



Faculté de Génie Electrique
Département d'électronique



Mémoire

Pour l'obtention du diplôme de
Magister

Spécialité : électronique
Option: *signaux et systèmes*

Présenté par
BENYAHIA Ahmed

intitulé

**Application des ondelettes à la détermination de
l'espacement moyen entre diffuseurs**

Soutenue le : 11 / 03 / 2014

Devant les membres du jury :

Président :	Mr AHMED FOITIH	Zoubir	Professeur, USTO
Encadreur :	Mr. KADDOUR	Abdelhafidh	Professeur, USTO
Examineurs :	Mr. DJABARI	Ali	Professeur, UDL. SBA
	Mr. DEROUICHE	Ziane	Professeur, USTO
	Mr. LOUKIL	Abdelhamid	MCA USTO

2014-2015

Remerciement

Ce travail a été effectué au sien de l'équipe de recherche du Laboratoire 'Signaux, Systèmes et Données (LSSD)'.

Elhamdulillah de m'avoir accordé la volonté et le courage pour réaliser ce mémoire.

Un merci tout particulier à **Mr KADDOUR Abdelhafid** de m'avoir fait l'honneur de diriger ce travail, pour sa confiance, ses efforts considérables, son esprit scientifique, son soutien et ses conseils considérables.

Je suis vivement reconnaissant à Mr Z. AHMED FOITIH, Mr A. DJABARI, Mr Z. DEROUCHE et Mr A. LOUKIL, qui ont accepté de faire partie de mon jury. Plus particulièrement je voudrais remercier Mr DEROUCHE pour ses conseils et aides.

Je suis ensuite particulièrement reconnaissant à Mr M. S. AIT-CHEIKH, professeur à l'école national polytechnique pour son aide.

Je tiens à remercier tous qui m'ont aidé de loin ou de près dans la réalisation de ce travail.

Résumé

L'espace moyen entre diffuseurs (MSS) a été identifié comme un paramètre important pour caractériser les tissus présentant une texture semi-régulière tel que le foie, la rate et les poumons où le MSS peut être corrélé avec l'état pathologique de ces organes.

Notre travail a pour but de déterminer l'espace moyen entre diffuseurs utilisant les méthodes de traitement de signal. Plusieurs méthodes exploitant les informations portées par les spectres d'amplitude des signaux rétrodiffusés des tissus biologiques sont abordées afin d'estimer le MSS: L'autocorrélation fréquentielle (ACF), La méthode Cepstrale, le Cepstre du modèle autorégressif (Cepstre-AR), la densité spectrale de puissance du modèle autorégressif (DSP-AR) et l'autocorrélation fréquentielle du modèle autorégressif (ACF-AR). Une autre méthode récente est proposée, à savoir : la technique des ondelettes (discrète et continue), nous montrons qu'elle présente un outil très efficace dans l'extraction du MSS à partir des signaux rétrodiffusés. Les résultats de simulations obtenus en utilisant la méthode des ondelettes discrètes sont satisfaisant et plus précis comparativement aux autres méthodes.

Mot clé : échographie, espace moyen entre diffuseurs, autocorrélation fréquentielle, Cepstre, autorégressif, transformée en ondelettes discrète, Morlet, ondelette adaptative à l'écho.

	Chapitre I	page
<i>Fig.I.1</i>	<i>Création des ondes ultrasons</i>	5
<i>Fig.I.2</i>	<i>puissance rayonnée sur l'axe du transducteur</i>	6
<i>Fig.I.3</i>	<i>Formation d'onde émise par transducteur</i>	6
<i>Fig.I.4</i>	<i>L'onde simulée et sa Densité Spectrale de Puissance</i>	7
<i>Fig.I.5</i>	<i>Phénomènes d'interaction : Réflexion</i>	8
<i>Fig.I.6</i>	<i>Réflexion: (a) couches Tissu-Os-Tissu ; (b) couches Muscle-Graisse-Muscle.</i>	8
<i>Fig.I.7</i>	<i>Phénomènes d'interactions: Réfraction</i>	9
<i>Fig.I.8</i>	<i>Phénomène de diffusion (Scattering)</i>	10
<i>Fig.I.9</i>	<i>Phénomène d'interférence</i>	10
<i>Fig.I.10</i>	<i>Milieu sous différentes structures: (a) structure semi-régulière; (b) structure aléatoire; (c) structure composite.</i>	13
<i>Fig.I.11</i>	<i>Modèle théorique du signal rétro-diffusé $r(t)$</i>	15
<i>Fig.I.12</i>	<i>Le modèle de simulation du signal rétro-diffusé</i>	16
<i>Fig.I.13</i>	<i>Formation d'un signal échographique simulé à partir de trois signaux : (a) Signal échographique d'une structure régulière ; (b) Signal échographique d'une structure irrégulière (SNR= -10 dB) ; (c) bruit de mesure (SNR=30 dB).</i>	16
<i>Fig.I.14</i>	<i>Formation d'une image échographique</i>	17
	Chapitre II	
<i>Fig.II.1</i>	<i>Signal rétrodiffusé (6 réflecteurs) et son Autocorrélation temporelle à gauche.</i>	22
<i>Fig.II.2</i>	<i>Autocorrélation temporelle du signal rétrodiffusé (2 diffuseurs).</i>	22
<i>Fig.II.3</i>	<i>Autocorrélation temporelle du signal rétrodiffusé bruité.</i>	23
<i>Fig.II.4</i>	<i>Représentation d'une distribution régulière : cas de 2 réflecteurs.</i>	26
<i>Fig.II.5</i>	<i>Représentation de la réponse impulsionnelle dans le cas de deux réflecteurs.</i>	27
<i>Fig.II.6</i>	<i>Cepstre du signal échographique $r(t)$.</i>	28
<i>Fig.II.7</i>	<i>Signal rétro-diffusé et son Cepstre: le retard entre les deux réflecteurs est $1.2\mu s$</i>	28
<i>Fig.II.8</i>	<i>Cepstre du signal rétro-diffusé de deux réflecteurs chevauchés pour SNR=0 et 15 dB.</i>	29

Fig.II.9	Représentation d'une distribution des réflecteurs: (a) régulière, (b) irrégulière	31
Fig.II.10	Signal rétro-diffusé dans le cas quatre réflecteurs irrégulièrement espacés.	32
Fig.II.11	Cepstre du signal rétro-diffusé d'une structure composée de 4 réflecteurs ($\tau = 2\mu s$), (a) régulière, (b) irrégulière.	34
Fig.II.12	Cepstre du signal rétro-diffusé d'une structure ayant une distribution gaussienne avec $\mu = 2e-6s$ et $\sigma = \mu/50$	35
Fig.II.13	Comparaison entre la durée de l'onde émise et son cepstre	36
Fig.II.14	Cepstre du signal rétro-diffusé à bande limite d'une structure semi- régulière (gaussienne avec $\mu = 2e-6s$) et $\sigma = \mu/30$).	37
Fig.II.15	Densité Spectrale de Puissance.	38
	Chapitre III	
Fig.III.1	Transformée de Fourier d'un signal sinusoïdale stationnaire, (a) pour une seule fréquence, (b) pour plusieurs fréquences	45
Fig.III.2	Deux signaux non stationnaires différents ont la même transformée de Fourier	45
Fig.III.3	Pavage temps-fréquence pour la transformée de Fourier à fenêtre glissante (STFT)	46
Fig.III.4	Représentation temps-échelle de la transformée en ondelette et la STFT	47
Fig.III.5	Exemples d'ondelettes unidimensionnelles pour plusieurs facteurs d'échelle et leur transformée de Fourier	49
Fig.III.6	Représentation de la localisation temporelle et fréquentielle d'une ondelette en fonction de a	50
Fig.III.7	Algorithme de MALLAT unidimensionnel	54
Fig.III.8	Filtres miroirs en quadrature	55
Fig.III.9	Décomposition en multi-niveau du signal $f(n)$	55
Fig.III.10	Dépendance de l'échelle à la fréquence des ondelettes	56
Fig.III.11	Arbre de décomposition d'un signal en quatre niveaux	56
	Chapitre IV	
Fig.IV.1	Différents types des signaux échographiques: (a) d'une structure semi-régulière, (b) d'une structure irrégulière et (c) d'une structure composite.	62
Fig.IV.2	ACF : (a) $\sigma = \mu/100$, (b) $\sigma = \mu/50$, (c) $\sigma = \mu/30$ et (d) $\sigma = \mu/10$.	64

Liste des figures

Fig.IV.3	Méthode de Cepstre : (a) $\sigma=\mu/100$, (b) $\sigma=\mu/50$, (c) $\sigma=\mu/30$ et (d) $\sigma=\mu/10$.	64
Fig.IV.4	Méthode de Cepstre-AR : (a) $\sigma=\mu/100$, (b) $\sigma=\mu/50$, (c) $\sigma=\mu/30$ et (d) $\sigma=\mu/10$	65
Fig.IV.5	Méthode de DSP-AR : (a) $\sigma=\mu/100$, (b) $\sigma=\mu/50$, (c) $\sigma=\mu/30$ et (d) $\sigma=\mu/10$.	66
Fig.IV.6	Méthode de ACF-AR : (a) $\sigma=\mu/100$, (b) $\sigma=\mu/50$, (c) $\sigma=\mu/30$ et (d) $\sigma=\mu/10$.	67
Fig.IV.7	Signaux échographiques simulés pour différentes valeurs du SNR_S $\sigma=\mu/50$.	67
Fig.IV.8	Méthode Cepstre-AR: (a) $SNR_S=0dB$, (b) $SNR_S=5dB$, (c) $SNR_S=10dB$ et (d) $SNR_S=15dB$.	68
Fig.IV.9	Méthode ACF-AR: (a) $SNR_S=0dB$, (b) $SNR_S=5dB$, (c) $SNR_S=10dB$ et (d) $SNR_S=15dB$.	68
	Chapitre V	
Fig.V.1	Bandes de fréquences des différents niveaux de décomposition	74
Fig.V.2	Modèle de signal échographique	75
Fig.V.3	Détails et Approximations de la transformée en ondelette discrète du signal $y(n)$ $\sigma=\mu/100$ utilisant l'ondelette mère db9	76
Fig.V.4	Approximations de TOD du signal $y(n)$ $\sigma=\mu/100$ utilisant l'ondelette mère db9	77
Fig.V.5	Détails de TOD du signal $y(n)$ $\sigma=\mu/100$ utilisant l'ondelette mère db9	77
Fig.V.6	Spectre de fréquences des niveaux: (a) D5, (b) D6, (c) A4 et (d) A5.	78
Fig.V.7	Détails et Approximations de TOD du signal $y(n)$ utilisant l'ondelette mère db9	79
Fig.V.8	Spectre de fréquences des niveaux: (a) D5, (b) D6, (c) A4 et (d) A5.	79
Fig.V.9	Détails et Approximations de TOD du signal $y(n)$ utilisant l'ondelette mère db9	80
Fig.V.10	Spectre de fréquences des niveaux: (a) D5, (b) D6, (c) A4 et (d) A5.	80
Fig.V.11	Détails et Approximations de TOD du signal $y(n)$ utilisant l'ondelette mère db9	81
Fig.V.12	Spectre de fréquences des niveaux: (a) D5, (b) D6, (c) A4 et (d) A5.	81
Fig.V.13	Signaux échographiques simulés pour différentes valeurs du rapport SNR_S $\sigma=\mu/50$	83
Fig.V.14	Détails et Approximations de TOD du signal $y(n)$, $SNR_S=0dB$.	83
Fig.V.15	Spectre de fréquences des niveaux: (a) D5, (b) D6, (c) A4 et (d) A5 ($SNR_S=0dB$).	84
Fig.V.16	Détails et Approximations de TOD du signal $y(n)$, $SNR_S=5dB$.	84
Fig.V.17	Spectre de fréquences des niveaux: (a) D5, (b) D6, (c) A4 et (d) A5 ($SNR_S=5dB$).	85

