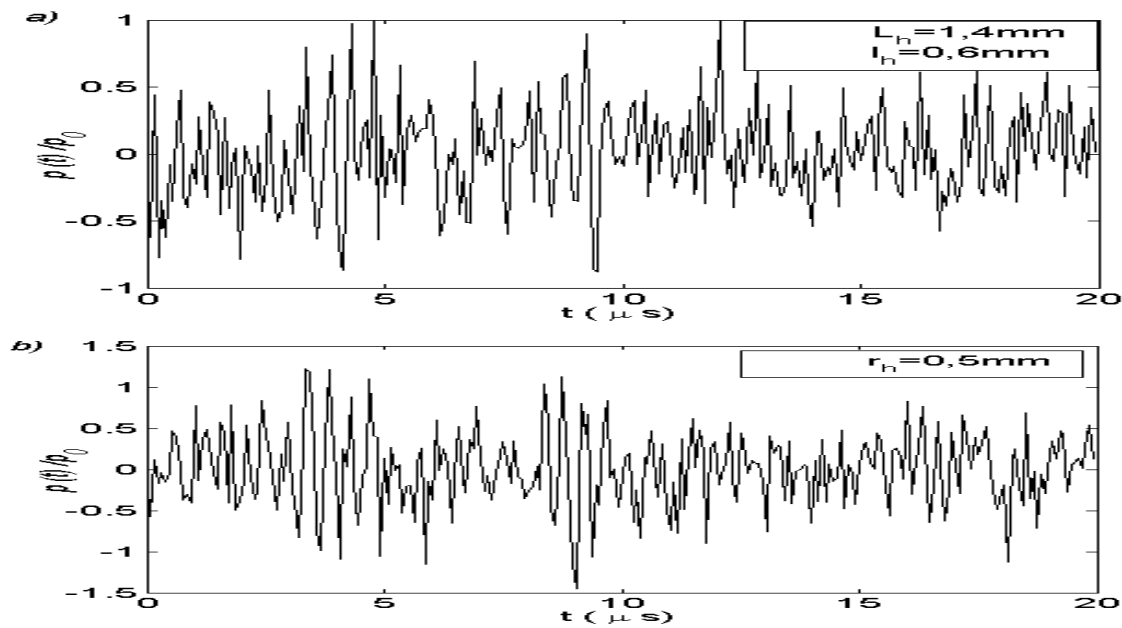


Figure 4.34 : Pression reconstruite à l'aide d'un filtre spatial bidimensionnel inverse :

Hydrophone à ouverture a) rectangulaire ($L_h = 1.4 \text{ mm} \simeq 2.1 \lambda_c$, $l_h = 0.6 \text{ mm} \simeq 0.85 \lambda_c$)

b) circulaire ($\varnothing = 1 \text{ mm} \simeq 1.5 \lambda_c$); $\lambda_c = 0.67 \text{ mm}$, SNR=40dB, $x = 0 \text{ mm}$, $y = 0 \text{ mm}$, $z_0 = 3 \text{ mm}$.

Le signal obtenu en appliquant de ce filtre est inexploitable. Ceci confirme le caractère mal posé du problème inverse étudié.

4.4.2.2 Filtre spatial bidimensionnel de Wiener

Lorsque le filtre de Wiener bidimensionnel est implémenté à une fréquence temporelle donnée, sa fonction de transfert spatiale est donnée par l'expression suivante (Annexe B) :

$$\mathcal{H}_{F_{1f}}(f_x, f_y) = \frac{H_1^*(f_x, f_y) \Phi_{pp}(f_x, f_y, z_0, f)}{|H_1(f_x, f_y)|^2 \Phi_{pp}(f_x, f_y, z_0, f) + \Phi_{n_p n_p}(f_x, f_y, z_0, f)}. \quad (4.28)$$

Lorsque la déconvolution spatiale est effectuée dans un plan z_0 et à un instant t_0 donné, la fonction de transfert spatiale du filtre est donnée par (Annexe C) :

$$\mathcal{H}_{F_{1t_0}}(f_x, f_y) = \frac{H_1^*(f_x, f_y) \varphi_{pp}(f_x, f_y, z_0, t_0)}{|H_1(f_x, f_y)|^2 \varphi_{pp}(f_x, f_y, z_0, t_0) + \varphi_{n_p n_p}(f_x, f_y, z_0, t_0)}. \quad (4.29)$$

Comme les tests l'ont montré dans le cas unidimensionnel, ce filtre spatial donne des résultats relativement meilleurs lorsque il est implémenté à un instant donné plutôt qu'à une fréquence temporelle donnée. C'est pourquoi, nous allons limiter la suite de l'étude au premier cas.

4.4.2.2.1 Filtre de Wiener avec PSD connues a priori

Les paramètres nécessaires à la conception du filtre sont déduits de l'étude du problème direct. Les résultats de l'application de ce filtre sur la pression moyennée estimée avec un SNR = 40dB sont consignés dans la figure (4.35)

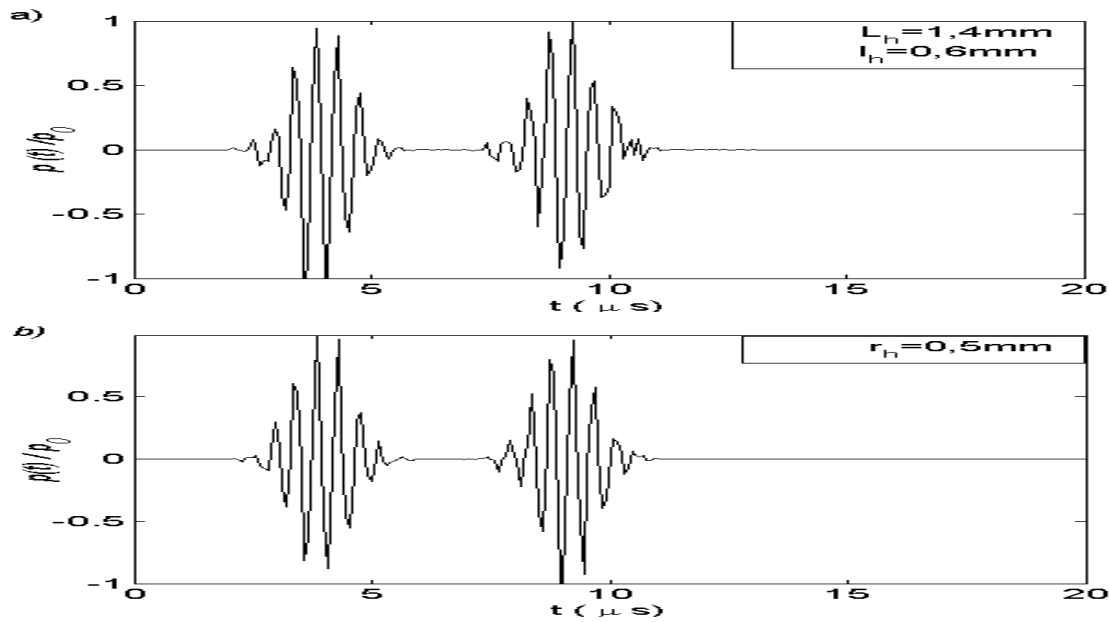


Figure 4.35 : Pression reconstruite à l'aide d'un filtre de Wiener bidimensionnel "idéal". Ouverture : a) rectangulaire : $L_h = 1,4\text{mm} \simeq 2,1 \lambda_c$, $l_h = 0,6\text{mm} \simeq 0,85\lambda_c$, b) circulaire : $\varnothing = 1\text{mm} \simeq 1,5\lambda_c$; $\lambda_c = 0,67\text{mm}$, (SNR= 40 dB, $x = y = 0\text{mm}$, $z_0 = 3\text{mm}$).

Le filtre de Wiener, nous a permis sous ces conditions idéales de retrouver la forme originale du signal. L'onde de bord, qui été fortement moyennée, est restituée. Nous constatons également une réduction du bruit, contrairement aux résultats obtenus à l'aide du filtre inverse. Le coefficient de corrélation entre la pression reconstruite et la pression originale prend les valeurs suivantes : $|r_{pp}| = 0,9630$ pour l'ouverture rectangulaire et $|r_{pp}| = 0,97874$ pour l'ouverture circulaire [Djer05].

4.4.2.2.2 Filtre de Wiener avec DSP estimées

Tous les paramètres du filtre sont estimés à partir du spectre spatial de la pression spatialement moyennée reconstruite. La DSP du bruit $\varphi_{\hat{n}_p\hat{n}_p}$ est estimée dans la région des hautes fréquences spatiales à un instant correspondant au passage de l'onde plane par son amplitude maximale. Par contre, la DSP de la pression à reconstruire $\varphi_{\hat{p}\hat{p}}$ est donnée à chaque instant, par le rapport de la DSP de la pression moyennée estimée non bruitée au carré de la fonction de transfert comme suit :

$$\varphi_{\hat{p}\hat{p}} = \frac{\varphi_{\langle\hat{p}\rangle\langle\hat{p}\rangle_B} - \varphi_{\hat{n}_p\hat{n}_p}}{|H_{h_1}|^2}. \quad (4.30)$$

$\varphi_{\langle\hat{p}\rangle\langle\hat{p}\rangle_B}$ est la DSP de la pression spatialement moyennée bruitée obtenue après déconvolution temporelle. La figure (4.36) illustre les variations de la pression reconstruite à l'aide du filtre de Wiener sans connaissance a priori des DSP ("réel").