Liste des figures

Fig.V.18	Détails et Approximations de TOD du signal $y(n)$, $SNR_S=10dB$.	85
Fig.V.19	Spectre de fréquences des niveaux: (a) D5, (b) D6, (c) A4 et (d) A5 ($SNR_S=10dB$).	86
Fig.V.20	Détails et Approximations de TOD du signal $y(n)$, $SNR_S=15dB$.	86
Fig.V.21	Spectre de fréquences des niveaux: (a) D5, (b) D6, (c) A4 et (d) A5 ($SNR_S=15dB$).	87
Fig.V.22	Partie réelle (tracé continu) et imaginaire (tracé en pointillés) de l'ondelette de Morlet (Gauche) Parties réelle et imaginaire (a) d'un signal harmonique amorti de fréquence propre f_0 et (b) de son spectre. (Droite) Module au carré (a) du signal harmonique et (b) de son spectre.	88
Fig.V.23	Matrice des coefficients de transformée en ondelettes (Morlet), (b) arête de la transformée en ondelettes ($\sigma=\mu/100$)	89
Fig.V.24	(a) Matrice des coefficients de transformée en ondelettes (Morlet), (b) arête de la transformée en ondelettes ($\sigma=\mu/100$)	93
Fig.V.25	(a) Matrice des coefficients de transformée en ondelettes (ondelette adaptative à l'écho), (b) arête de la transformée en ondelettes ($\sigma=\mu/100$)	94
Fig.V.26	Espacement moyen (en Hz) estimé à l'aide de DSP-AR, ACF-AR, TOD pour (a) $\sigma=\mu/100$, (b) $\sigma=\mu/50$, (c) $\sigma=\mu/30$ et (d) $\sigma=\mu/10$.	95
Fig.V.27	Espacement moyen (en Hz) estimé à l'aide de DSP-AR, ACF-AR, TOD pour (a) $SNR_S=0dB$, (b) $SNR_S=5dB$, (c) $SNR_S=10dB$ et (d) $SNR_S=15dB$.	96
Fig.V.28	Espacement moyen (en Hz) estimé à l'aide de DSP-AR, ACF-AR, TOC pour (a) $\sigma=\mu/100$, (b) $\sigma=\mu/50$, (c) $\sigma=\mu/30$ et (d) $\sigma=\mu/10$.	97
Fig.V.29	Espacement moyen (en Hz) estimé à l'aide de DSP-AR, ACF-AR, TOC pour (a) $SNR_S=0dB$, (b) $SNR_S=5dB$, (c) $SNR_S=10dB$ et (d) $SNR_S=15dB$.	98

	Chapitre I	page
Tableau I.1	<i>caractéristiques acoustiques des différents milieux</i>	8
Tableau I.2	<i>Profondeur de pénétration en fonction de fréquence du transducteur</i>	11
	Chapitre III	
Tableau III.1	<i>Liste de familles d'ondelettes</i>	58
Tableau III.2	<i>Propriétés principales des familles d'ondelettes</i>	58
	Chapitre IV	
Tableau IV.1	<i>Paramètres de simulation</i>	62
	Chapitre V	
Tableau V.1 :	<i>Bandes de fréquences obtenues par la décomposition en multi-niveau</i>	75
Tableau V.2	<i>Résultats de MSS par les méthodes DSP, ondelette de Morlet et ondelette écho</i>	94
Tableau V.3	<i>Comparaison des MSS pour trois méthodes ($\ast 10^3$)</i>	96
Tableau V.4	<i>Comparaison des MSS pour trois méthodes ($\ast 10^5$)</i>	97
Tableau V.5	<i>Comparaison des MSS pour trois méthodes ($\ast 10^5$)</i>	98
Tableau V.6	<i>Comparaison des MSS pour trois méthodes ($\ast 10^5$)</i>	98

Liste des symboles et abréviations

Variables	Signification
t	Variable du temps.
f	Variable de fréquence.
$e(t)$	Signal d'excitation du transducteur.
$h(t)$	La réponse du transducteur.
f_0	Fréquence de résonance du transducteur.
β	Coefficient d'amortissement du transducteur.
d_0	Distance entre le transducteur et le début du champ lointain.
α	L'angle par rapport le normal d'un faisceau incident.
ξ	L'angle par rapport le normal d'un faisceau transmis.
z_i	L'impédance acoustique de milieu i (foie, rate, graisse, tissu).
$g(t)$	Le Modèle représentant les tissus.
a_i	Amplitudes des ondes réfléchies par la structure semi-régulière.
τ_{1i}	Les temps séparant les réflecteurs de la structure semi-régulière et le transducteur.
L	Le nombre des réflecteurs dans la structure semi-régulière.
b_i	Amplitudes des ondes réfléchies par la structure aléatoire.
τ_{2i}	Les temps séparant les réflecteurs de la structure aléatoire et le transducteur.
M	Le nombre des réflecteurs dans la structure irrégulière.
$\delta()$	La fonction du Dirac.
$\Delta \tau_{1i}$	L'intervalle temporel séparant deux réflecteurs adjacents i et $i+1$.
μ	La moyenne de la variable aléatoire $\Delta \tau_{1i}$.
σ	La variance de la variable aléatoire $\Delta \tau_{1i}$.
$\Delta \tau_{2i}$	L'intervalle temporel séparant deux diffuseurs adjacents i et $i+1$.
SNR_S	Rapport propre à la structure.
$b(t)$	Bruit de mesure supposé Gaussien.
σ_b	La variance du bruit de mesure.
SNR	Rapport signal sur bruit.
$E[.]$	L'espérance mathématique.
$[.]^*$	Le conjugué de $[.]$.
$R(.)$	L'autocorrélation fréquentielle.
τ, MSS	L'espacement moyen dans une structure régulière.

Liste des symboles et abréviations

$S(.)$	La Densité Spectrale de Puissance.
$C_r(t)$	Le Cepstre de puissance.
e	L'espacement spatial.
μ_d	La moyenne de l'espacement spatiale des réflecteurs.
σ_d	La variance de l'espacement spatial.
$L^2(R)$	Espace vectoriel des fonctions mesurables, carrées et intégrables dans l'axe des réels R .
ψ	Ondelette mère.
φ	Fonction d'échelle
a	Paramètre d'échelle.
b	Paramètre de translation.
$Wf(a,b)$	Transformée en ondelettes de la fonction f .
C_ψ	Coefficient de l'ondelette mère.
$TF(f)$	Transformée de Fourier de la fonction f .
$TF^{-1}(f)$	Transformée de Fourier inverse de la fonction f .
$h(n)$	Filtre passe bas.
$g(n)$	Filtre passe haut.
$G(z)$	Transformée en z de $g(n)$.
$H(z)$	Transformée en z de $h(n)$.
CA	Coefficient ondelette d'approximation.
CD	Coefficient ondelette de détail.
A_j	Signal d'approximation au niveau j .
D_j	Signal de détail au niveau j .
TOD	Transformée en ondelettes discrète.
TOC	Transformée en ondelettes continue.
N_e	Nombre d'échantillons.
f_m	Fréquence maximale.
N_{LS}	Niveau de décomposition.

Sommaire

Remerciement.....	
Résumé	
Liste des figures	
Liste des tableaux	
Liste des symboles et abréviations	
Introduction général	1

Chapitre I

Modélisation du signal échographique d'un tissu

I.1 Ondes acoustiques ultrasonores	5
I.2 Interaction onde ultrasonore-milieu biologique.....	7
1.2.1 Réflexion	7
1.2.2 Réfraction.....	9
1.2.3 Diffusion	10
1.2.4 Atténuation.....	11
I.3 Modèle du signal rétrodiffusé d'un tissu biologique	11
I.4 Modélisation de la réponse échographique des tissus biologiques	14
I.4.1 Cas d'un diffuseur.....	14
I.4.2 Cas de n diffuseurs.....	15
I.5 Formation d'une image d'échographie d'un tissu biologique (Du signal à l'image échographique).....	17
I.6 Conclusion	18

Chapitre II

Méthodes de traitement du signal rétrodiffusé

II.1 Autocorrélation temporelle.....	21
II.2 Autocorrélation fréquentielle.....	23
II.3 Méthode Cepstrale.....	25
II.3.1 Cas de deux réflecteurs.....	26
II.3.2 Estimation du Cepstre.....	29
II.3.3 Cas de plusieurs réflecteurs.....	31
II.3.4 Cepstre estimé.....	34
II.4 Approches paramétriques pour l'estimation de l'espacement moyen.....	37
II.4.1 Densité Spectrale de Puissance du signal échographique.....	37
II.4.2 Densité Spectrale de Puissance d'un Signal Autorégressive.....	38
II.4.3 Algorithme de Burg.....	39
II.5 Cepstre-AR.....	41
II.6 Autocorrélation fréquentielle d'un modèle AR.....	42
II.7 Conclusion.....	42

Chapitre III

Aperçu sur la transformée en ondelettes

III.1 Position du problème.....	45
III.3 La transformée en ondelettes.....	47
III.3.1 Condition d'admissibilité.....	48
III.3.2 Propriété 1.1.....	48
III.3.3 Définition.....	48
III.3 Propriétés de la transformée en ondelettes.....	50
III.3.1 Conservation de l'énergie.....	50

Sommaire

III.3.2 Inversion	50
III.3.3 Linéarité	51
III.3.4 Translation.....	51
III.3.5 Dilatation.....	51
III.4 Transformée en ondelettes continue.....	51
III.4.1 Définition	51
III.4.3 Algorithme	52
III.5 Transformée en ondelettes discrète	52
III.5.1 L'analyse multi résolution.....	53
III.5.2 Algorithme de Mallat	54
III.5.2 Décomposition en multi-niveau du signal.....	55
III.6 Critères de Choix d'ondelette analysante.....	57
III.7 Les avantages de la transformée en ondelettes.....	59
III.8 Conclusion.....	59

Chapitre IV

Résultats de simulation et discussions

IV.1 Paramètres de simulation	62
IV.2 Simulation	63
IV.2.1 Autocorrélation fréquentielle	63
IV.2.2 La méthode Cepstrale.....	64
IV.2.3 Méthode paramétrique	64
IV.2.3.1 Cepstre-AR.....	64
IV.2.3.2 DSP-AR	65
IV.2.3.3 ACF-AR.....	66
IV.3 Effet de la puissance du speckle	67
IV.4 Conclusion	69

Chapitre V

Application de la technique des ondelettes à la détermination du MSS

V.1 Transformée en ondelettes discrète du signal échographique	72
V.2 Critère du choix de niveau de décomposition et l'ondelette mère	73
V.2.1 Niveau de décomposition	73
V.2.2 Choix d'ondelette analysante	74
V.3 Bandes de fréquences des niveaux de décomposition.....	74
V.4 Résultats obtenus par l'application de la technique des ondelettes.....	75
V.5 Effet de puissance de speckle sur la décomposition en TOD du signal échographique	82
V.6 Utilisation de la technique des ondelettes continues à la détermination du MSS	87
V.6.1 Présentation de l'ondelette de Morlet	88
V.6.2 Création d'une ondelette adaptative à l'écho	88
V.6.2.1 Son expression.....	89
V.6.2.2 Orthogonalité et admissibilité	89
V.6.3 Calcul théorique de la transformée en ondelettes d'un signal échographique	90
V.6.4 Application de la technique des ondelettes continues à la détermination de MSS	93
V.6.4.1 Arête de la transformée en ondelettes	93
V.6.4.2 Espacement moyen entre diffuseurs utilisant transformée en ondelette (Morlet).....	93
V.6.4.3 Espacement moyen entre diffuseurs utilisant transformée en ondelette (ondelette adaptative à l'écho)	94
V.7 Comparaison entre la technique des ondelettes et les autres méthodes d'estimation du MSS	95
V.8 Conclusion.....	100
Conclusion général	102
Bibliographie.....	
Annexes.....	

Introduction Générale

Introduction générale

Les ultrasons sont largement utilisés dans l'imagerie médicale du fait que ce sont des radiations non dangereuses et non ionisées, le Contrôle Non Destructif (CND) par ultrasons repose sur l'interaction entre un rayonnement acoustique émis par un transducteur ou une sonde ultrasonore et l'objet à explorer [4, 24].

Les techniques éprouvées du CND trouvent leurs limites dans la caractérisation du tissu humain. Le but de la recherche dans ce domaine est de repousser ces limites d'investigation toujours plus loin en introduisant des méthodes de traitement de signal pour faire ressortir des informations telles la variation de la célérité dans le milieu de propagation, les coefficients d'atténuation et de réflexion ainsi que la densité de l'espacement moyen des diffuseurs contenus dans le milieu sous test [35].

L'arrangement dans les organes mous tel que le foie, les reins et les rates constitue une répétition systématique d'une unité structurale de base (les triades des portiques dans le foie, les néphrons dans le rein, et les trabicules dans la rate). Il est démontré que cette structure présente des centres pseudo-périodiques dispersés, se traduisant par une périodicité cohérente dans les données du signal échographique [1].

La distance entre n'importe quels deux diffuseurs consécutifs cohérents dans le signal ultrasonore est nommée « l'espacement entre diffuseur » ou « Inter Scatterer Spacing -ISS-». La collection spatialement ordonnée de tous ces ISS individuels pour un signal ultrasonore donné est nommée la distribution de l'ISS. La valeur moyenne de la distribution ISS est connue étant l'espacement moyen entre diffuseur « Mean Scatterer Spacing -MSS-» [2-3, 16].

Il est montré que le MSS peut être utilisé comme une caractéristique des tissus [14-17, 20-27]. La modification de la périodicité naturelle du tissu du foie indique des pathologies de ce dernier. Cependant, il y a des classes importantes des pathologies où la périodicité est interrompue à l'intérieure d'un volume localisé d'un tissu. Parmi ces classes on trouve la tumeur métastatique du foie, la cirrhose du foie, ...

L'analyse par traitement du signal des grandeurs biomédicales peut donner une image réelle sur les déséquilibres qui se produisent dans les tissus biologiques ; Cette analyse est basée sur les techniques classiques telles que : l'analyse de Fourier (autocorrélation, méthode cepstrale, modèle autorégressif, ...) ou les techniques relativement récentes, à savoir : la technique des ondelettes (discrètes et continues).

Notre travail a pour objectif de tenter de déterminer l'espacement moyen entre diffuseurs contenus dans un tissu. Pour ce faire nous nous sommes intéressés aux travaux effectués par un ensemble de chercheurs dans ce sujet, cités en bibliographie. Nous agencons le contenu de ce mémoire de la façon suivante :

Dans le chapitre I, nous présentons les notions fondamentales nécessaires pour la bonne compréhension du travail effectué dans ce mémoire. La description du modèle du tissu est donnée, ainsi que le signal échographique correspondant. Les différentes structures composant le modèle du tissu sont décrites.

Dans le chapitre II, des méthodes de traitement du signal pour la détermination de l'espacement moyen entre diffuseurs sont étudiées tel que l'autocorrélation temporelle, l'autocorrélation fréquentielle, l'analyse cepstrale, ainsi les méthodes paramétriques utilisant le modèle autorégressif du signal échographique tel : DSP-AR, Cepstre-AR et ACF-AR.

Le troisième chapitre est dédiée à la présentation des principes mathématiques de la transformée en ondelettes continue et discrète et leurs propriétés les plus connues en privilégiant les aspects liés au traitement du signal. Le calcul des coefficients de détail et d'approximations dans la décomposition en ondelettes, les Critères de Choix d'ondelette analysante et les avantages de cette transformée sont brièvement présentés.

Le quatrième chapitre est consacré aux résultats de simulations des méthodes décrites dans le deuxième chapitre. Une comparaison entre ces différentes approches est présentée permettant de constater l'effet de la régularité de la structure semi-régulière ainsi que l'effet des speckles sur l'estimation du MSS.

Dans le cinquième et dernier chapitre nous montrons les résultats de simulation en appliquant la technique de la transformée en ondelettes, premièrement en utilisant la version discrète puis la version continue pour la détermination du MSS.

Chapitre I

Modélisation du signal échographique d'un tissu

Chapitre I

Modélisation du signal échographique d'un tissu

Le signal échographique résulte d'une part de l'opération d'émission réception ultrasonore, et d'autre part de l'ensemble des phénomènes mis en jeu lors de l'interaction entre les tissus biologiques et l'onde ultrasonore, dépendant des caractéristiques physiques du milieu essentiellement la célérité ultrasonore, l'impédance acoustique caractéristique et l'atténuation [7]. Une onde ultrasonore est une onde mécanique dont la fréquence est supérieure à 20KHz, dans le domaine d'imagerie médicale les fréquences les plus utilisées sont situées entre 3 MHz et 10 MHz [5]. On distingue deux types d'ondes ultrasonores se propageant dans les différents milieux biologiques. Les ondes longitudinales se propagent dans la même direction que la vibration des particules et les ondes transversales qui ont une direction de propagation perpendiculaire à celle de la vibration des particules ; ces dernières s'amortissent très rapidement dans les tissus [6].

Ce chapitre est consacré aux différents concepts de base dans la théorie des ondes ultrasonores (longitudinales) appliquées au domaine biomédical, ainsi que la formation d'un signal échographique rétrodiffusé en donnant un modèle mathématique des tissus biologiques, la formation de l'image échographique, et nous terminerons par la position du problème à résoudre dans ce mémoire dans la conclusion.

I.1 Ondes acoustiques ultrasonores

Les ondes ultrasonores sont des ondes élastiques produites à l'aide des transducteurs piézo-électriques, ces derniers sont des dispositifs résonnants et servent à transformer une énergie électrique reçue en une énergie ultrasonore [5].

On distingue deux types de matériaux piézo-électriques, naturels comme le quartz, et artificiels comme le niobate de lithium LiNbO_3 , et le tantalate de lithium LiTaO_3 . Ces matériaux présentent un moment permanent de polarisation, dû aux dipôles élémentaires qui vont s'orienter dans la direction du champ électrique lorsqu'ils sont soumis à une différence de potentiel (d.d.p), par conséquent, la création d'une déformation du matériau [8].

Si le champ électrique appliqué est alternatif, le matériau piézo-électrique devient une source vibratoire. Un tel matériau sous forme disque piézo-électrique, muni de deux électrodes de contact, constitue un transducteur d'ultrasons fonctionnant aussi bien comme émetteur de vibrations ultrasonores que comme récepteur [9]. Pour utiliser un tel transducteur dans le domaine d'échographie, on l'excite par une impulsion négative (Fig.I.1) de forte amplitude afin de générer une impulsion ultrasonore brève et une puissance importante.

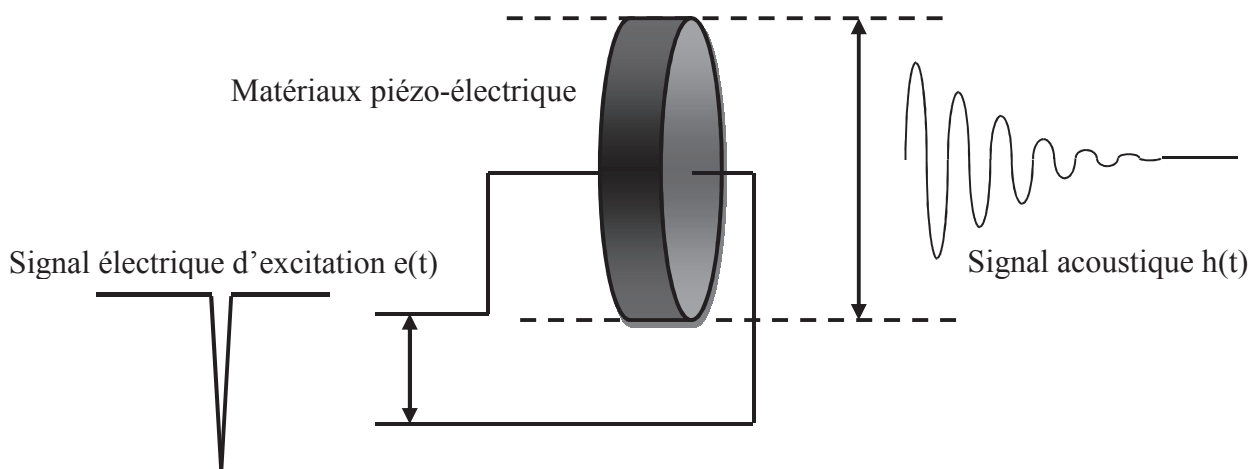


Fig.I.1 Création des ondes ultrasons

Afin de modéliser le signal échographique, il faut modéliser les ondes générées par le transducteur. Il faut aussi établir le modèle du milieu dans lequel les ondes ultrasonores se propagent. La réponse du transducteur $h(t)$ à une impulsion négative est modélisée par la formule suivante :

$$h(t) = \exp(-\beta|t|)\cos(2\pi f_0 t) \quad (\text{I.1})$$

En réalité l'équation (I.1) inclut la réponse du transducteur en émission et celle en réception, c'est-à-dire, la réponse $h(t)$ correspond à une convolution entre la réponse du transducteur en émission et celle en réception.

Chaque transducteur piézo-électrique est caractérisé par une fréquence de résonance f_0 et un coefficient d'amortissement β . ces deux caractéristiques ont un intérêt crucial dans le domaine du Contrôle Non Destructif CND, car, contrairement aux ondes électromagnétiques, l'augmentation de fréquence f_0 implique une forte atténuation de ces ondes, ainsi, la variation de coefficient d'amortissement β engendre la variation de la résolution axiale du transducteur. Un autre point important concernant les transducteurs porte sur le champ acoustique, la puissance émise par le transducteur a des minima et des maxima (Fig.I.2).

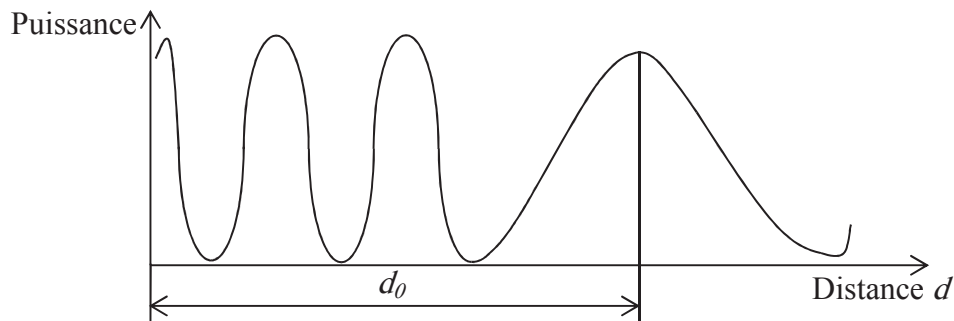


Fig.I.2 puissance rayonnée sur l'axe du transducteur

Afin de comprendre ce phénomène physique, le transducteur est considéré comme un ensemble de sources élémentaires (Fig.I.3), chaque source émet une onde sinusoïdale, ce qui donne un faisceau ultrasonore. Ce dernier n'est pas distribué uniformément sur le plan axial du transducteur à cause des déphasages entre ces ondes. Ceci explique l'allure de puissance rayonnée par le transducteur.

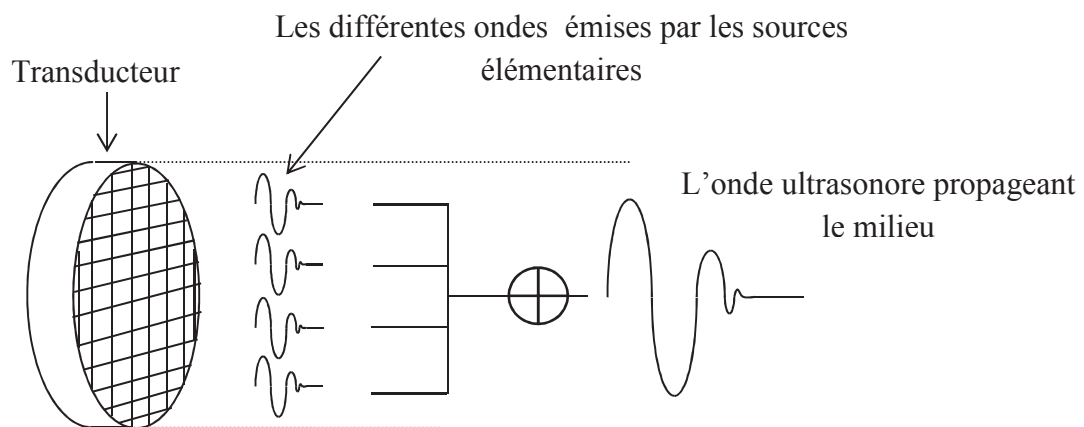


Fig.I.3 Formation d'onde émise par transducteur

L'étude du champ acoustique rayonné par le transducteur permet de savoir à quelle distance la puissance est maximum. Dans la figure Fig.I.2, la distance pour laquelle la puissance est maximale est d_0 . Cette valeur, en quelque sorte, est la distance entre le transducteur et le tissu à explorer, ceci assure que le maximum d'énergie a pénétré le tissu. La figure suivante montre une onde ultrasonore simulée $h(t)$ ($f_0=3\text{MHz}$ et $\beta=3.5$) et sa bande passante $S_{bb}(f)$:

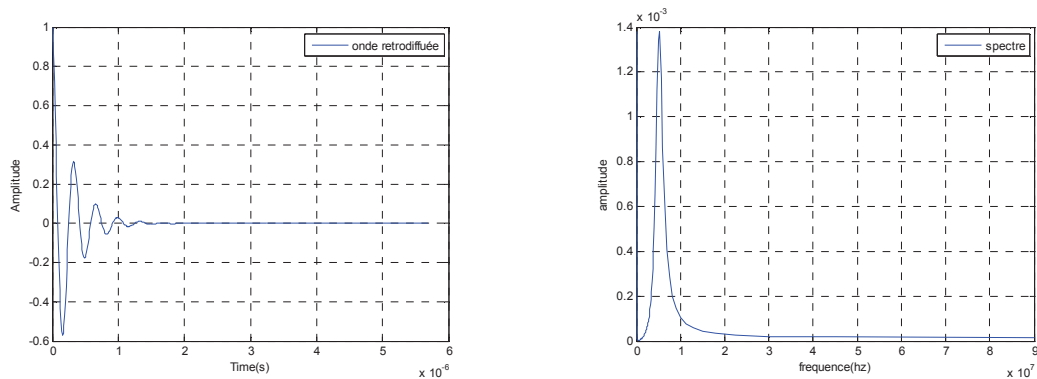


Fig.I.4 L'onde simulée et sa Densité Spectrale de Puissance

Nous passons maintenant aux différents phénomènes apparus lors la propagation des ondes ultrasonores dans un milieu.