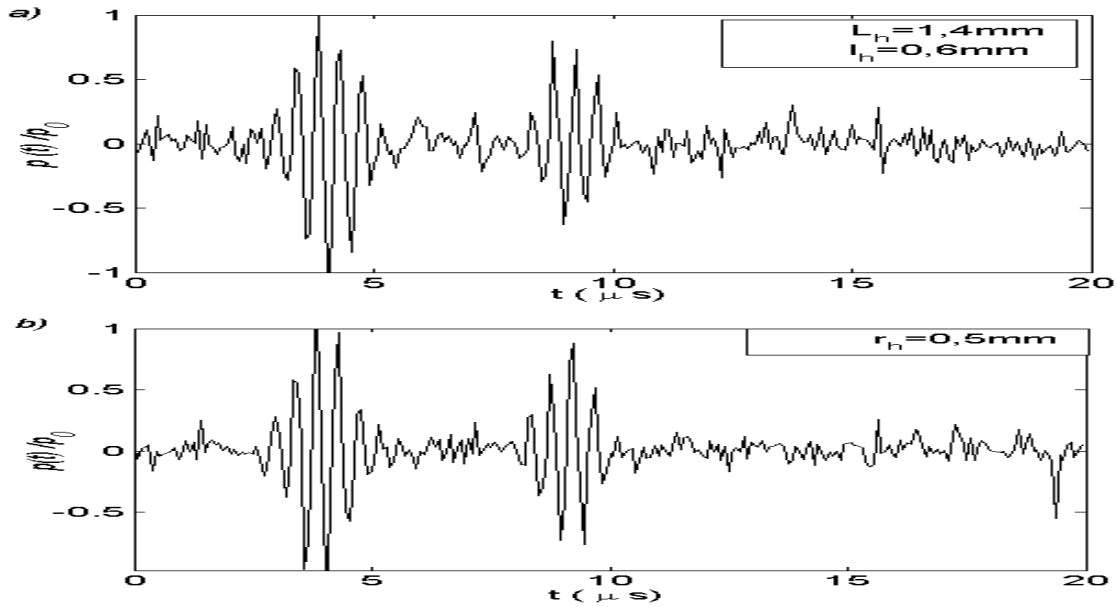


Figure 4.36 : Pression reconstruite à l'aide d'un filtre de Wiener bidimensionnel sans connaissance a priori des DSP. Hydrophone à ouverture a) rectangulaire ($L_h = 1,4\text{mm} \simeq 2,1 \lambda_c$, $l_h = 0,6\text{mm} \simeq 0,85\lambda_c$), b) circulaire ($\varnothing = 1\text{mm} \simeq 1,5\lambda_c$); $\lambda_c = 0,67\text{mm}$, SNR=40dB, $x = 0\text{mm}$, $y = 0\text{mm}$, $z_0 = 3\text{mm}$.

L'application du filtre de Wiener sans connaissance a priori des DSP, ne nous a pas permis à cette distance la reconstruction de la totalité des ondes de bord. Cependant, l'amplitude de cette dernière est nettement plus grande par rapport à la pression moyennée (Figure 3.14) et la qualité de la reconstruction est meilleure que celle obtenus à l'aide du filtre spatial inverse (Figure 4.34). Les valeurs du coefficient de corrélation normée valent 0,8836 pour l'ouverture rectangulaire et 0,90425 pour l'ouverture circulaire.

4.4.2.2.3 Influence de la distance axiale :

Pour étudier l'influence de ce paramètre sur la qualité de la reconstruction, nous considérons le champ ultrasonore mesuré à l'aide d'hydrophones à ouverture rectangulaire ($L_h = 1,4\text{mm} \simeq 2,1\lambda_c$, $l_h = 0,6\text{mm} \simeq 0,85\lambda_c$) et circulaire ($\varnothing = 1\text{mm} \simeq 1,5\lambda_c$) avec un SNR de 40 dB, à trois distances axiales $z = 10\text{mm}$, 15mm et 20mm . Nous testons l'efficacité du filtre de Wiener sans connaissance a priori des DSP ("réel") dans le cas de l'ouverture rectangulaire (figure 4.37) et le cas de l'ouverture circulaire (figure 4.38). Dans chacun des cas, nous calculons le coefficient de corrélation normé entre la pression reconstruite et la pression originale.

Les coefficients de corrélation obtenus ont pour valeur : $|r_{p\hat{p}}| = 0,9187$, $|r_{p\hat{p}}| = 0,9397$ et $|r_{p\hat{p}}| = 0,9514$ à $z = 10\text{mm}$, 15mm et 20mm respectivement dans le cas de l'ouverture rectangulaire. A partir de la figure (4.37) et les valeurs du coefficient de corrélation obtenues, on peut conclure que la qualité de reconstruction devient meilleure lorsque z augmente.

En comparant les valeurs du coefficient de corrélation ainsi obtenues avec celles obtenues entre la pression spatialement moyennée et la pression originale $|r_{<p>p}| = 0,7298$, $|r_{<p>p}| = 0,8295$ et $|r_{<p>p}| = 0,9102$ à $z = 10\text{mm}$, 15mm et 20mm respectivement, on peut remarquer l'amélioration sensible dans la détermination du champ de pression apportée par la procédure de reconstruction appliquée.

Pour l'ouverture circulaire, des coefficients de corrélation normés entre la pression reconstruite et la pression originale de modules $|r_{\hat{p}p}| = 0,9124$, $|r_{\hat{p}p}| = 0,9449$ et $|r_{\hat{p}p}| = 0,9609$ à $z = 10\text{mm}$, 15mm et $z = 20\text{mm}$ respectivement ont été calculés. Les valeurs de ce coefficient, entre la pression spatialement moyennée et la pression originale sont : $|r_{<p>p}| = 0,7652$, $|r_{<p>p}| = 0,8822$ et $|r_{<p>p}| = 0,9334$ à $z = 10\text{mm}$, $z = 15\text{mm}$ et $z = 20\text{mm}$ respectivement. Ceci confirme l'amélioration de la qualité de reconstruction avec l'éloignement de la source.

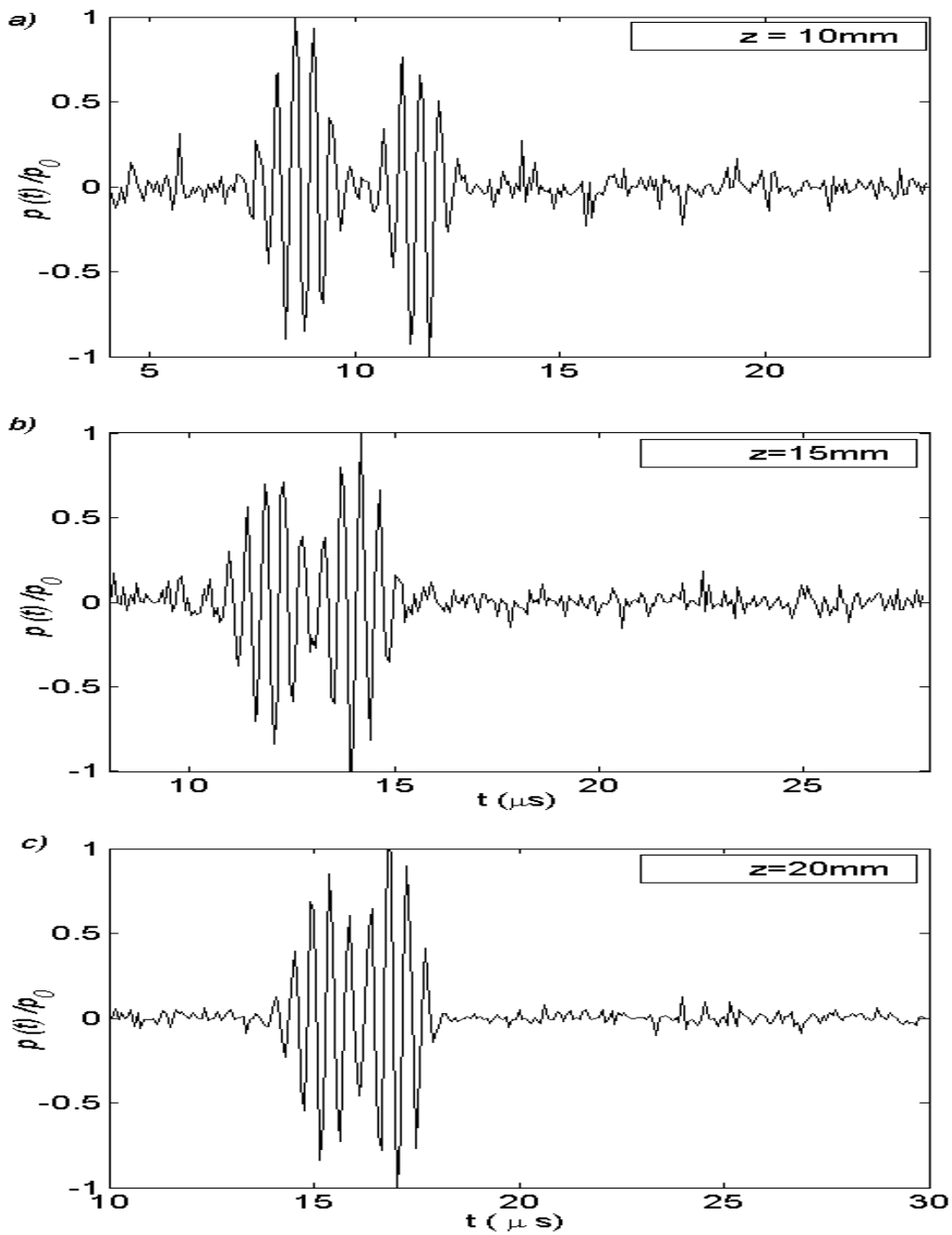


Figure 4.37 : Pression reconstruite à l'aide d'un filtre de Wiener bidimensionnel sans connaissance a priori des DSP à différentes positions axiales a) $z = 10\text{mm}$, b) $z = 15\text{mm}$ et c) $z = 20\text{mm}$. (hydrophone à ouverture rectangulaire : $L_h = 1,4\text{mm} \simeq 2,1 \lambda_c$, $l_h = 0,6\text{mm} \simeq 0,85 \lambda_c$; $\lambda_c = 0,67\text{mm}$ SNR=40dB, $x = 0\text{mm}$, $y = 0\text{mm}$).