I.2 Interaction onde ultrasonore-milieu biologique

Lorsqu'une onde ultrasonore rencontre une interface séparant deux milieux ayant des caractéristiques acoustiques différentes, certains phénomènes physiques apparus lors la propagation de cette onde ultrasonore dans le milieu, à savoir : la réflexion, la réfraction, diffusion et l'atténuation. L'élaboration d'un modèle mathématique des milieux biologiques nécessite la connaissance de ces différents phénomènes ;

1.2.1 Réflexion

C'est un phénomène très important dans le diagnostique. Il se produit lorsqu'un faisceau ultrasonore rencontre une interface, il sera partiellement réfléchi Fig.I.5. Ce phénomène est dû au changement des caractéristiques acoustiques du milieu notamment l'impédance acoustique et la densité (Tableau I.1). Celle-ci diffère d'un milieu à un autre. Un **écho** est un son qui est réfléchi et qui est réceptionné après un temps de latence, correspondant à son temps de déplacement dans le milieu concerné [10]. Lorsqu'un faisceau d'ultrason arrive sur une interface placée à angle droit par rapport à sa direction initiale, une partie est réfléchi et repart dans le sens opposé, et l'autre partie traverse l'interface et continue sa route sans changer de direction. La proportion d'ultrasons réfléchis ou coefficient de transmission est directement proportionnel à la différence d'impédance acoustique entre les 2 milieux.

De telles interfaces, très réfléchissantes (très « échogène ») se retrouvent lorsque les tissus mous organiques sont en contact avec de l'air (poumon, tube digestif) ou des structures minéralisées (os, calculs).

Matériaux	Densité (Kg/m^3)	Célérité (m/s)	Impédance acoustique ($\text{kg.m}^{-2}.\text{s}^{-1}$)
Eau	1000	1480	$1.48 \cdot 10^6$
Foie	1060	1550	$1.64 \cdot 10^6$
Graisse	952	1459	$1.38 \cdot 10^6$
Muscle	1580	1580	$1.70 \cdot 10^6$
Os	1912	4080	$7.80 \cdot 10^6$

Tableau I.1 : caractéristiques acoustiques des différents milieux

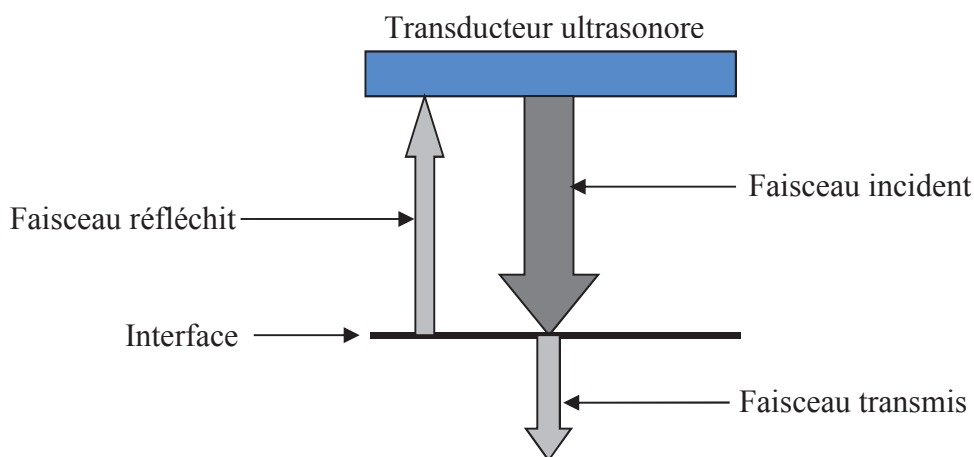


Fig.1.5 Phénomènes d'interaction : Réflexion

Les deux exemples dans la figure suivante montrent l'importance de la connaissance du coefficient de réflexion des milieux.

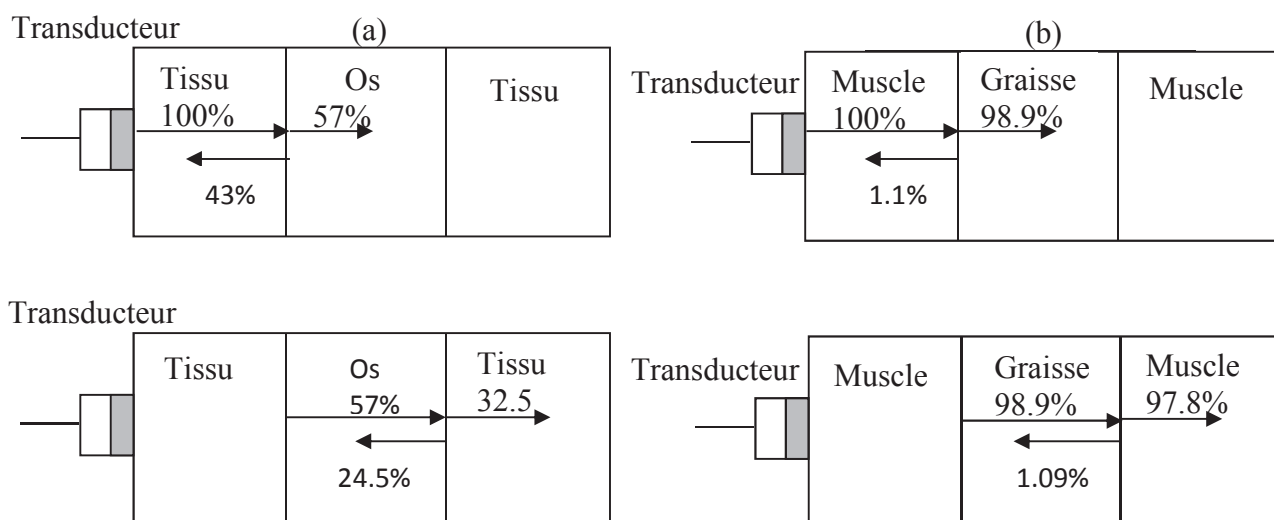


Fig.1.6 Réflexion: (a) couches Tissu-Os-Tissu ; (b) couches Muscle-Graisse-Muscle.

La figure Fig.1.6a donne la quantité d'énergie réfléchi à chaque changement du milieu (tissu, Os et enfin tissu). Le coefficient de réflexion du tissu a une relation entre les deux milieux constituant l'interface sur laquelle il y aura une réflexion, par conséquent pour chaque cas (Fig.I.6a et F.I.6b) nous avons un coefficient de réflexion.

Pour cas a (Fig.I.6a).

$$R_{T-O} = \frac{Z_O - Z_T}{Z_O + Z_T} = 0.43$$

Avec $Z_O = 7.8 \cdot 10^6 \text{ Kg/m}^2\text{-sec}$, représente l'impédance acoustique d'os, et

$Z_T = 1.63 \cdot 10^6 \text{ Kg/m}^2\text{-sec}$, représente l'impédance acoustique du tissu.

Pour cas b (Fig.I.6b).

$$R_{M-G} = \frac{Z_G - Z_M}{Z_G + Z_M} = 0.01$$

Avec $Z_G = 1.38 \cdot 10^6 \text{ Kg/m}^2\text{-sec}$, représente l'impédance acoustique de graisse, et

$Z_M = 1.70 \cdot 10^6 \text{ Kg/m}^2\text{-sec}$, représente l'impédance acoustique de muscle.

Nous constatons que l'énergie reçue par le troisième milieu est faible dans le cas a par rapport le cas b, par conséquent, l'énergie reçue au niveau du transducteur est faible ou absente. Ainsi l'énergie sera insuffisante pour explorer tout le milieu (le troisième). Pour cette raison il est déconseillé d'utiliser l'échographe pour explorer un milieu sous un autre milieu dont le coefficient de réflexion très grand.

I.2.2 Réfraction

Lorsque le faisceau ultrasonore arrive sur une surface réfléchive avec un angle oblique α , une partie du faisceau est réfléchi avec un angle de réflexion égal à l'angle incident. La partie transmise est déviée avec un angle ξ qui dépend de la vitesse de propagation des deux milieux concernés. Il s'agit du phénomène de réfraction (Fig.I.7).

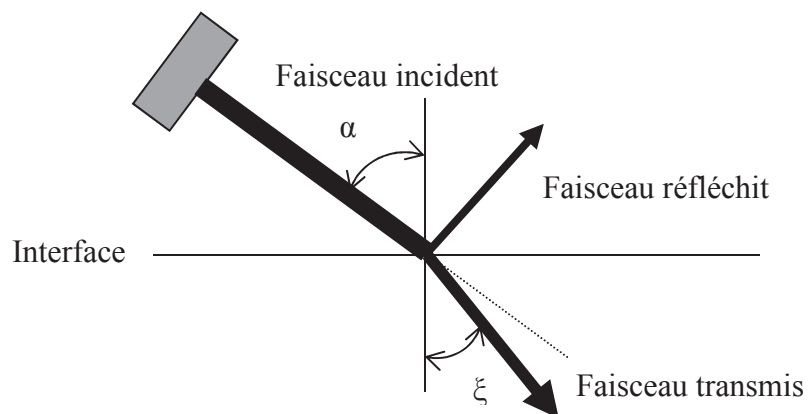


Fig.1.7 Phénomènes d'interactions: Réfraction

I.2.3 Diffusion

Une autre interaction importante entre l'onde ultrasonore et le milieu biologique, c'est la diffusion (scattering en anglais). Ce phénomène apparaît lorsque les interfaces de réflexion ont une surface inférieure à celle du faisceau ultrasonore (Fig.I.8), par conséquent, quand le faisceau ultrasonique frappe le diffuseur, les ultrasons sont dispersés dans toutes les directions, et une partie d'énergie est renversée de nouveau au transducteur. Sur la surface de ce dernier, les ondes venant de plusieurs diffuseurs dans unité de résolution sont reçues en même temps, ce fait, le signal acoustique reçu par le transducteur (nommé, signal rétro-diffusé ou A-scan) sera une accumulation des différentes ondes diffusées et reflétées par les différents diffuseurs (scatterers en anglais). Cette accumulation donne une naissance à un phénomène physique appelé l'interférence.

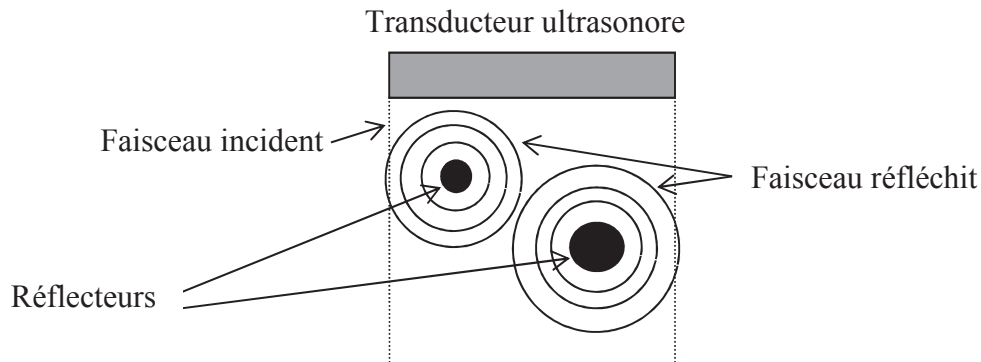


Fig.1.8 Phénomène de diffusion (Scattering)

On distingue deux types d'interférences (Fig. I.9): l'une est constructive, si les ondes diffusées sont en phase, est l'autre destructive dans le cas inverse. Le signal rétro-diffusé pour le premier cas atteint des valeurs maximales, et dans le deuxième cas des valeurs minimums ou nulles. Le signal résultant alors un signal temporel appelé, en référence au phénomène analogue observé en optique cohérente, *bruit de speckle acoustique*.

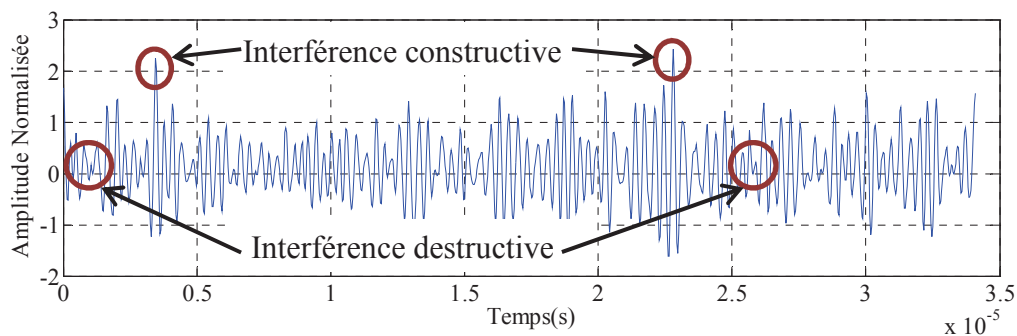


Fig.1.9 Phénomène d'interférence

Le speckle acoustique, aussi appelé "tavelure" en français, résulte donc de l'interférence des ondes diffusées par les nombreuses inhomogénéités contenues dans le milieu. Dans le cadre de l'approximation de diffusion simple (dite première approximation de Born), les ondes réfléchies par les diffuseurs sont trop faibles pour être diffusées une deuxième fois, mais sont néanmoins susceptibles d'atteindre le transducteur. Cette approximation est valable dans les milieux biologiques [11].

I.2.4 Atténuation

Par expérience, l'intensité d'un son diminue au fur et à mesure que l'on s'éloigne de la source. Il en est de même avec le faisceau ultrasonore utilisé en échographie dont l'intensité diminue avec la profondeur d'exploration. Cette atténuation des ondes ultrasons est due aux multiples interactions (tel que réflexion, diffusion et réfraction) qui diminuent l'intensité du faisceau lorsque celui-ci pénètre dans les tissus.

L'atténuation des ultrasons dépend des milieux traversés, mais aussi des caractéristiques de l'onde ultrasonore, et en particulier de la fréquence des ultrasons : plus la fréquence des ultrasons augmente, plus l'atténuation est importante (Tableau I.2). La fréquence des ultrasons a donc une influence déterminante sur les possibilités d'exploration:

Fréquence du transducteur	Profondeur d'exploration maximale d'un tissu
2,5 3,5 MHz	>15 cm
5 MHz	10 cm
7.5 MHz	5-6 cm
10 MHz	2-3 cm

Tableau I.2: Profondeur de pénétration en fonction de fréquence du transducteur

I.3 Modèle du signal rétrodiffusé d'un tissu biologique

Chaque milieu est caractérisé par: sa structure, son coefficient d'atténuation, son coefficient de réflexion, sa température et sa célérité des ondes ultrasonores dans ce milieu [12]. L'étude du comportement des milieux biologiques présente un grand intérêt et constitue une aide précieuse au diagnostic.

La sensibilité extrême aux interactions entre la structure du tissu et les ultrasons rend difficile toute tâche de modélisation. Divers modèles de tissus ont été proposés et évalués, avec des résultats valides pour seulement des situations spécifiques [13]. Des représentations de tissus sont universellement concernées par le niveau micro-structural du détail et peuvent généralement être classées par catégorie selon une représentation continue ou discrète des inhomogénéités fondamentales.

La représentation discrète est d'intérêt considérable ici parce qu'elle permet une description probabiliste simplifiée de la dispersion en termes de somme aléatoire de phaseurs. Dans les modèles discrets, diverses hypothèses ont été faites concernant la microstructure de tissu. Celles-ci impliquent typiquement les amplitudes des ondes réfléchies et l'espacement des diffuseurs, y compris de divers niveaux de régularité dans l'espacement. En effet, les tissus biologiques, tel que le foie, rate et poumon ont une structure quasi-périodique ou semi-régulière, et l'espacement moyen de cette structure peut être corrélé avec l'état pathologique des tissus [14].

Malheureusement cette structure semi-régulière est gênée par une autre structure aléatoire qui est due aux existences des réflecteurs (diffuseurs) de petites tailles [15]. Cette dernière structure engendre ce qu'on appelle le phénomène de speckle.

Le modèle des tissus cité au-dessus a été constitué par certains auteurs [16-17, 20-27], il consiste à supposer que le tissu soit vu comme deux structures, l'une est semi-régulière (qui transporte l'information sur l'état du tissu), et l'autre aléatoire (c'est la présence physique de speckle). Ce modèle est gouverné par les lois de probabilité afin d'englober un certain nombre du tissu et de s'approcher aussi bien de la réalité.

Le modèle mathématique $g(t)$ représentant la structure des tissus et donné comme suit:

$$g(t) = \sum_{i=1}^L a_i \delta(t - \tau_{1i}) + \sum_{i=1}^M b_i \delta(t - \tau_{2i}) \quad (I.2)$$

Dans cette équation, la première somme représente la structure semi-régulière avec a_i étant l'amplitude de la $i^{\text{ème}}$ onde réfléchie par un réflecteur localisé à une distance temporelle égale à τ_{1i} , et L étant le nombre des réflecteurs. La deuxième somme représente la structure aléatoire, avec b_i étant l'amplitude de l'onde réfléchie par un réflecteur localisé à une distance temporelle égale à τ_{2i} , et M le nombre de diffuseurs.

$\delta(\cdot)$ est la fonction de Dirac définie comme suit :

$$\delta(t) = \begin{cases} \frac{1}{\varepsilon} & \text{si } |t| < \frac{\varepsilon}{2} \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases} \quad (I.3)$$

Certaines suppositions ont été faites sur le modèle donné par équation (1.2) comme suit:

- 1) Les amplitudes a_i et b_i sont des variables aléatoires uniformément distribuées dans les intervalles $[0, 1]$.
- 2) Le temps séparant deux réflecteurs de la structure semi-régulière $\Delta\tau_{1i} = \tau_{1i} - \tau_{1i-1}$ suit une distribution Gaussienne (équation 1.4) de moyenne μ et de variance σ .

$$P(\Delta\tau_{1i}) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{(\Delta\tau_{1i} - \mu)^2}{2\sigma^2}\right) \quad (I.4)$$

3) Le temps séparant deux diffuseurs de la structure aléatoire $\Delta\tau_{2i} = \tau_{2i} - \tau_{2i-1}$ suit une distribution de Rayleigh donnée comme suit:

$$P(\Delta\tau_{2i}) = \frac{\Delta\tau_{2i}}{m^2} \exp\left(-\frac{1}{2} \frac{\Delta\tau_{2i}^2}{m^2}\right) u(t) \quad (I.5)$$

avec $u(t)$ est l'échelon unité, la moyenne et la variance sont données respectivement par:

$$\mu^2 = \frac{\pi}{2} m^2 \quad \text{et} \quad \sigma^2 = m^2 \left(2 - \frac{\pi}{2}\right), m \text{ étant une constante.}$$

La figure I.10 représente des différentes structures de simulation, à savoir: semi-régulière, aléatoire et composite d'une structure semi-régulière et l'autre irrégulière.

Se basant sur l'équation (I.2), nous citons deux problèmes majeurs sur lesquels nous voulons travailler dans la suite de ce mémoire :

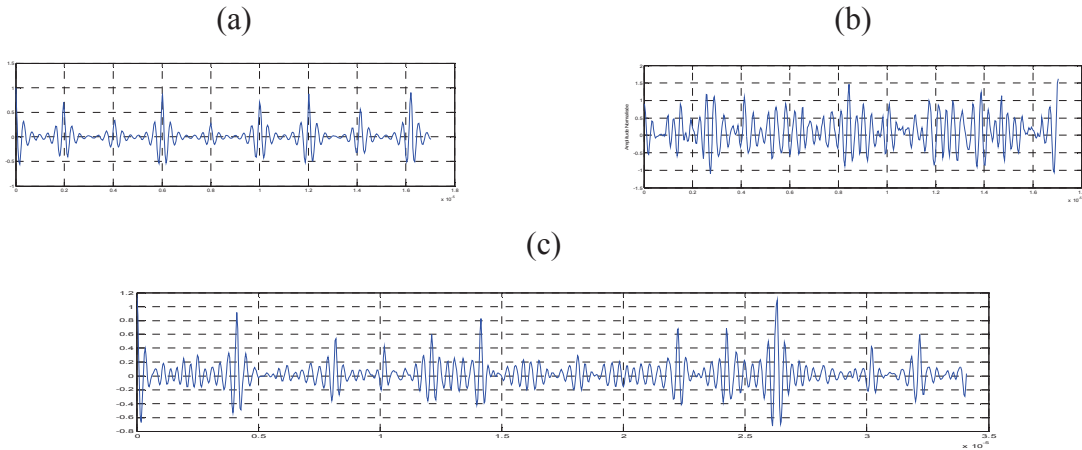


Fig.I.10 Milieu sous différentes structures: (a) structure semi-régulière; (b) structure aléatoire; (c) structure composite.

1) Le degré de régularité de la structure semi-régulière, mesuré par la variance σ de l'intervalle temporel, séparant deux réflecteurs. Comme nous allons voir que la régularité de la structure influe sur l'efficacité des méthodes étudiée.

Ainsi, pour que la structure soit semi-régulière, la variance σ doit être très petite par rapport à la moyenne μ (l'espacement moyen).

2) le deuxième facteur est la puissance du signal rétro-diffusé de la structure aléatoire, pour cela, Nous définissons ici, le rapport du milieu SNR_s (rapport propre à la structure composite) comme suit:

$$SNR_s = \frac{VAR(SR)}{VAR(SI)} \quad (I.6)$$

Avec, $\text{VAR}(\text{SR})$ étant la variance de la structure régulière, et $\text{VAR}(\text{SI})$ étant la variance de la structure irrégulière. Ce rapport mesure le degré de brouillage de la structure semi-régulière, et il est propre au milieu (d'où l'indice s).

Ces deux facteurs (degré de régularité et la puissance des speckles) cités au-dessus jouent un rôle crucial, car la variation de σ nous permet d'englober des différents modèles réels, tandis que la variation de SNR_s donne une idée sur la qualité du signal échographique.

Après la modélisation de l'onde rayonnée par le transducteur et les milieux biologiques, nous pouvons maintenant passer au modèle du signal échographique d'un milieu quelconque.

I.4 Modélisation de la réponse échographique des tissus biologiques

Le signal échographique est supposé dépendre de l'excitation électrique $e(t)$ d'un ensemble de fonctions de transfert de la forme du transducteur et du milieu de propagation (célérité du son, atténuation, MSS, distribution des éléments diffuseurs). Le but de l'échographie quantitative est de tenter de mesurer ces paramètres. Pour comprendre l'interaction de ces phénomènes il est nécessaire de modéliser la réponse impulsionnelle, dans le cas d'un diffuseur unique placé dans un milieu atténuant.

I.4.1 Cas d'un diffuseur

Soit $e(t)$ l'excitation électrique appliquée au transducteur et $r(M_i, t)$ sa réponse électrique mesurée à la sortie, et induite par un diffuseur i placé en un point M_i de l'espace. Le signal acoustique rétrodiffusé $r(t)$ par une structure sous test subit des dégradations au cours de sa propagation et comporte des informations exploitables après traitement. La forme de ce signal a été modélisée en approximant le système de propagation étudié à un système linéaire en tenant compte de l'atténuation, de la diffraction, de la diffusion, de l'impulsion électrique excitant le transducteur et de la réponse de ce dernier [18].

$$r(t) = e(t) \otimes h(t) \otimes d(\vec{v}_i, t) \otimes a(\vec{v}_i, t) \otimes \psi(\vec{v}_i, t) \quad (\text{I.7})$$

Où le symbole $\otimes$ désigne l'opérateur de convolution et :

1. $e(t)$: représente la forme d'onde de l'impulsion appliquée aux bornes électriques du transducteur.
2. $h(t)$: est la réponse électroacoustique du transducteur.
3. $d(\vec{v}_i, t)$: est la réponse impulsionnelle de diffraction.
4. $a(\vec{v}_i, t)$: est la fonction d'atténuation.
5. $\psi(\vec{v}_i, t)$: est la réponse impulsionnelle de diffusion.