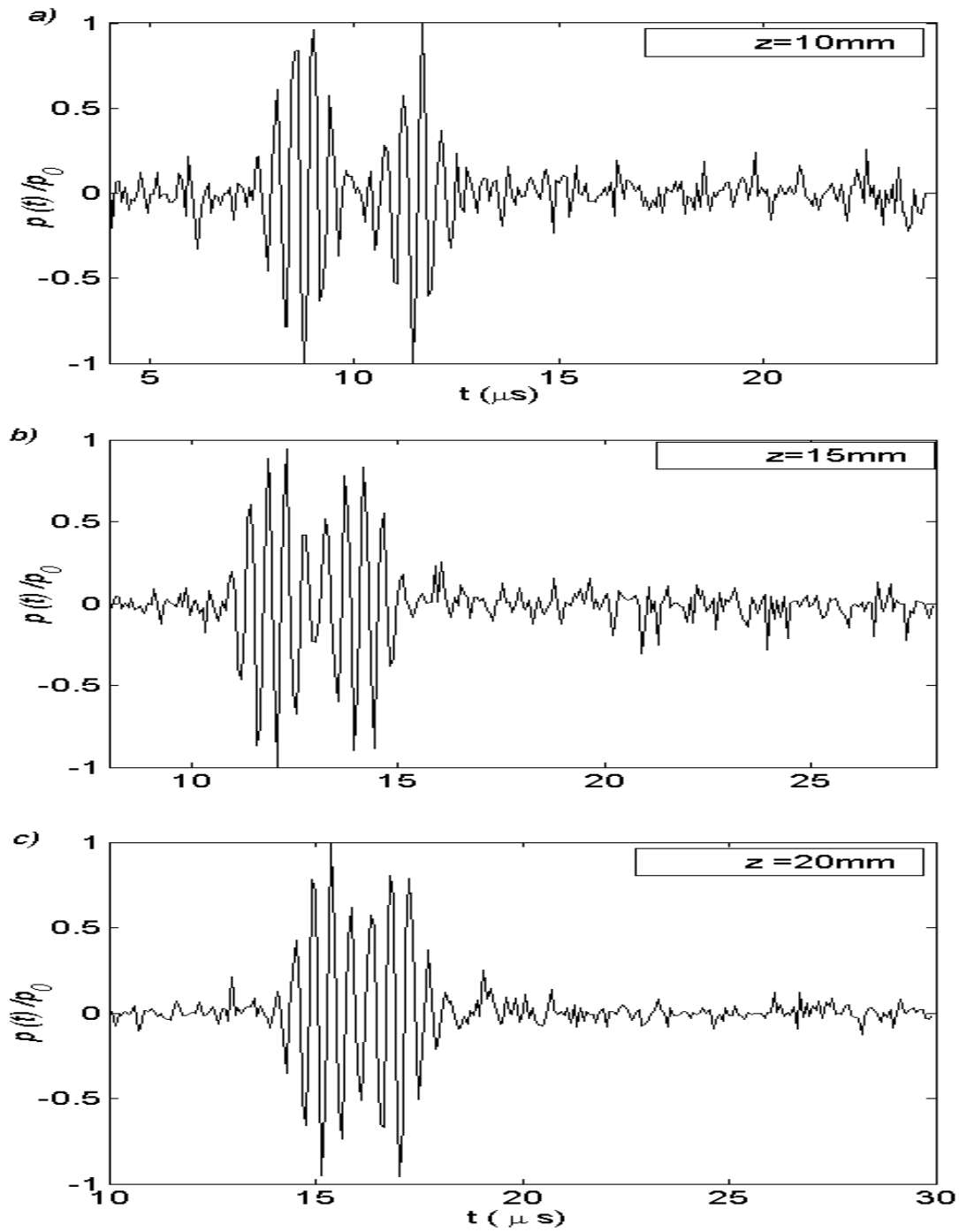


Figure 4.38 : Pression reconstruite à l'aide d'un filtre de Wiener bidimensionnel sans connaissance a priori des DSP à différentes positions axiales a) $z = 10\text{mm}$, b) $z = 15\text{mm}$ et c) $z = 20\text{mm}$ (hydrophone à ouverture circulaire : $\varnothing = 1\text{mm} \simeq 1,5 \lambda_c$; $\lambda_c = 0,67\text{mm}$, $\text{SNR}=40\text{dB}$, $x = 0\text{mm}$, $y = 0\text{mm}$).

4.4.2.2.4 Effet des dimensions de l'ouverture de l'hydrophone

Nous considérons deux hydrophones d'ouvertures plus grandes, rectangulaire de longueur $L_h = 1,8\text{mm} = 2,7\lambda_c$ et de largeur $l_h = 1\text{mm} = 1,5\lambda_c$ et circulaire de diamètre $\varnothing = 1,4\text{mm} = 2,1\lambda_c$ à la distance $z = 20\text{mm}$.

Les résultats de la reconstruction obtenus en appliquant le filtre de Wiener (avec et sans connaissance a priori des DSP) pour les deux types d'ouvertures sont illustrés dans les figures (4.39) et (4.40) respectivement.

Ces résultats montrent que la qualité de la reconstruction diminue pour des tailles d'ouverture plus grandes. Ceci est confirmé quantitativement par les valeurs du coefficient de corrélation. Pour l'ouverture rectangulaire ce coefficient prend les valeurs $|r_{\hat{p}p}| = 0,9534$ et $|r_{\hat{p}p}| = 0,8659$ pour le filtre de Wiener conçu avec et sans connaissance à priori des DSP, respectivement. Dans le cas de l'ouverture circulaire, ces valeurs deviennent $|r_{\hat{p}p}| = 0,9621$ et $|r_{\hat{p}p}| = 0,8964$ respectivement.

Le champ impulsionnel considéré est constitué d'une multitude de fréquences s'étendant de 1,67MHz à 2,83MHz à -6dB . Le diamètre de l'ouverture circulaire de 1,4mm est égal, à titre d'exemple, à 2,1 fois la longueur d'onde centrale de l'impulsion ultrasonore λ_c . Le choix d'un pas de balayage $\Delta x = \Delta y = 0,2\text{mm}$ qui est de l'ordre de $\frac{\lambda_c}{4}$ a permis de reconstruire le champ avec une amélioration de la résolution spatiale par un facteur 8 pour cette longueur d'onde.

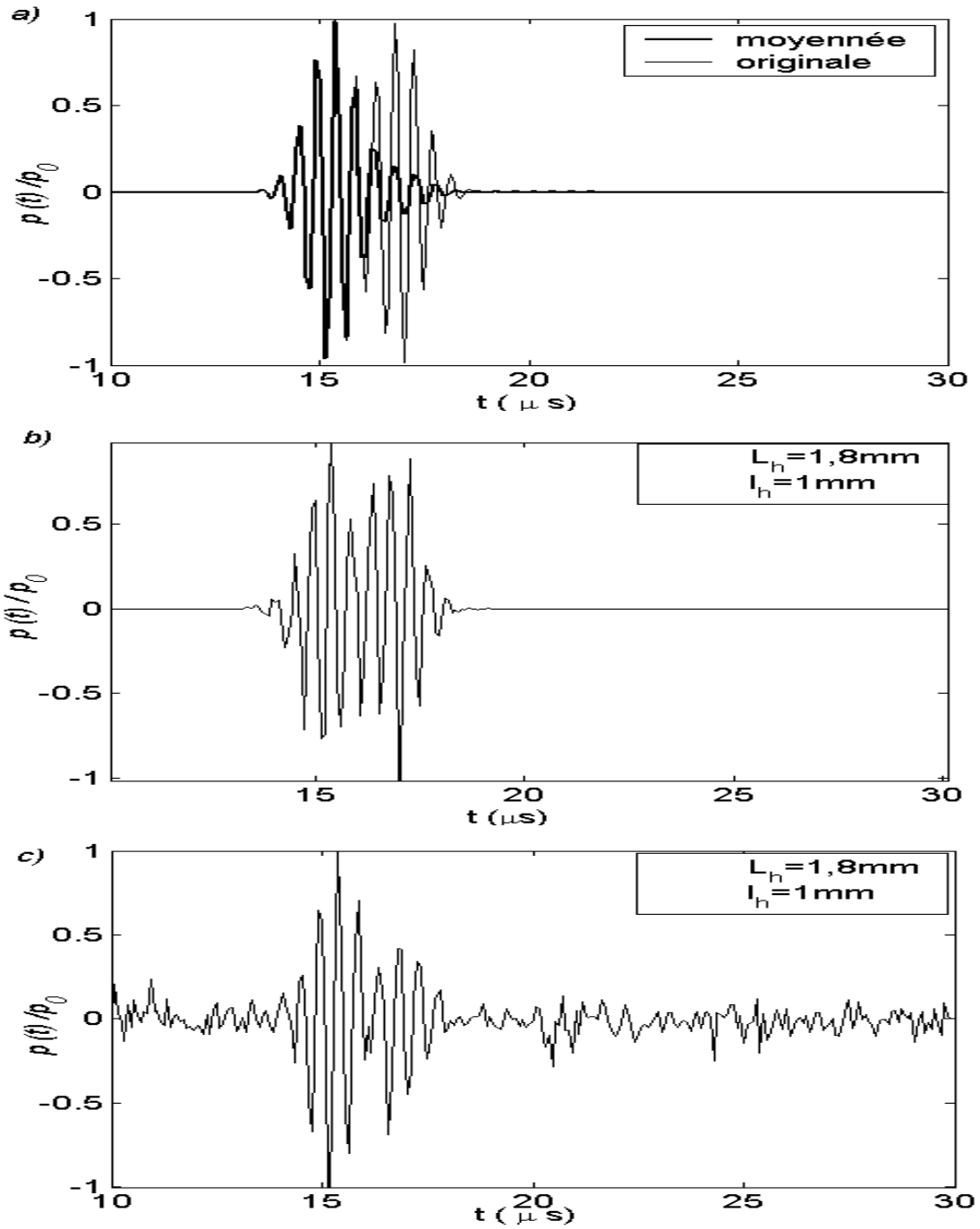


Figure 4.39 : Pression rayonnée et pression spatialement moyennée (a), pression reconstruite à l'aide d'un filtre de Wiener bidimensionnel avec connaissances a priori des DSP (b) et sans connaissance à priori des DSP (c). Ouverture rectangulaire :

$L_h = 1,8mm \simeq 2,7\lambda_c$, $l_h = 1mm = 0,67\lambda_c$, SNR = 40dB, $x = 0mm$, $y = 0mm$, $z = 20mm$.

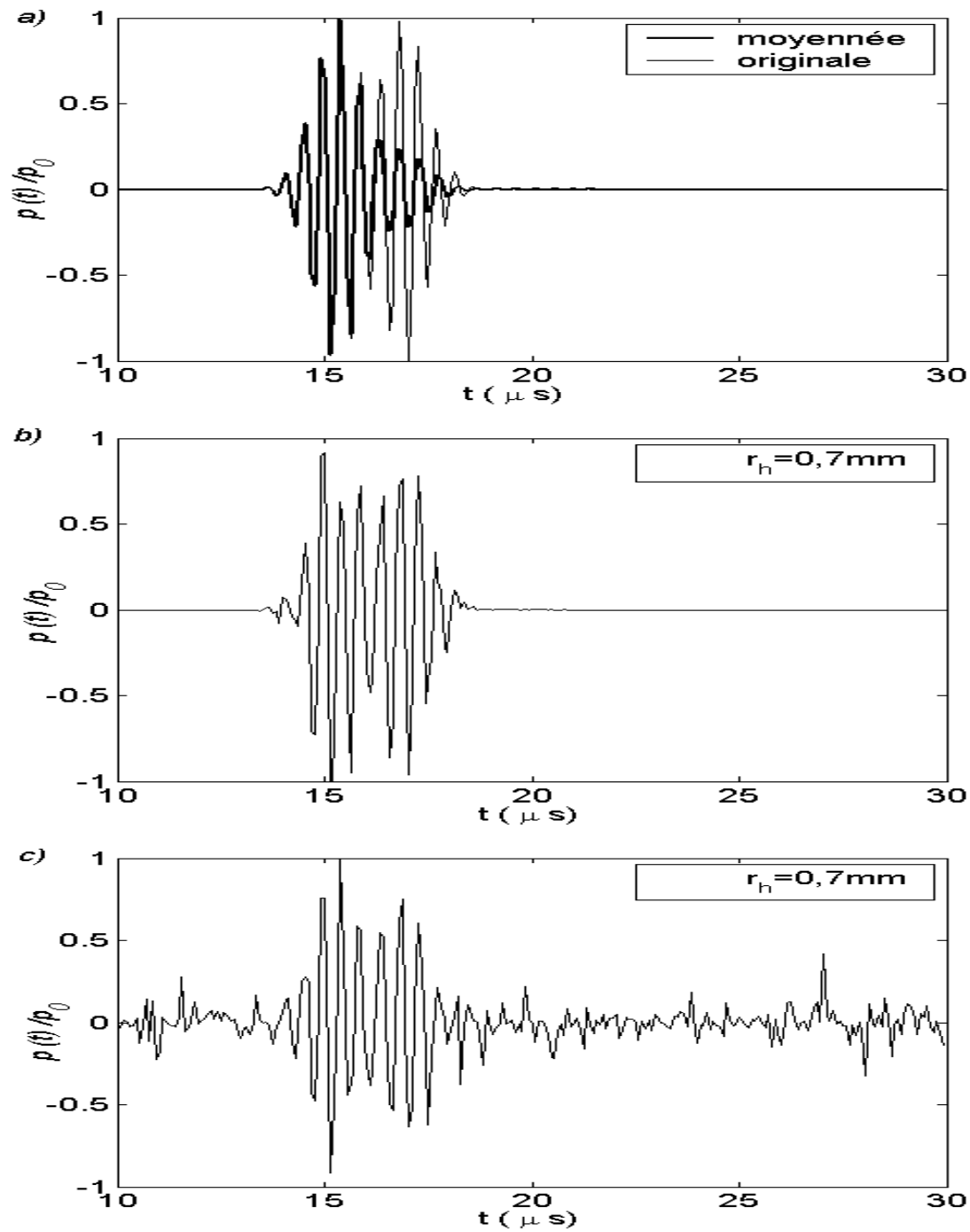


Figure 4.40 : Pression rayonnée et pression spatialement moyennée (a), pression reconstruite à l'aide d'un filtre de Wiener bidimensionnel avec connaissance a priori des DSP (b) et sans connaissance a priori des DSP (c). Ouverture circulaire : $\varnothing = 1,4 \text{ mm} \simeq 2,1 \lambda_c$, SNR = 40dB, $x = 0 \text{ mm}$, $y = 0 \text{ mm}$, $z = 20 \text{ mm}$.

4.4.2.2.5 Effet du rapport signal sur bruit

Dans la suite, nous testons les procédures de reconstruction utilisant le filtre de Wiener (avec et sans connaissance a priori des DSP) pour des SNR de 60 et 20dB. Nous considérons le même champ de pression acquis à l'aide d'un hydrophone à ouverture rectangulaire ($L_h = 1,8\text{mm}$ et $l_h = 1\text{mm}$) à $z = 20\text{mm}$.

Les résultats de la reconstruction obtenus pour un SNR de 60dB sont d'excellente qualité pour les deux types de filtre (Figure 4.41). Les coefficients de corrélation valent $|r_{\hat{p}p}| = 0,9906$ dans le cas du filtre de Wiener "idéal" et $|r_{\hat{p}p}| = 0,9843$ pour le cas "réel". Cependant pour un SNR de 20dB, les résultats deviennent médiocres. Le signal reconstruit est complètement noyé dans le bruit et $|r_{\hat{p}p}| = 0,7144$ pour le cas du filtre de Wiener "idéal".

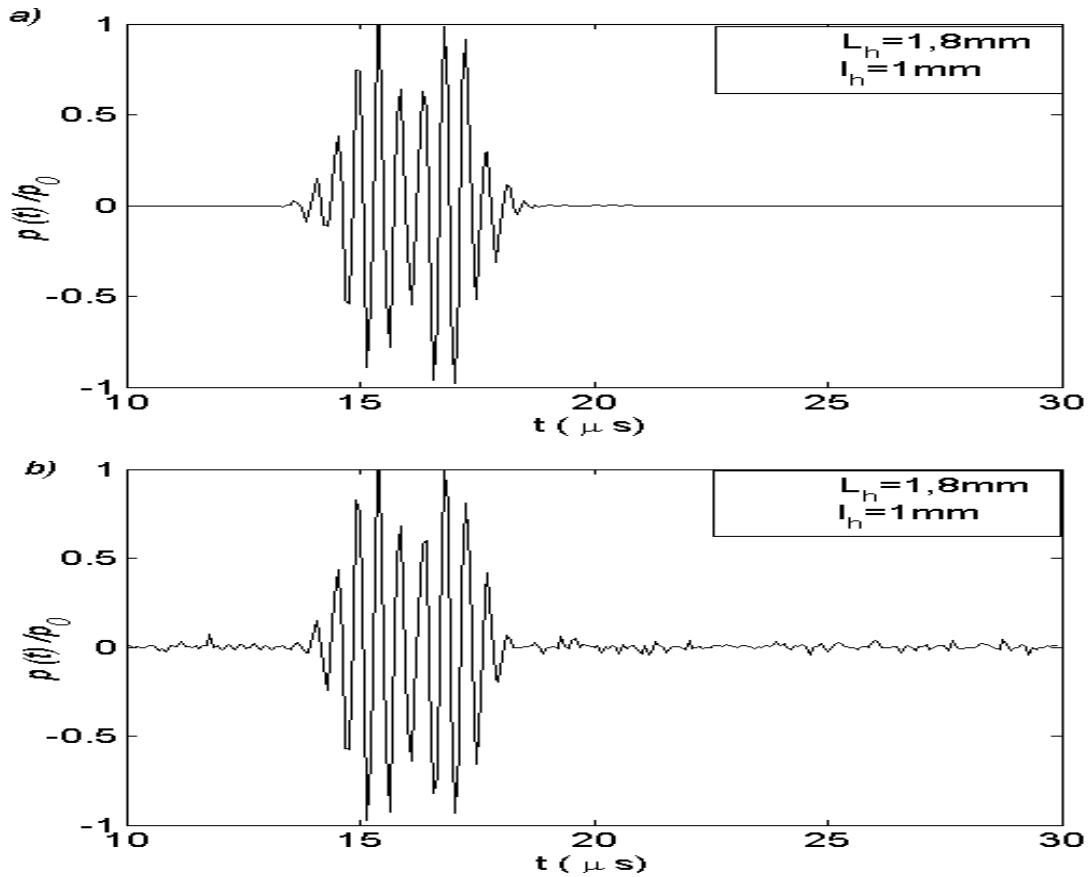


Figure 4.41 : Pression reconstruite à l'aide d'un filtre de Wiener bidimensionnel pour un hydrophone à ouverture rectangulaire ($L_h = 1,8\text{mm} \simeq 2,7 \lambda_c$, $l_h = 1\text{mm} \simeq 1,5 \lambda_c$; $\lambda_c = 0,67\text{mm}$: a) avec connaissance a priori des DSP, b) sans connaissance à priori des DSP (SNR=60dB, $x = 0\text{mm}$, $y = 0\text{mm}$, $z = 20\text{mm}$).

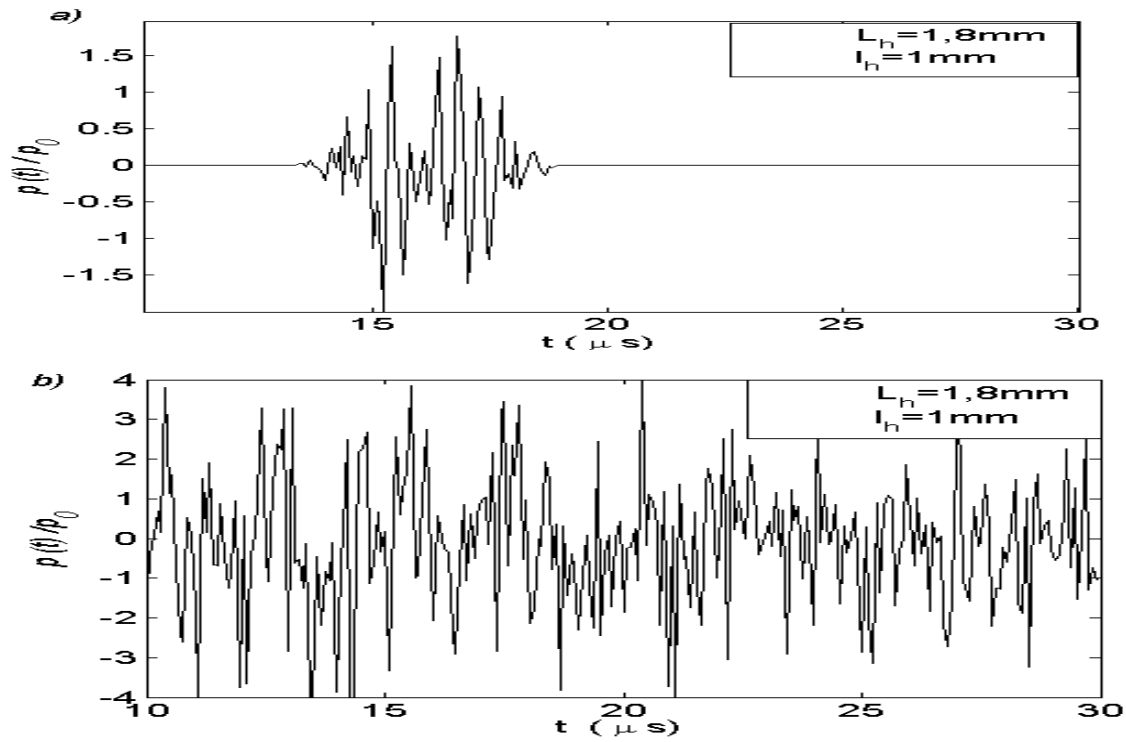


Figure 4.42 : Pression reconstruite à l'aide d'un filtre de Wiener bidimensionnel pour un hydrophone rectangulaire ($L_h = 1,8 \text{ mm} \simeq 2,7 \lambda_c$, $l_h = 1 \text{ mm} \simeq 1,5 \lambda_c$; $\lambda_c = 0,67 \text{ mm}$ a) avec connaissance a priori des DSP, b) sans connaissance a priori des DSP. SNR=20dB, $x = 0 \text{ mm}$, $y = 0 \text{ mm}$, $z = 20 \text{ mm}$.