I.4.2 Cas de n diffuseurs

En réalité, le tissu hépatique est constitué de n diffuseurs. Comme nous sommes dans le cas linéaire et si l'hypothèse de Born est vérifiée (diffusion simple), le signal échographique dans le domaine temporel $r(t)$ est égal à la somme de chacune des contributions des n diffuseurs, alors:

$$r(t) = \sum_i e(t) \otimes h(t) \otimes d(\vec{v}_i, t) \otimes a(\vec{v}_i, t) \otimes \psi(\vec{v}_i, t) \quad (I.8)$$

La sommation porte sur tous les diffuseurs discrets dont les positions par rapport à la position du transducteur sont données par les vecteurs $\vec{v}_i$. Le modèle décrit par l'équation (1.7) n'est valable que suffisamment loin du transducteur car dans la zone proche, les phénomènes de diffraction, de diffusion et d'atténuation sont difficilement dissociables [19]. Dans le souci de simplification, nous considérons les milieux biologiques comme des systèmes linéaires, nous pouvons représenter l'interaction entre l'onde émise par le transducteur piézo-électrique et le milieu comme une opération de convolution, le signal échographique noté $r(t)$ est donnée comme suit:

$$r(t) = g(t) \otimes h(t) + b(t) \quad (I.9)$$

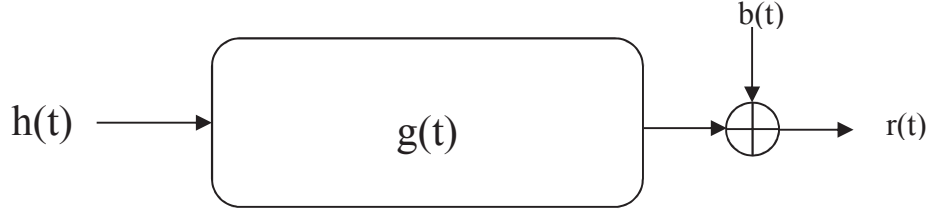


Fig. I.11 Modèle théorique du signal rétro-diffusé $r(t)$

$g(t)$: fonction caractéristique du milieu tenant compte des différents phénomènes d'interactions.

$h(t)$: réponses impulsionnelles d'émission et celle de réception du transducteur respectivement.

$b(t)$: bruit aditif.

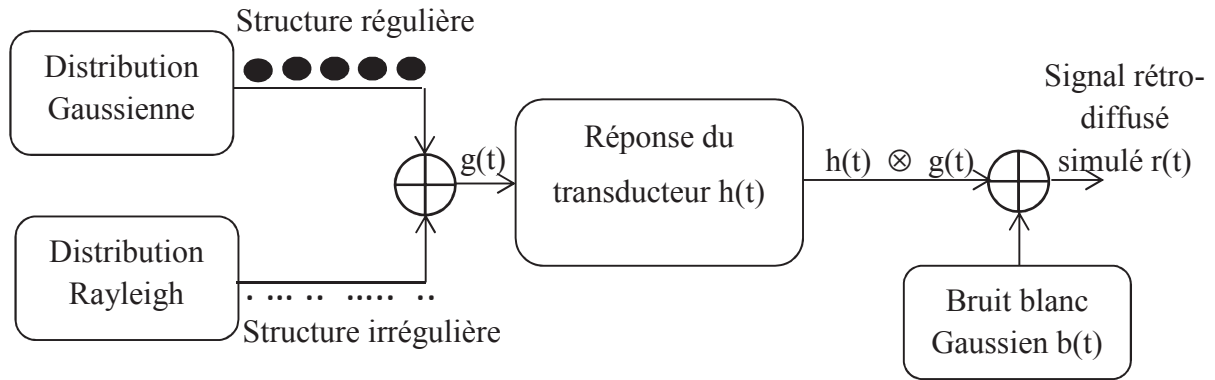


Fig.I.12 Le modèle de simulation du signal rétro-diffusé

Dans ce qui suit nous montrons les résultats de simulations de ce modèle.

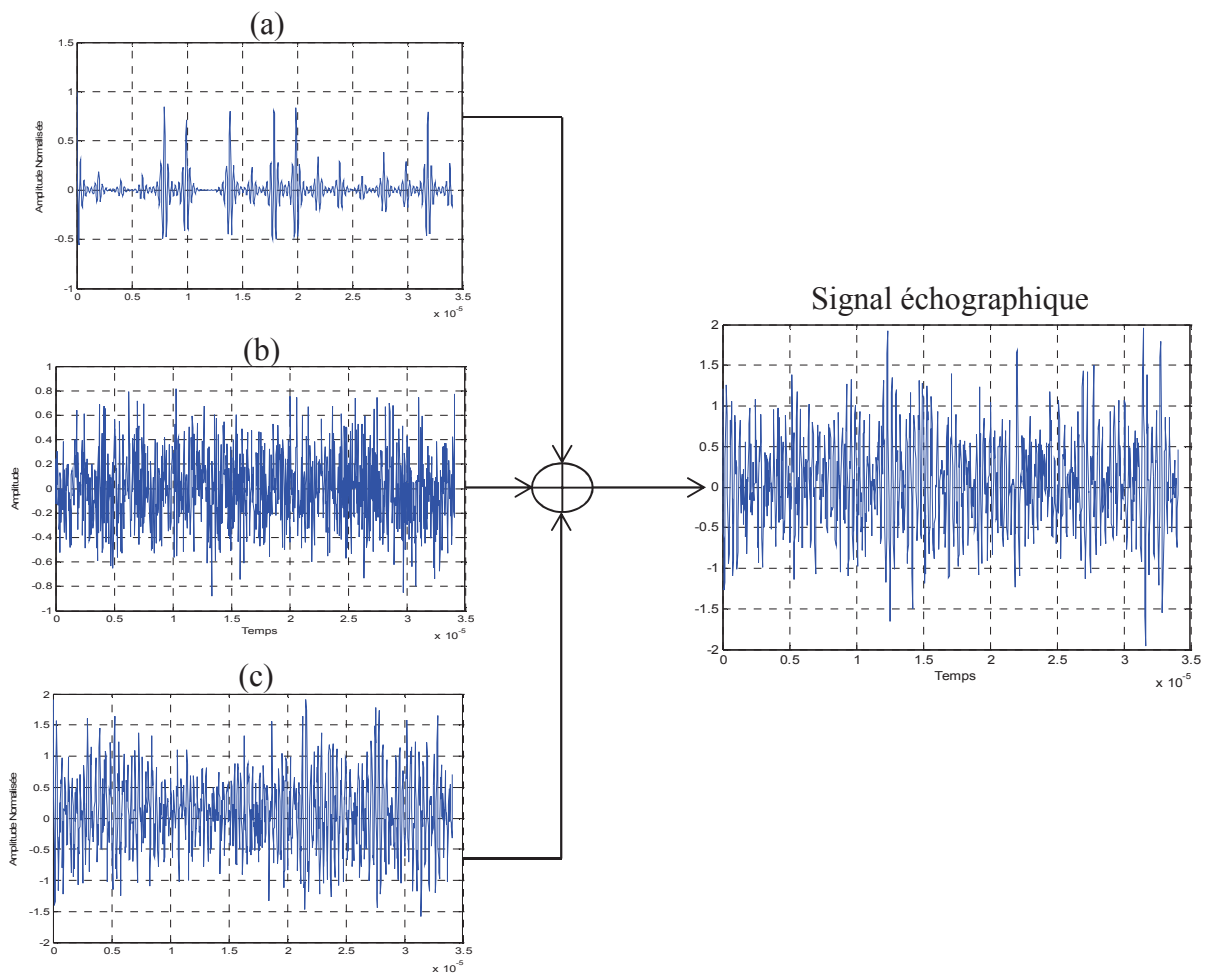


Fig.I.13 Formation d'un signal échographique simulé à partir de trois signaux : (a) Signal échographique d'une structure régulière ; (b) Signal échographique d'une structure irrégulière (SNR = -10 dB) ; (c) bruit de mesure (SNR = 30 dB).

La figure Fig.I.13 montre la formation d'un signal échographique. Ce signal est la somme de trois signaux : le signal rétro-diffusé de la structure régulière, le signal rétro-diffusé de la structure irrégulière, et le bruit de mesure. Comme nous constatons que le signal

échographique ne reflète la périodicité de la structure semi-régularité donné par la figure I.13a.

Après avoir acquis les différents concepts de formation d'un signal échographique d'un milieu biologique nous passerons maintenant à la technique de formation d'une image échographique.

I.5 Formation d'une image d'échographie d'un tissu biologique (Du signal à l'image échographique)

Une fois que le signal est compensé à la réception dans la sonde d'échographie, il est transmis vers le bloc de traitement de signal. L'image ultrasonore est reconstituée à partir d'un ensemble des lignes échographiques recueillies par le transducteur et transmises à l'appareil, cet ensemble sera traité par un logiciel, quatre opérations essentielles sont réalisées:

1. Filtrer les signaux recueillis (réduction du bruit).
2. Détection de l'enveloppe des signaux (pour enlever l'oscillation de l'amplitude).
3. Correction d'atténuation (intensité du signal proportionnelle à la distance de l'objet) le faible signal causé par la dispersion acoustique. Cela permet de différencier les tissus selon le signal.
4. Compression logarithmique (pour visualiser de dispersion qu'ils génèrent).

Ce traitement du signal est résumé sur un schéma (Fig.1.14), et repose sur un certain nombre d'hypothèse :

- La direction du faisceau ultrasonore est unique
- Une seule réflexion a eu lieu.
- La distance entre la sonde et l'endroit où s'est produit la réflexion (l'écho) est calculé par le « **temps de vol** », en utilisant la vitesse de propagation moyenne des ultrasons dans les tissus mous 1540 m/s [28].

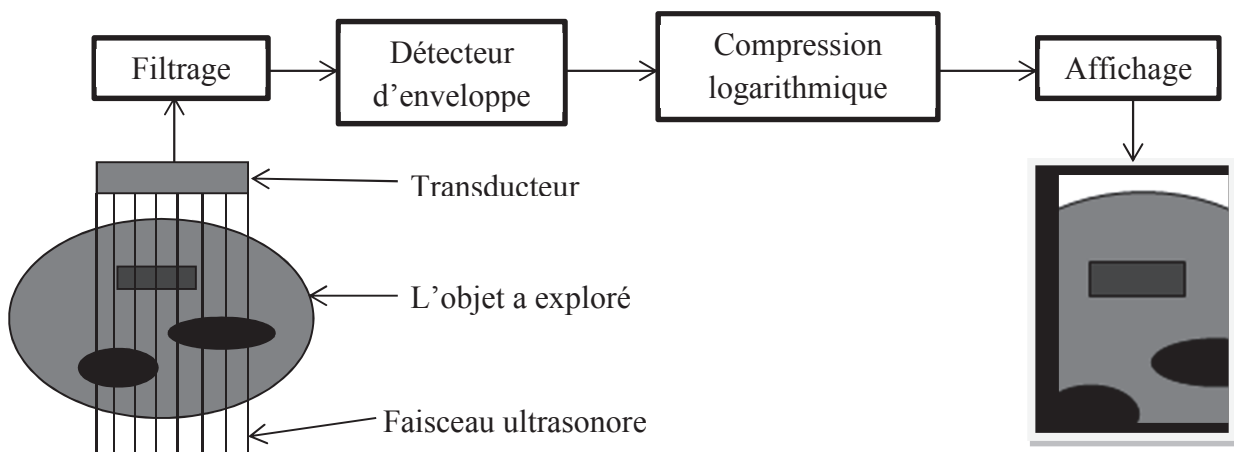


Fig.I.14 Formation d'une image échographique

I.6 Conclusion

Dans ce chapitre nous avons introduit les différents concepts de base dans la théorie des ondes ultrasonores (longitudinales) appliquées au domaine biomédical, ainsi que la formation d'un signal échographique rétrodiffusé en donnant un modèle mathématique des tissus biologiques, la formation de l'image échographique, et nous passons maintenant à la position du problème ; le seul moyen de diagnostic utilisé dans le domaine biomédical utilisant les ultrasons est l'image. Or celle-ci n'exploite qu'une partie de l'information contenant dans le signal, notamment l'enveloppe du signal échographique. Cependant, cette image échographique n'est pas suffisante, car elle est dégradée par certains facteurs comme le transducteur (problème de la résolution axial et spatial) et le phénomène de speckle.

Le phénomène de speckle gêne les radiologistes lors leur interprétation afin de pouvoir juger l'état du tissu de malade. Actuellement, et dans le but d'une caractérisation des tissus, les équipes de recherches focalisent de plus en plus, d'abord leur intérêt à extraire des paramètres physiques des signaux échographiques brute, puis les corrélent aux pathologies, parmi ces caractéristiques physiques il y en a l'espacement moyen entre diffuseurs (**MSS**). Ce paramètre est défini par la distance moyenne entre les réflecteurs de la structure semi-régulière du tissu. Fellingham et Sommer l'utilisaient pour différencier entre un tissu normal ($MSS=1.07\text{mm}$, $\text{variance}=0.16\text{mm}$, pour quatorze sujets) et celui anormal ($MSS=1.48\text{mm}$, $\text{variance}=0.24\text{mm}$, pour quinze patients (la maladie est Cirrhotique)) [16].