Les variations du module du coefficient de corrélation normé entre la pression reconstruite et la pression rayonnée pour différents SNR dans le cas d'une ouverture circulaire ($\varnothing = 1,4 \text{ mm}$) sont récapitulées dans la figure (4.43). Cette figure met en évidence l'amélioration de la qualité de reconstruction avec l'augmentation du rapport signal sur bruit (SNR).

En effet, le rapport signal sur bruit (SNR) est un paramètre prépondérant qui influe d'une manière significative sur la qualité de la reconstruction. Une contribution analogue à ce bruit serait celle des incertitudes de mesures. De ce fait, la qualité de la mesure de départ est une condition essentielle pour obtenir un bon résultat de la reconstruction. Ceci nous suggère de prendre des mesures afin de réduire le niveau du bruit d'une manière significative et minimiser les incertitudes de mesure à l'acquisition du signal et avant l'application des procédures de reconstruction.

Pour un rapport signal sur bruit adéquat, la reconstruction nous donne des résultats satisfaisants quelles que soient les dimensions de l'hydrophone récepteur et sa distance de l'émetteur.

A une plus grande distance de l'émetteur la procédure peut tolérer des rapports signal sur bruit plus faible.

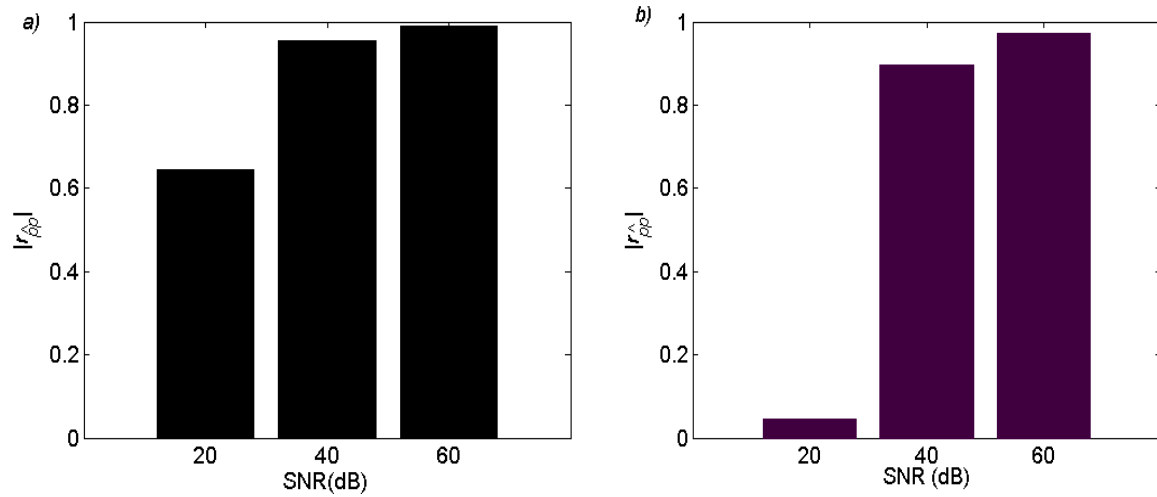


Figure 4.43 : Module du coefficient de corrélation normé $|r_{\hat{p}p}|$ entre la pression ultrasonore rayonnée et la pression reconstruite à l'aide d'un filtre de Wiener bidimensionnel. *a)* avec connaissance a priori des DSP, *b)* sans connaissance a priori des DSP pour différents SNR.

Ouverture de l'hydrophone : $\varnothing = 1,4\text{mm} = 2,1 \lambda_c$; $\lambda_c = 0,67\text{mm}$. $x = 0\text{mm}$, $y = 0\text{mm}$,
 $z = 20\text{mm}$.

4.5 Conclusion et perspectives

Dans cette étude, nous avons montré qu'il est possible de déconvoluer les effets des propriétés de transmission spatio-temporelles de l'hydrophone. Ceci a permis de reconstruire le champ de pression impulsionnel à partir des données de « mesure » avec une meilleure résolution. Nous avons montré que les méthodes numériques développées ont permis d'obtenir, sous certaines conditions, une amélioration sensible de la résolution.

La déconvolution des propriétés de transmission temporelles de l'hydrophone a fourni des résultats performants. Par contre, la déconvolution spatiale, qui a été effectuée à l'aide d'un filtre inverse, a mis en évidence le caractère mal posé et mal conditionné du problème inverse étudié. Ceci a nécessité l'utilisation de procédures de régularisation telle qu'un filtrage de Wiener.

Les résultats de la reconstruction ainsi obtenus ont montré la forte dépendance de la qualité de la reconstruction du rapport signal sur bruit, de la richesse spectrale du champ de pression étudié et des dimensions de l'hydrophone. Ces résultats sont d'autant meilleurs que le rapport signal sur bruit est grand. D'autre part, les résultats obtenus dans le cas d'un hydrophone à ouverture de très grandes dimensions, montrent des écarts entre le champ reconstruit et celui de la pression originale. Par contre, ceux obtenus, pour une ouverture de longueur linéaire, qui est égale à quatre fois la longueur d'onde centrale de l'impulsion ultrasonore considérée, sont d'une très bonne qualité.

Cette étude constitue un fondement important à l'étude expérimentale. Elle montre que la déconvolution est une opération délicate qu'il faudrait mettre en oeuvre avec précaution, sous peine d'obtenir des résultats inexploitable. La fiabilité et la qualité de la mesure de départ restent les conditions essentielles pour un bon résultat.

L'étude a été menée pour un champ de pression ultrasonore impulsionnel d'un transducteur plan et un hydrophone récepteur à membrane en PVDF mais elle pourrait être généralisée à d'autres configurations.

Nous projetons à l'avenir :

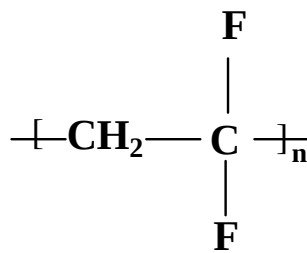
- d'améliorer les résultats de la déconvolution en utilisant des filtres classiques supplémentaires permettant d'améliorer le rapport signal sur bruit des signaux déconvolués .
- de tester l'applications de filtres autres que Wiener tels que le "filtre de Miller", le "filtre d'égalisation des spectres de puissance", "la méthode du maximum a posteriori" et "la méthode du maximum d'entropie" dans les simulations numériques.
- de tester les méthodes de déconvolution développées, aux champs ultrasonores rayonnés par d'autres types de transducteurs, en particulier les transducteurs focalisants mono-élément et les transducteurs multi-éléments.

- de tenir compte de la dépendance des dimensions efficaces de l'ouverture du récepteur en fonction de la fréquence temporelle.
- de valider les résultats obtenus expérimentalement, ce qui nécessite l'acquisition d'un système de balayage mécanique micro-métrique et des hydrophones récepteurs à ouvertures de différentes tailles.

4.6 Annexe A

4.6.1 Le Polyfluorure de Vinylidène

Le Polyfluorure de Vinylidène, appelé le plus souvent PVDF ou PVF2, est un polymère semi-cristallin de formule chimique $(\text{CH}_2\text{-CF}_2)_n$. Il a été synthétisé pour la première fois au cours de la seconde guerre mondiale. Il se présente sous la forme analogue à une feuille de plastique. Il peut être préparé sous la forme de feuilles de grandes dimensions et de faible épaisseur (6 à $100\mu\text{m}$). Ce matériau a été destiné au départ à l'industrie du bâtiment avant que ses propriétés piézoélectriques [Kaw69, Mur76, Ses81] puis pyroélectriques ne soient découvertes [Kep78, Bro78, Fur81].



Structure du polyfluorure de vinylidène

Utilisé sous sa forme étirée ou mieux biétirée mécaniquement, il acquiert des propriétés piézoélectriques et pyroélectriques très remarquables. Lorsqu'il est soumis à l'action d'un champ électrique élevé, il acquiert une polarisation permanente. Selon l'orientation des paires d'atomes H et F dans la chaîne de molécule, trois formes cristallines importantes sont connues (α , β et γ) [Bih89].

Parmi les avantages que présente ce matériau ainsi que ses copolymères, nous citons une grande stabilité dans le temps, de bonnes caractéristiques électriques et mécaniques et la possibilité d'utilisation sous la forme d'une matière synthétique fine et thermoformable.

Le PVDF est transparent, flexible et léger. Il résiste bien aux corrosions chimiques et possède une très grande résistance électrique et une bonne résistance au feu, ce qui le rend très utile pour isoler les fils électriques (câble électrique d'avions). Le PVDF est aussi très résistant aux produits chimiques. On le trouve donc dans l'industrie chimique sous forme de tuyaux, bouteilles et tout ce qui est destiné à contenir des produits chimiques.

Ce matériau a suscité également un intérêt chez les instrumentalistes et les industriels dans le domaine de l'acoustique en tant que capteur.

Les capteurs électroacoustiques constitués à base de ce matériau présentent des propriétés avantageuses. Parmi ces avantages, on peut citer :

- La possibilité d'évaporation d'électrodes avec les dimensions et les géométries voulues.
- Une sensibilité pratiquement constante sur une large gamme de fréquences.
- Une excellente largeur de bande fréquentielle.
- Ce type d'hydrophones ne nécessite pas un matériau amortisseur sur sa face arrière.
- Une impédance acoustique caractéristique proche de celle de l'eau, qui est le plus souvent utilisée comme milieu de propagation. Ceci assure une meilleure adaptation acoustique entre le capteur et le milieu de propagation.
- Ces capteurs sont très sensibles aux vibrations en épaisseur mais pas aux vibrations radiales, ce qui minimise les perturbations par ce type de vibration.

Néanmoins, ce type de matériau présente quelque inconvénients qui sont :

- Les pertes mécaniques et diélectriques élevées.
- Le faible rendement de transformation de l'énergie acoustique en énergie électrique et vice versa.
- Un haut niveau du bruit en raison de ces pertes mécaniques et diélectriques
- Une construction non blindée, dans sa forme coplanaire, ce qui le rend sensible aux perturbations causées par les ondes électromagnétiques et donc au bruit.

4.7 Annexe B

4.7.1 Le filtre optimal de Wiener

Le problème du filtrage optimal (au sens de l'erreur quadratique moyenne) d'un signal unidimensionnel bruité a été résolu par Norbert Wiener dans les années 1940. Dans ce qui suit, nous allons tenter de généraliser cette étude à un signal tridimensionnel, celui de la pression ultrasonore $p(x, y, t)$.

Nous désignerons donc par p la pression d'entrée du système, par v la tension de sortie et h la réponse impulsionnelle du système (hydrophone et sa chaîne de mesure). Le bruit est désigné par n .

Dans le domaine spatio-temporel, la tension est donnée par :

$$v(x, y, t) = p(x, y, t) \otimes_{xyt} h(x, y, t) + n(x, y, t). \quad (B.1)$$

A l'aide d'une transformée de Fourier temporelle de la tension définie en (B.1), on obtient :

$$V(x, y, f) = P(x, y, f) \otimes_{xy} H(x, y, f) + N(x, y, f). \quad (B.2)$$

En appliquant, de plus, une transformée de Fourier spatiale bidimensionnelle, on obtient :

$$\mathcal{V}(f_x, f_y, f) = \mathcal{P}(f_x, f_y, f) \mathcal{H}(f_x, f_y, f) + \mathcal{N}(f_x, f_y, f). \quad (B.3)$$

Le problème est donc de trouver le filtre optimal tel que la valeur estimée de la grandeur reconstruite $\hat{p}$ soit la plus proche possible du signal réel p .

La pression estimée est donnée par :

$$\hat{p}(x, y, t) = v(x, y, t) \otimes_{xyt} h_F(x, y, t), \quad (B.4)$$

où h_F représente la réponse impulsionnelle du filtre de reconstruction.

Dans le domaine des fréquences spatio-temporelles, l'équation (B.4) devient

$$\hat{\mathcal{P}}(f_x, f_y, f) = \mathcal{V}(f_x, f_y, f) \mathcal{H}_F(f_x, f_y, f). \quad (B.5)$$

Le filtre de Wiener est basé sur une description statistique du signal et du bruit plutôt qu'analytique. Il est basé sur la minimisation de l'erreur quadratique moyenne entre la pression initiale et sa valeur reconstruite.

$$E\{|\hat{p}(x, y, t) - p(x, y, t)|^2\} \Rightarrow \min, \quad (B.6)$$

où E désigne la valeur estimée. Dans le domaine des fréquences spatio-temporelles, (B.6) devient :

$$E\{|\hat{\mathcal{P}}(f_x, f_y, f) - \mathcal{P}(f_x, f_y, f)|^2\} \Rightarrow \min, \quad (B.7)$$

soit :

$$E\{|\hat{\mathcal{P}}(f_x, f_y, f)^2 - \hat{\mathcal{P}}(f_x, f_y, f)\mathcal{P}(f_x, f_y, f) - \mathcal{P}(f_x, f_y, f)\hat{\mathcal{P}}(f_x, f_y, f) + \hat{\mathcal{P}}(f_x, f_y, f)^2|\} \Rightarrow \min \quad (\text{B.8})$$

En introduisant les densités spectrales de puissances correspondantes, on obtient :

$$\frac{1}{2\pi} E\{\Phi_{\hat{p}\hat{p}}(f_x, f_y, f) - \Phi_{\hat{p}p}(f_x, f_y, f) - \Phi_{p\hat{p}}(f_x, f_y, f) + \Phi_{pp}(f_x, f_y, f)\} \Rightarrow \min \quad (\text{B.9})$$

Le bruit et le signal mesurés sont supposés totalement non corrélés, conformément à la définition du bruit que nous avons donnée dans le paragraphe 2.5. Les densités spectrales de puissance sont donc données, par :

$$\begin{aligned} \Phi_{pp}(f_x, f_y, f) &= \mathcal{P}\mathcal{P}^* = |\mathcal{P}|^2 = \Phi_{pp}. \\ \Phi_{\hat{p}p}(f_x, f_y, f) &= \hat{\mathcal{P}}\mathcal{P}^* = \mathcal{H}_F \mathcal{V} \mathcal{P}^* = \mathcal{H}_F (\mathcal{H}\mathcal{P} + \mathcal{N}) \mathcal{P}^* = \mathcal{H}_F \mathcal{H} |\mathcal{P}|^2 = \mathcal{H}_F \mathcal{H} \Phi_{pp}. \\ \Phi_{p\hat{p}}(f_x, f_y, f) &= \mathcal{P} \hat{\mathcal{P}}^* = \mathcal{P} \mathcal{V}^* \mathcal{H}_F^* = \mathcal{P} (\mathcal{H}\mathcal{P} + \mathcal{N})^* \mathcal{H}_F^* = \mathcal{H}_F^* \mathcal{H}^* |\mathcal{P}|^2 = \mathcal{H}_F^* \mathcal{H}^* \Phi_{pp}. \\ \Phi_{\hat{p}\hat{p}}(f_x, f_y, f) &= \hat{\mathcal{P}} \hat{\mathcal{P}}^* = |\mathcal{H}_F|^2 \mathcal{V} \mathcal{V}^* = |\mathcal{H}_F|^2 (\mathcal{H}\mathcal{P} + \mathcal{N}) (\mathcal{H}\mathcal{P} + \mathcal{N})^* = |\mathcal{H}_F|^2 \{|\mathcal{H}|^2 |\mathcal{P}|^2 + |\mathcal{N}|^2\} \\ &= |\mathcal{H}_F|^2 \{|\mathcal{H}|^2 \Phi_{pp} + \Phi_{nn}\}. \end{aligned}$$

En remplaçant ces densités dans (B.9), on obtient :

$$\frac{1}{2\pi} E\{(|\mathcal{H}_F|^2 |\mathcal{H}|^2 - \mathcal{H}_F \mathcal{H} - \mathcal{H}_F^* \mathcal{H}^* + 1) \Phi_{pp} + |\mathcal{H}_F|^2 \Phi_{nn}\} \Rightarrow \min \quad (\text{B.10})$$

$\mathcal{H}_F$ est séparée en deux parties, réelle $\mathcal{R}_F$ et imaginaire $\mathcal{I}_F$, ie :

$$\mathcal{H}_F = \mathcal{R}_F + j\mathcal{I}_F \quad (\text{B.11})$$

Si on annule les dérivées partielles de l'expression en B.10 par rapport à $\mathcal{R}_F$ et $\mathcal{I}_F$ (erreur quadratique minimale), on obtient :

$$\mathcal{R}_F = \frac{\mathcal{H} \Phi_{pp} + \mathcal{H}^* \Phi_{pp}}{2(\Phi_{pp} |\mathcal{H}|^2 + \Phi_{nn})} \quad (\text{B.12})$$

$$\mathcal{I}_F = \frac{-j(\mathcal{H}^* - \mathcal{H}) \Phi_{pp}}{2(\Phi_{pp} |\mathcal{H}|^2 + \Phi_{nn})} \quad (\text{B.13})$$

Finalement, la fonction de transfert du filtre de Wiener s'écrit :

$$\mathcal{H}_F(f_x, f_y, f) = \frac{\mathcal{H}^*(f_x, f_y, f) \Phi_{pp}(f_x, f_y, f)}{\Phi_{pp}(f_x, f_y, f) |\mathcal{H}(f_x, f_y, f)|^2 + \Phi_{nn}(f_x, f_y, f)} \quad (\text{B.14})$$

En tenant compte de §3.8, la fonction de transfert de l'hydrophone et sa chaîne de mesure est séparée en deux fonctions dépendant de la fréquence temporelle f et des fonctions spatiales (f_x, f_y) comme suit :

$$\mathcal{H}(f_x, f_y, f) = \mathcal{H}_{h_1}(f_x, f_y) \mathcal{H}_s(f) \quad (\text{B.15})$$

Cela nous permet d'écrire :

$$\mathcal{H}_F(f_x, f_y, f) = \frac{\mathcal{H}_s(f)^*}{|\mathcal{H}_s(f)|^2} \frac{\mathcal{H}_{h_1}(f_x, f_y)^* \cdot \Phi_{pp}(f_x, f_y, f)}{|\mathcal{H}_{h_1}(f_x, f_y)|^2 \Phi_{pp}(f_x, f_y, f) + \frac{\Phi_{nn}(f_x, f_y, f)}{|\mathcal{H}_s(f)|^2}}, \quad (\text{B.16})$$

soit :

$$\mathcal{H}_F(f_x, f_y, f) = \frac{1}{\mathcal{H}_s(f)} \frac{\mathcal{H}_{h_1}(f_x, f_y)^* \cdot \Phi_{pp}(f_x, f_y, f)}{|\mathcal{H}_{h_1}(f_x, f_y)|^2 \Phi_{pp}(f_x, f_y, f) + \Phi_{n_p n_p}(f_x, f_y, f)}, \quad (\text{B.17})$$

où $\Phi_{n_p n_p}$ est la densité spectrale de puissance du bruit de pression.

Cela nous permet la séparation de la fonction de transfert spatio-temporelle du filtre en une fonction de transfert spatiale (dépendant de la fréquence) et une fonction de transfert temporelle (qui représente le filtre temporel inverse), soit :

$$\mathcal{H}_F(f_x, f_y, f) = \mathcal{H}_{F_2}(f) \mathcal{H}_{F_1 f}(f_x, f_y), \quad (\text{B.18})$$

avec

$$\mathcal{H}_{F_2}(f) = H_{F_1}(f) = 1/\mathcal{H}_s(f) = 1/H_s(f) \quad (\text{B.19})$$

et

$$\mathcal{H}_{F_1 f}(f_x, f_y) = \frac{\mathcal{H}_{h_1}(f_x, f_y)^* \cdot \Phi_{pp}(f_x, f_y, f)}{|\mathcal{H}_{h_1}(f_x, f_y)|^2 \Phi_{pp}(f_x, f_y, f) + \Phi_{n_p n_p}(f_x, f_y, f)}. \quad (\text{B.20})$$

4.8 Annexe C

4.8.1 Le filtre spatial de Wiener appliqué à un instant donné

Nous considérons le même système de l'annexe B qui est décrit dans le domaine spatio-temporel par l'équation (B.1).