Plusieurs techniques et algorithmes ont été appliqués afin d'extraire ce paramètre se basant sur le module du signal échographique. Ces techniques sont soit classique (non-paramétrique) comme l'autocorrélation temporelle, fréquentielle et le Cepstre, soit paramétriques utilisant un modèle Autorégressif, soit une combinaison entre les deux afin de compenser les enjeux. Une méthode récemment utilisé afin d'extraire le MSS, est la transformée en ondelette. L'enjeu de ces travaux est réside dans l'existence d'une comparaison entre ces méthodes avec le même modèle. Dans la suite de ce mémoire, nous allons entamer l'étude des diverses méthodes pour l'estimation du MSS.

Chapitre II

Méthodes de traitement du signal rétrodiffusé

Chapitre II

Méthodes de traitement du signal rétrodiffusé

L'espacement moyen entre les réflecteurs a été identifié comme étant un paramètre important pour caractériser les tissus qui présentent une texture sous forme de treillis semi-réguliers de diffuseurs. Plusieurs auteurs ont proposé et utilisé des méthodes différentes du traitement du signal afin de déterminer la densité des diffuseurs et leurs espacements moyens. Ce sont ces différentes méthodes que nous voulons décrire en détail dans ce chapitre.

II.1 Autocorrélation temporelle

La fonction autocorrélation temporelle appliquée à un signal échographique peut nous informer sur ses périodicités cachées. En supposant que le signal rétrodiffusé est représenté par une suite d'impulsions de Dirac irrégulièrement espacés, nous pouvons alors l'exprimer de la façon suivante.

$$r(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} a_n \delta(t - nT_e) \quad (\text{II.1})$$

Avec :

- n : nombre entier positif
- a_n : amplitude du n 'ième réflecteur égale soit « 0 » soit « 1 ».
- T_e : période d'échantonnage.

L'autocorrélation du signal rétrodiffusé donné par l'équation II.1 s'écrit comme suit :

$$R_{rr}(t) = E[r(t)r^*(t - \tau)] \quad (\text{II.2})$$

Soit :

$$R_{rr}(t) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T \sum_k \sum_n a_n a_k \delta(t - nT_e) \delta(t - \tau - kT_e) dt \quad (\text{II.3})$$

or, le produit $\{\delta(t - nT_e) * \delta(t - \tau - kT_e)\}$ n'est différent de zéro que si $nT_e = \tau - kT_e$ ainsi nous pouvons écrire :

$$r(t)r(t - \tau) = \sum_k \sum_n a_n a_k \delta(t - nT_e) \quad (\text{II.4})$$

En posant $\tau = \alpha T_e$ avec α un entier, l'équation précédente devient ;

$$r(t)r(t - \alpha T_e) = \sum_{\alpha} a_n a_{n-\alpha} \delta(t - nT_e) \quad (\text{II.5})$$

Cette relation représente une suite de Dirac de poids $a_n a_{n-\alpha}$ aux instants $t = nT_e$ et l'expression de l'autocorrélation devient :

$$E[r(t)r(t - \alpha T_e)] = \sum_{\alpha} E[a_n a_{n-\alpha}] \delta(t - nT_e) \quad (\text{II.6})$$

a_n et $a_{n-\alpha}$ ne pouvant prendre que les valeurs 0 ou 1, il est de même pour le produit $a_n a_{n-k}$:

$$E[a_n a_{n-\alpha}] = \text{Prob}(a_n = 1 \quad a_{n-\alpha} = 1) \quad (\text{II.7})$$

Donc pour $\alpha = 0$ nous aurons :

$$E[a_n a_{n-\alpha}] = \text{prob}(a_n = 1) \quad (\text{II.8})$$

Cette dernière relation n'est autre que $R_{rr}(0)$. Si nous admettons qu'il y a autant de 0 que de 1 alors le signal prend soit la valeur nulle soit la valeur unité :

$$R_{rr}(0) = \frac{1}{2} \quad (\text{II.9})$$

Ensuite si nous supposons que a_n et $a_{n-\alpha}$ sont indépendants et équiprobables alors :

$$R_{rr}(\alpha T_e) = \frac{1}{4} \quad (\text{II.10})$$

Finalement pour toute valeur entière de α et τ nous pouvons écrire la fonction d'autocorrélation $R_{rr}(\tau)$ comme suit :

$$R_{rr}(\tau) = \frac{1}{2} \delta(\tau) + \frac{1}{4} \sum_{\alpha=1}^{+\infty} \delta(|\tau| - \alpha T_e) \quad (\text{II.11})$$

La fonction d'autocorrélation temporelle est alors périodique et de même période que le signal rétrodiffusé.

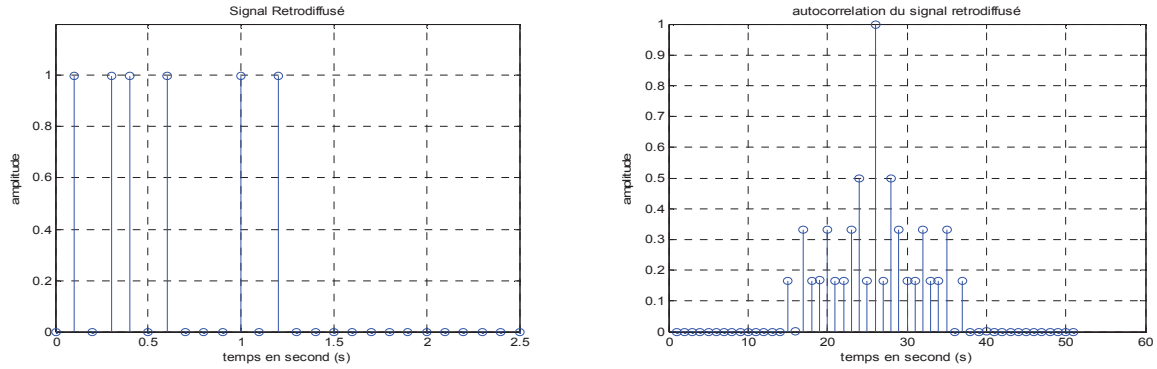


Fig.II.1 Signal rétrodiffusé (6 réflecteurs) et son Autocorrélation temporelle à gauche.

La figure ci-dessous représente l'autocorrélation d'un signal rétrodiffusé dans le cas de deux réflecteurs régulièrement espacés de $1,2 \mu\text{s}$:

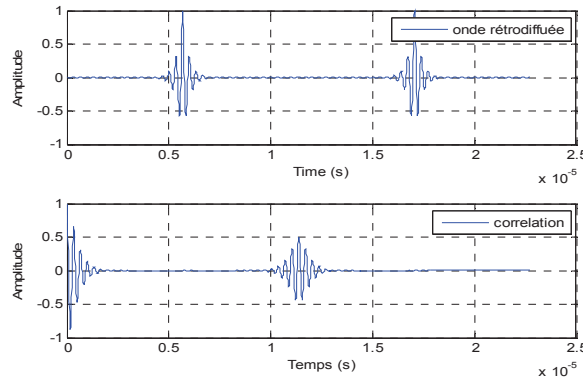


Fig.II.2 Autocorrélation temporelle du signal rétrodiffusé (2 diffuseurs).

Nous constatons que la forme temporelle de la fonction d'autocorrélation du signal rétrodiffusé est semblable à la forme de ce dernier. Nous pouvons aisément montrer que l'autocorrélation d'un signal sinusoïdal a une variation sinusoïdale et que l'autocorrélation d'un signal additionné à un bruit blanc de variance σ_b^2 est une fonction Delta multiplié par cette variance.

La figure II.3 montre le signal rétrodiffusé attaqué par un bruit gaussien de moyenne nulle, avec un rapport signal sur bruit égale -20 dB et sa fonction d'autocorrélation :

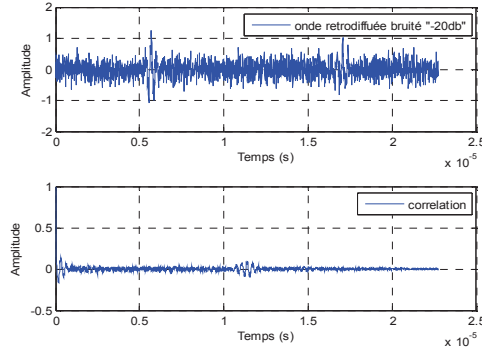


Fig.II.3 Autocorrélation temporelle du signal rétrodiffusé bruité.

L'inconvénient majeur de la méthode d'autocorrélation temporelle réside dans la difficulté de séparer des ondes réfléchies qui se chevauchent. L'application de la fonction d'autocorrélation fréquentielle pallie cet inconvénient.

II.2 Autocorrélation fréquentielle

Fellingham et Sommer [16] ont utilisé l'approche de l'autocorrélation fréquentielle pour diagnostiquer la cirrhose du foie. Pour cela ils ont considéré que le foie est sain si (MSS=1.07mm, variance=0.16mm, pour 14 patients) autrement le foie est atteint de cirrhose si (MSS=1.48mm, variance=0.24mm, pour 15 patients).

Notre propos dans ce qui suit est de donner une formule mathématique de l'autocorrélation du signal échographique sans tenir compte du bruit de mesure ni de la bande passante du transducteur.

Pour calculer l'autocorrélation fréquentielle, sous les suppositions de l'ergodicité et de la stationnarité au sens large du signal échographique, nous passons par le calcul du spectre de la fonction de structure $g(t)$ comme suit :

$$G(f) = \sum_{i=1}^L a_i \exp(j\omega\tau_{1i}) + \sum_{i=1}^M b_i \exp(j\omega\tau_{2i}) \quad (\text{II.12})$$

Avec, $\omega = 2\pi f$ la pulsation, L étant nombre de réflecteurs de la structure régulière et M étant le nombre de diffuseurs de la structure irrégulière.

L'équation (II.12) est donnée par la somme de deux termes, le premier représente la transformée de Fourier du signal échographique de la structure semi-régulière dans le cas où la réponse du transducteur est idéale (la bande passante du transducteur est très large).

Le deuxième terme représente le signal échographique revenant de la structure irrégulière dans le même cas (la réponse du transducteur est idéale).

L'autocorrélation fréquentielle de la fonction de structure $g(t)$ sera donc :

$$R_{GG}(f) = E[G(f_1)G^*(f_2)] \quad (\text{II.13})$$

Avec, $E[.]$ représente l'espérance mathématique. En substituant l'équation (I.12) dans (II.13) nous obtenons:

$$R_{GG}(f_1, f_2) = E \left\{ \left[\sum_{i=1}^L a_i \exp(j\omega_1 \tau_{1i}) + \sum_{i=-\infty}^M b_i \exp(j\omega_1 \tau_{2i}) \right] \right. \\ \left. \times \left[\sum_{k=1}^L a_k \exp(-j\omega_2 \tau_{1k}) + \sum_{k=-\infty}^M b_k \exp(-j\omega_2 \tau_{2k}) \right] \right\} \quad (\text{II.14})$$

Nous développons l'équation (II.14), nous obtenons :

$$R_{GG}(f_1, f_2) = E \left[\sum_{i=1}^L \sum_{k=1}^L a_i a_k \exp(j(\omega_1 \tau_{1i} - \omega_2 \tau_{1k})) \right. \\ + \sum_{i=1}^M \sum_{k=1}^M b_i b_k \exp(j(\omega_1 \tau_{2i} - \omega_2 \tau_{2k})) \\ + \sum_{i=1}^L \sum_{k=1}^L a_i b_k \exp(j(\omega_1 \tau_{1i} - \omega_2 \tau_{2k})) \\ \left. + \sum_{i=1}^M \sum_{k=1}^M b_i a_k \exp(j(\omega_1 \tau_{2i} - \omega_2 \tau_{1k})) \right] \quad (\text{II.15})$$

Dans le cas où la structure semi-régulière devient régulière (cas extrême) la variable aléatoire τ_{1i} sera remplacée par $i\tau$, avec τ le temps séparant réflecteurs adjacents. Ainsi sous l'hypothèse de la non-corrélation entre les réflecteurs de la structure semi-régulière et celle irrégulière l'équation (II.15) peut être s'exprimée par :

$$R_{GG}(f_1, f_2) = E \left[\sum_{i=1}^L \sum_{k=1}^L a_i a_k \exp(j2\pi\tau(f_1 i - f_2 k)) \right. \\ \left. + \sum_{i=1}^M \sum_{k=1}^M b_i b_k \exp(j2\pi(f_1 \tau_{2i} - f_2 \tau_{2k})) \right] \quad (\text{II.16})$$

Nous remarquons que l'autocorrélation donnée par l'équation (II.16) dépend de deux termes : le premier correspond à l'information de la structure régulière qui est l'objet de notre attention. Elle est polluée par le deuxième terme qui est le bruit dû aux speckles.