La réponse impulsionnelle du système peut être décomposée en deux réponses spatiale et temporelle comme suit (Equation 3.7) :

$$h(x, y, t) = h_{h_1}(x, y)h_s(t). \quad (C.1)$$

$h_s(t)$ est la réponse impulsionnelle temporelle de l'hydrophone avec sa chaîne de mesure et $h_{h_1}(x, y)$ est la réponse impulsionnelle spatiale de l'hydrophone (son ouverture).

L'équation B.1 devient :

$$v(x, y, t) = [p(x, y, t) \otimes_{xy} h_{h_1}(x, y)] \otimes_t h_s(t) + n(x, y, t). \quad (C.2)$$

En notant $n_p(x, y, t)$ le bruit de pression se superposant à la pression spatialement moyennée, l'équation (C.2) devient :

$$v(x, y, t) = [p(x, y, t) \otimes_{xy} h_{h_1}(x, y) + n_p(x, y, t)] \otimes_t h_s(t). \quad (C.3)$$

Cette expression apparaît comme le produit de convolution de la réponse impulsionnelle temporelle de l'hydrophone (y compris sa chaîne de mesure) avec la pression spatialement moyennée et bruitée, qui est donnée par :

$$\langle p(x, y, t) \rangle = p(x, y, t) \otimes_{xy} h_{h_1}(x, y) + n_p(x, y, t). \quad (C.4)$$

A présent, nous nous intéressons au champ de pression spatialement moyenné par l'hydrophone dans le plan $z = z_0$ et à instant particulier t_0 . Celle ci est donnée par :

$$\langle p(x, y, t_0) \rangle = p(x, y, t_0) \otimes_{xy} h_{h_1}(x, y) + n_p(x, y, t_0). \quad (C.5)$$

A l'aide d'une transformée de Fourier spatiale bidimensionnelle de la pression spatialement moyennée définie en (C.4), on obtient :

$$\langle \mathcal{P}(f_x, f_y, t_0) \rangle = \mathcal{P}(f_x, f_y, t_0) \mathcal{H}_{h_1}(f_x, f_y) + \mathcal{N}_p(f_x, f_y, t_0). \quad (C.6)$$

Le problème sera donc de trouver le filtre optimal spatial qui, appliqué à la pression spatialement moyennée et bruitée $\langle p(x, y, t_0) \rangle$ donnera le résultat $\hat{p}(x, y, t_0)$ le plus proche possible du signal d'entrée cherché $p(x, y, t_0)$.

La valeur estimée de la pression est donnée par :

$$\hat{p}(x, y, t_0) = \langle p(x, y, t_0) \rangle \otimes_{xy} h_F(x, y). \quad (C.7)$$

h_F représente la réponse impulsionnelle spatiale du filtre de reconstruction.

Dans le domaine des fréquences spatiales, l'équation (C.6) devient

$$\hat{\mathcal{P}}(f_x, f_y, t) = \langle \mathcal{P}(f_x, f_y, t) \rangle \mathcal{H}_F(f_x, f_y). \quad (\text{C.8})$$

Au sens des moindres carrés, ce filtre a pour but de minimiser la quantité :

$$\int \int_{-\infty}^{+\infty} |\hat{p}(x, y, t_0) - \hat{p}(x, y, t_0)|^2 dx dy \Rightarrow \min. \quad (\text{C.9})$$

Dans le domaine des fréquences spatiales (C.9) devient :

$$E\{|\hat{\mathcal{P}}(f_x, f_y, t_0) - \mathcal{P}(f_x, f_y, t_0)|^2\} \Rightarrow \min. \quad (\text{C.10})$$

soit :

$$E\{|\hat{\mathcal{P}}(f_x, f_y, t_0)^2 - \hat{\mathcal{P}}(f_x, f_y, t_0)\mathcal{P}(f_x, f_y, t_0) - \mathcal{P}(f_x, f_y, t_0)\hat{\mathcal{P}}(f_x, f_y, t_0) + \mathcal{P}(f_x, f_y, t_0)^2|\} \Rightarrow \min. \quad (\text{C.11})$$

En introduisant les densités spectrales de puissances spatiales correspondantes, on obtient :

$$\frac{1}{2\pi} E\{\varphi_{\hat{p}\hat{p}}(f_x, f_y, t_0) - \varphi_{\hat{p}p}(f_x, f_y, t_0) - \varphi_{p\hat{p}}(f_x, f_y, t_0) + \varphi_{pp}(f_x, f_y, t_0)\} \Rightarrow \min. \quad (\text{C.12})$$

Le bruit de pression et la pression rayonnée étant non corrélés, les densités spectrales de puissance spatiale sont données donc par :

$$\begin{aligned} \varphi_{pp}(f_x, f_y, t_0) &= \mathcal{P}\mathcal{P}^* = |\mathcal{P}|^2 = \varphi_{pp}. \\ \varphi_{\hat{p}p}(f_x, f_y, t_0) &= \hat{\mathcal{P}}\mathcal{P}^* = \mathcal{H}_F \langle \mathcal{P} \rangle \mathcal{P}^* = \mathcal{H}_F(\mathcal{H}\mathcal{P} + \mathcal{N}_p)\mathcal{P}^* = \mathcal{H}_F\mathcal{H}|\mathcal{P}|^2 = \mathcal{H}_F\mathcal{H}\varphi_{pp}. \\ \varphi_{p\hat{p}}(f_x, f_y, t_0) &= \mathcal{P}\hat{\mathcal{P}}^* = \mathcal{P}\mathcal{H}_F^* \langle \mathcal{P} \rangle^* = \mathcal{P}\mathcal{H}_F^*(\mathcal{H}\mathcal{P} + \mathcal{N}_p)^* = \mathcal{H}_F^*\mathcal{H}^*|\mathcal{P}|^2 = \mathcal{H}_F^*\mathcal{H}^*\varphi_{pp}. \\ \varphi_{\hat{p}\hat{p}}(f_x, f_y, t_0) &= \hat{\mathcal{P}}\hat{\mathcal{P}}^* = |\mathcal{H}_F|^2 \langle \mathcal{P} \rangle \langle \mathcal{P} \rangle^* = |\mathcal{H}_F|^2(\mathcal{H}\mathcal{P} + \mathcal{N}_p)(\mathcal{H}\mathcal{P} + \mathcal{N}_p)^* \\ &= |\mathcal{H}_F|^2 \{|\mathcal{H}|^2|\mathcal{P}|^2 + |\mathcal{N}_p|^2\} = |\mathcal{H}_F|^2 \{|\mathcal{H}|^2\varphi_{pp} + \varphi_{n_n n_n}\}. \end{aligned}$$

En remplaçant ces densités dans (C.9), on obtient :

$$\frac{1}{2\pi} E\{(|\mathcal{H}_F|^2|\mathcal{H}|^2 - \mathcal{H}_F\mathcal{H} - \mathcal{H}_F^*\mathcal{H}^* + 1)\varphi_{pp} + |\mathcal{H}_F|^2\varphi_{n_n n_n}\} \Rightarrow \min \quad (\text{C.13})$$

$\mathcal{H}_F$ est séparée en deux parties, réelle $\mathcal{R}_F$ et imaginaire $\mathcal{I}_F$, ie :

$$\mathcal{H}_F = \mathcal{R}_F + j\mathcal{I}_F \quad (\text{C.14})$$

Si on annule les dérivées partielles de l'expression en C.10 par rapport à $\mathcal{R}_F$ et $\mathcal{I}_F$ (erreur quadratique minimale), on obtient :

$$\mathcal{R}_F = \frac{\mathcal{H}\varphi_{pp} + \mathcal{H}^*\varphi_{pp}}{2(\varphi_{pp}|\mathcal{H}|^2 + \varphi_{n_n n_n})} \quad (\text{C.15})$$

$$\mathcal{I}_F = \frac{-j(\mathcal{H}^* - \mathcal{H})\varphi_{pp}}{2(\varphi_{pp}|\mathcal{H}|^2 + \varphi_{n_n n_n})} \quad (\text{C.16})$$

Finalement, la fonction de transfert du filtre de Wiener s'écrit :

$$\mathcal{H}_{F_1}(f_x, f_y, t_0) = \frac{\mathcal{H}^*(f_x, f_y) \varphi_{pp}(f_x, f_y, t_0)}{\varphi_{pp}(f_x, f_y, t_0) |\mathcal{H}(f_x, f_y)|^2 + \varphi_{n_p n_p}(f_x, f_y, t_0)} \quad (\text{C.17})$$

$\mathcal{H}_{F_1}(f_x, f_y, t_0)$ est la fonction de transfert du filtre de Wiener appliqué à un instant donné $t = t_0$.

4.9 Bibliographie

- [Bac82] D.R. Bacon, "Characteristics of a PVDF membrane hydrophone for use in the range 1-100 MHz," IEEE Trans. Sonics and Ultrasonics SU-29(1) (1982) 18-25.
- [Bac88] D.R. Bacon, "Primary calibration of ultrasonic hydrophone using optical interferometry," IEEE Trans. Ultrason. Ferroelectr. Freq. Contr. 35(2) (1988) 152-161.
- [Bea97] P.C. Beard and T.N. Mills, "A miniature optical fiber ultrasonic hydrophone using a Fabry Perot polymer interferometer," Electron. Letters 33 (1997) 801-803.
- [Ber98] M. Bertero, P. Boccacci : Introduction to inverse problems in imaging, Institute of Physics Publishing, Bristol and Philadelphia (1998).
- [Bes85] K. Beissner, "Maximum hydrophone size in ultrasonic measurements," Acustica 59 (1985) 61-66.
- [Bih89] E. Bihler, K. Holdik and W. Eisenmenger, "Polarization distributions in isotropic, stretched or annealed PVDF films," IEEE Trans. Electron. Insul. 24(3) (1989) 541-545.
- [Bou93] T. Boutkadjirt : Etude théorique et expérimentale d'un transducteur ultrasonore de référence à disque piézoélectrique épais. Thèse de Magister, USTHB, (1993).
- [Bou99] T. Boutkadjirt and R. Reibold, "Improvement of the lateral resolution of finite-size hydrophones," Selected papers, Joint ASA/ EAA/ DEGA Meeting, DEGA e.V, Oldenburg, Paper 4PPAB_2, Berlin, March 14-19, 1999.
- [Bou00] T. Boutkadjirt and R. Reibold, "Improvement of the lateral resolution of finite-size hydrophones by deconvolution," Ultrasonics 38 (2000) 745-748.
- [Bou02] T. Boutkadjirt and R. Reibold, "Reconstruction of ultrasonic fields by deconvolving the hydrophone aperture effects. I. Theory and simulation," Ultrasonics 39 (9) (2002) 631-639.
- [Bou03] T. Boutkadjirt : Reconstruction de champs ultrasonores à partir de valeurs spatialement moyennées par déconvolution des effets d'ouverture du transducteur récepteur. Thèse de Doctorat d'Etat, USTHB, (2003).
- [Bro78] M.G. Broadhurst, G.T. Davis and J.E. McKinney, "Piezoelectricity and pyroelectricity in polyvinylidene fluoride," J. Appl. Phys. 49(10) (1978) 4992-4997.
- [Bru98] B. Haider, P.A. Lewin and K.E. Thomenius, "Pulse elongation and deconvolution filtering for medical ultrasonic imaging," IEEE Trans. Ultrason. Ferroelectr. Freq. Contr., UFFC-45 (1998) 885-3010.
- [Cas87] D. Cassereau et D. Guyomar, "Calibration des transducteurs ultrasonores par déconvolution temporelle des effets de diffraction," J. Acoustique (1988) 89-94.

- [Cha73] D.C. Champeney : Fourier transforms and their physical applications. Academic Press, N.Y., (1973).
- [Col93] D. Colton and R. Kress : Inverse acoustic and electromagnetic scattering theory in applied mathematical sciences. Springer, Berlin, (1993).
- [Dal99] C.J. Daly and N.A.H.K. Rao, "Time- and frequency-domain description of spatially averaged one-way diffraction for an unfocused piston transducer," *Ultrasonics* 37 (1999) 209-221.
- [Dek01] F. Dekeyser : Restauration de séquences d'images par des approches spatio-temporelles : filtrage et super résolution par le mouvement. Thèse de Doctorat de l'université de Renne, Traitement du signal (2001).
- [Del79] B. Delannoy, H. Lasota, C. Brumeel, R. Torguit and E. Bridoux, " The infinite planar baffle problem in acoustic radiation and its experimental verification," *J. Acoust. Soc. Am.* (1979) 5189-5195 .
- [Dje90] H. Djelouah : Contribution à l'étude du rayonnement des champs ultrasonores impulsionsnels dans les liquides et les solides. Thèse de Doctorat d'Etat, USTHB, (1990).
- [Djer04] W. Djerir et T. Boutkedjirt, "Modélisation du fonctionnement en réception d'un hydrophone piézoélectrique à membrane en PVDF," Sixième Congrès National de la Physique et ses Applications, CNPA 2004, Université Mouloud Maameri, Tizi-Ouzou, 5-7 Décembre 2004 (à paraître).
- [Djer05] W. Djerir et T. Boutkedjirt, "Déconvolution spatio-temporelle de champs ultrasonores impulsionsnels mesurés par un transducteur récepteur à ouverture linéaire," 9^{ème} Journées Scientifiques et Pédagogiques de la Faculté de Physique, USTHB, 2005.
- [Djer05] W. Djerir and T. Boutkedjirt, "Reconstruction of pulsed ultrasonic fields by deconvolution of the spatio-temporal effects of the receiving hydrophone : Theory and simulation," *Proceedings of the 4th European Congress on Acoustics, Forum Acusticum 2005*, Budapest, Hungary, 29Aug-2sep, 8430-8436.
- [Djer05] W. Djerir, T. Boutkedjirt, M.O. Si-Chaib and H. Djelouah, "Spatio-temporal deconvolution of pulsed ultrasonic fields received by a transducer of linear aperture : A simulation study," *IEEE Ultrasonics Symposium*, 19-21 Sep, 2005, Rotterdam, The Netherland (à paraître).
- [Die99] D.R.E. Dieulesaint : Ondes élastiques dans les solides Tome 2, Masson, Paris (1999).
- [Dra86] R. Draï : Etude de la simulation du fonctionnement de l'équipement ultrasonore en vue de l'optimisation des conditions de contrôle non destructif. Thèse de Magister, Centre d'Etudes Nucléaires et Solaires, (1986).

[Eks73] M. P. Ekstrom, "A spectral characterization of the ill-conditioning in numerical deconvolution," IEEE Trans. AU 21(4) (1973) 344 –348.

[Fur81] T. Furukawa and G.E. Johnson, "Measurement of ferroelectric Switching Characteristics in polyvinylidene Fluoride," Appl. Phys. Lett., Vol 38, (1981) 1027-1029.

[Har81] R. Harris, "Review of transient field theory for a baffled planar piston," J. Acoust. Soc. Am. (1981) 10-19.

[Har81] G.R. Harris, "Transient field of a baffled piston having an arbitrary vibration amplitude distribution," J. Acoust. Soc. Am. 70 (1981) 186-204.

[Har00] G. R. Harris, R. C. Preston and A. S. DeReggi, "The impact of piezoelectric PVDF on medical ultrasound exposure measurements, standards, and regulation," IEEE Trans. UFFC 47 (6) (2000) 1321-1335.

[Gél01] P. Gélât, R.Preston and A. Hurell, "Development, validation and publication of a complete theoretical model for hydrophone /amplifier transfer characteristics. NPL Report, CMAM61, UK. 2001.

[Gél05] P. N.Gélât, R. C.Preston and A.Hurrell, "A theoretical model describing the transfer characteristics of a membrane hydrophone and validation," Ultrasonics 43 (2005) 331-341.

[Gro93] C.W. Groetsch : Inverse problems in the mathematical sciences. Vieweg, Braunschweig (1993).

[Kaw69] H. Kawai, " The piezoelectricity of poly (vinylidene) fluoride," Jpn. J. Appl. Physics, 8 (1969) 975-976.

[Kep78] R.G. Kepler and R.A Anderson, "Piezoelectricity and pyroelectricity in polyvinylidene fluoride", J. Appl. Phys. 49(8) (1978) 4490-4494.

[Kim04] Y.H. Kim, S.J. Song, J.Y. Kim, "A new technique for the identification of ultrasonic flaw signals using deconvolution," Ultrasonics 41 (2004) 799–804.

[Koc99] C. Koch and W. Molkenstruck, "Primary calibration of hydrophones with extended frequency range 1 to 70MHz using optical interferometry," IEEE Trans. Ultrason. Ferroelectr. Freq. Contr. UFFC-46 (1999) 885-3010

[Lak75] F. Lakestani, J.C. Baboux and P. Fleschmann, "Broadening the bandwidth of piezoelectric transducers by means of transmission lines," Ultrasonics, (1975) 176-180.

[Lin04] F. Lingvall, "A method of improving overall resolution in ultrasonic array imaging using spatio-temporal deconvolution," Ultrasonics 42 (2004) 961-968.

[Lum96] P. Lum, M. Greenstein, C. Grossman and T.L Szabo, "High frequency membrane hydrophones", IEEE Trans. Ultrason. Ferroelectr. Freq. Control, UFFC-43(4) (1996) 536-544.

- [Mac04] L. Machani : Modélisation et simulation des transducteurs piézoélectriques. Thèse de Magister, E.N.S. Kouba, Alger, (2004).
- [Mar83] A. Markiewicz and R.C. Chivers, "Typical errors in using finite miniature ultrasonic probes for far field measurements," *Acoust. Lett.* 6 (1983) 142-147.
- [Max72] J. Max : Méthodes et techniques du traitement du signal et applications aux mesures physiques. Masson, Paris 1972.
- [Mos88] B.C. Moss and C.B. Scruby, "Investigation of ultrasonic transducers using optical techniques," *Ultrasonics* 26(4) (1988) 176-188.
- [Mur76] N. Murayama, K. Nakamura, H. Obara and M. Segawa, "The strong piezoelectricity in polyvinylidene fluoride (PVDF)," *Ultrasonics* (1976) 15-23
- [Ohi76] Ohigashi, "Electromechanical properties of polarized polyvinylidene fluoride films as studied by the piezoelectric resonance method", *J. Appl. Phys.* 47 (1976) 949-955.
- [Olo99] T. Olofsson and T. Stepinski, "Maximum a posteriori deconvolution of sparse ultrasonic signals using genetic optimization," *Ultrasonics* 37 (1999) 423-432.
- [Olo04] T. Olofsson, "Semi-sparse deconvolution robust to uncertainties in the impulse responses signals and systems," *Ultrasonics* 42 (2004) 969-975.
- [Pra72] W.K. Pratt, "Generalized Wiener filtering computation techniques," *IEEE Trans. C21* (1972) 636-41.
- [Pre83] R.C. Preston, D.R. Bacon, A.J. Livett and K. Rajendran, "PVDF membrane hydrophone performance properties and their relevance to the measurement of the acoustic output of medical ultrasonic equipment," *J. Phys. E : Sci. Instrum.* 16 (1983) 786-796.
- [Rhy98] T. L. Rhyne, "Characterizing ultrasonic transducers using radiation efficiency and reception noise figure," *IEEE Trans. Ultrason. Ferroelectr. Control* 45(3) (1998) 559-566.
- [Ses81] G.M. Sessler, "Piezoelectricity in polyvinylidene fluoride," *J. Acoust. Soc. Am.* 70(6), (1981) 1596-1608.
- [Smi89] R. A. Smith, "Are hydrophones of diameter 0.5 mm small enough to characterize diagnostic ultrasound equipment?," *Phys. Med. Biol.* 34 (11) (1989) 1593 -1607.
- [Ste00] S. Robinson, R. Preston, M. Smith and C. Millar, "PVDF reference hydrophone development in the UK - from fabrication and lamination to use as secondary standards," *IEEE Trans. Ultrason. Ferroelectr. Freq. Contr.* UFFC-47(6) (2000) 1321-1335.
- [Wal98] W. F. Walker and G.E. Traley, "The application of K-space in pulse echo ultrasound," *IEEE Trans. Ultrason. Ferroelectr. Freq. Contr.* 45(3), (1998) 541-558.
- [Woo77] B. Woodward, "The suitability of polyvinylidene fluoride as an underwater transducer material," *Acustica*, (1977) 265-268.