Notre souci ici est de simplifier l'autocorrélation fréquentielle afin de donner une formule facilement interprétable. Donc, pour diminuer l'influence de deuxième terme de l'équation (II.16) nous supposons que b_i et b_k sont des variables aléatoires indépendantes de leurs positions temporelles τ_{2i} et τ_{2k} respectivement. L'équation (II. 16) devient :

$$R_{GG}(f_1, f_2) = E \left\{ \left[\sum_{i=1}^L \sum_{k=1}^L a_i a_k \exp(j2\pi\tau(f_1 i - f_2 k)) \right] \right. \\ \left. + \left[\sum_{i=1}^M \sum_{i=1}^M E[b_i b_k] \delta(f_1 - f_2) \right] \right\} \quad (\text{II.17})$$

Se basant sur cette dernière équation nous constatons que le deuxième terme est dû à l'effet des speckles. Ce terme se réduit à l'origine de l'axe des fréquences. Ainsi, le premier terme représente l'autocorrélation du signal échographique revenant de la structure régulière (cas extrême). Lorsque $if_1 - kf_2$ est égal à un entier multiple de $1/\tau$ (l'inverse de l'espacement moyen temporel), alors il y aura apparition de pics dans l'autocorrélation fréquentielle. Cependant, d'une manière générale la structure est semi-régulière et donc les maxima ont une forme pics mais de forme arrondie. Le deuxième problème après le problème de speckles, c'est la bande passante du transducteur. Ce problème est classique par ce que il gêne même le spectre, c'est un problème qu'on ne peut pas éviter (on peut diminuer leur effet mais on ne peut pas l'éliminer). L'effet de ce dernier est de biaiser le spectre du signal rétro-diffusé. Par conséquent, l'autocorrélation fréquentielle sera biaisée. Donc, l'information utile sera présente dans une bande étroite, par conséquent, l'erreur sur la détermination augmente.

En conclusions, dans le cas idéal, la méthode l'autocorrélation ACF donne l'espacement moyen **MSS** grâce à l'intervalle entre ces pics d'amplitude. Le fait que la structure est semi-régulière entraîne un arrondissement des pics et donc une diminution dans la précision. Enfin, l'effet du transducteur joue un rôle de fenêtrage fréquentielle d'où une imprécision élevée.

L'autocorrélation de la transformée de Fourier du signal rétrodiffusé permet de localiser des périodicités des pics dans le domaine des fréquences malgré le chevauchement des ondes réfléchies par les diffuseurs.

II.3 Méthode Cepstrale

La densité spectrale du signal échographique résultant d'une structure semi-régulière présente des pics, l'espacement moyen de pics représente l'inverse de l'espacement moyen EM de la structure semi-régulière dans le domaine temporelle. Ainsi la qualité de l'estimation de **MSS** dépend du nombre de pics détectés. Un signal échographique subit une dégradation spectrale due principalement à la bande passante de la chaîne de mesure (transducteur). Cette dégradation se traduit par un effet multiplicatif entre la réponse impulsionnelle du transducteur et la réponse de cette structure.

La technique Cepstrale ou Homomorphique [29] nous permet de transformer cet effet multiplicatif (évoqué précédemment) en un effet additif (à l'aide de logarithme du spectre),

cette technique a été utilisée dans plusieurs domaines (parole [30], sismique [31], etc.) notamment celui du biomédical [32-33], R. Kuc [34] et al. ont montré (la théorie et la simulation) que le Cepstre du signal rétro-diffusé peut donner une information sur l'espacement moyen d'une structure, la présence d'un pic dans le domaine Cepstrale indiquant l'espacement moyen de cette structure. Ceci dans le cas où l'espacement entre deux réflecteurs adjacents suit une distribution gaussienne.

Kuc et al. ont pris en considération seulement la structure semi-régulière (dont la distribution est uniforme, gaussienne ou exponentielle) mettant en relief l'intérêt de la technique homomorphique dans ce cas. Ils n'ont pas pris la bande passante de la chaîne de mesure en considération.

Notre démarche dans cette section présente, tout d'abord, une étude de manière compréhensive (inspiré de l'article du R. Kuc [34]) de la formulation de Cepstre d'un signal rétro-diffusé dans le cas de deux réflecteurs et l'estimé du Cepstre estimé, puis nous donnons la formule du Cepstre et son estimé dans le cas général de N réflecteurs d'espacement régulier pris égal à τ , mais sans tenir compte de la réponse du transducteur. Puis nous essayons de voir l'effet dû à la limitation de la bande passante du transducteur sur les informations données par la technique cepstrale.

II.3.1 Cas de deux réflecteurs

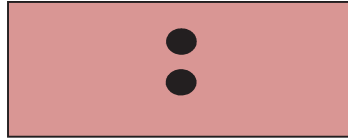


Fig.II.4 Représentation d'une distribution régulière : cas de 2 réflecteurs.

Le signal rétro-diffusé $r(t)$ idéal (non-bruité, la réponse du transducteur piézoélectrique est une impulsion du Dirac) du milieu contenant les deux réflecteurs (FigII.4), représenté par la figure ci-dessus est modélisé comme suit :

$$r(t) = a_1 \delta(t - \tau_{11}) + a_2 \delta(t - \tau_{12}) \quad (\text{II.18})$$

Avec :

- τ_{11} et τ_{12} sont respectivement le temps d'arrivée du premier et du second écho.
- a_1 et a_2 sont respectivement l'amplitude du premier et du second écho.
- $\delta(.)$ la fonction de Dirac

La réponse $r(t)$ est représentée par la figure ci-dessous :

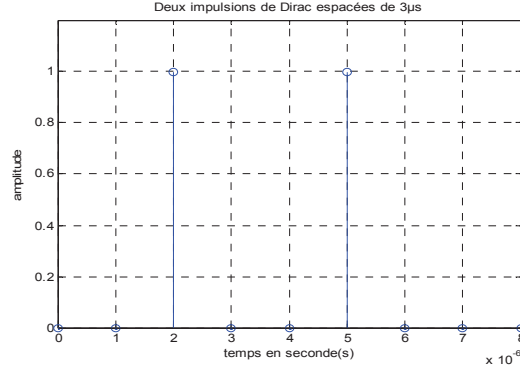


Fig.II.5 Représentation de la réponse impulsionnelle dans le cas de deux réflecteurs.

Le spectre du signal $r(t)$ est :

$$R(\omega) = (a_1 + a_2 \exp(-j\omega\tau)) \exp(-j\omega\tau_{11}) \quad (\text{II.19})$$

avec : $\tau = \tau_{11} - \tau_{22}$. Ce paramètre représente l'information qu'on veut extraire utilisant la technique Homomorphique. Pour cela nous allons calculer d'abord la DSP du signal rétrodiffusé de deux réflecteurs, puis calculons le Cepstre après la transformé de Fourier inverse de logarithme de DSP.

La densité spectrale de puissance $S(\omega)$ est :

$$S_{rr}(\omega) = R(\omega)R^*(\omega) = a_1^2 + a_2^2 + 2a_1a_2\cos(\omega\tau) \quad (\text{II.20})$$

$$S_{rr}(\omega) = a(1 + b \cos(\omega\tau)) \quad (\text{II.21})$$

Avec
$$a = a_1^2 + a_2^2 \quad (\text{II.22})$$

Et
$$b = \frac{2a_1a_2}{a_1^2 + a_2^2} \quad (\text{II.23})$$

Le cepstre de puissance du signal est défini par la relation suivante :

$$C_r(t) = TF^{-1}\{\log S(\omega)\} \quad (\text{II.24})$$

$$\log S(\omega) = \log(a) + \log(1 + b \cos(\omega\tau)) \quad (\text{II.25})$$

En développant en série de Taylor, le deuxième terme dans l'équation (II.25), puis nous le substituons dans l'équation (II.24), l'équation du cepstre de puissance devient :

$$C_r(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \left[T1 + \sum_{n=1}^{\infty} v_n \cos(n\omega\tau) \right] \exp(j\omega t) d\omega \quad (\text{II.26})$$

Ou T1 est une constante.

$$C_r(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} T1 \exp(j\omega t) d\omega + \frac{1}{2\pi} \sum_{n=1}^{\infty} v_n \int_{-\infty}^{\infty} \cos(n\omega\tau) \exp(j\omega t) d\omega \quad (\text{II.27})$$

$$C_r(t) = T1\delta(t) + \sum_{n=1}^{\infty} v_n [\delta(t - n\tau) + \delta(t + n\tau)] \quad (\text{II.28})$$

Finalement l'expression du Cepstre peut se mettre sous la forme suivante :

$$C_r(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} v_n \delta(t - n\tau) \quad (\text{II.29})$$

Avec $v_0 = 1$.

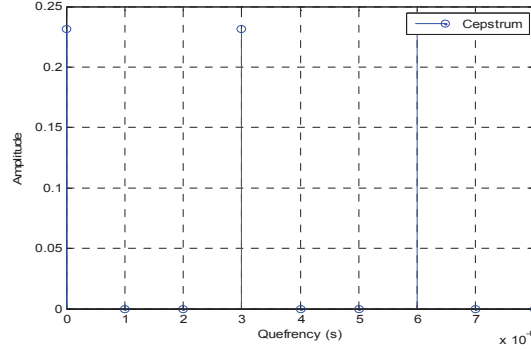


Fig.II.6 Cepstre du signal échographique $r(t)$.

La figure ci-dessus montre que le Cepstre (partie réelle, la partie imaginaire est presque nulle) est formée d'une impulsion de Dirac située à $3 \mu\text{s}$ correspondant à la valeur de l'intervalle de temps τ séparant les deux réflecteurs (l'information qu'on cherche) et de ses harmoniques localisées à des intervalles de temps r , par conséquent, l'espacement spatial e (correspond aussi à l'espacement moyen **EM**) entre les deux réflecteurs est déduit de la façon suivante:

$$e = \tau \frac{c}{2} \quad (\text{II.30})$$

Pour voir la robustesse de cette technique, nous allons effectuer une simulation d'un signal rétro-diffusé réel (mis en jeu la réponse impulsionnelle et le bruit de mesure) en variant le rapport SNR.

La figure suivante montre le signal rétro-diffusé de deux réflecteurs séparés par un espacement temporel correspond à une distance inférieure à la résolution axiale de transducteur. Nous constatons que le Cepstre donne une suite de pics dont l'intervalle est dans le cas réel de deux réflecteurs.

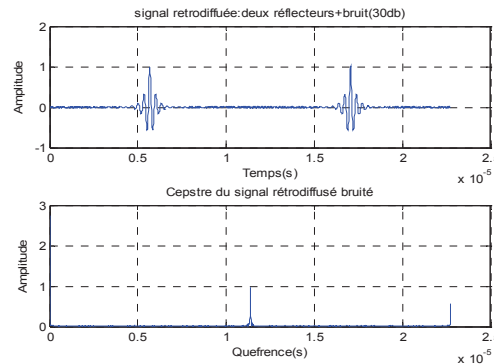


Fig.II.7 Signal rétro-diffusé et son Cepstre : le retard entre les deux réflecteurs est $1.2 \mu\text{s}$

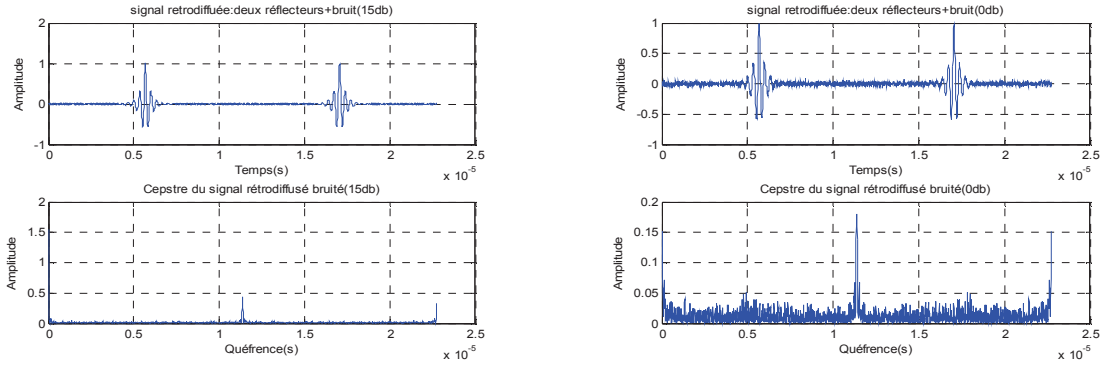


Fig.II.8 Cepstre du signal rétro-diffusé de deux réflecteurs chevauchés pour SNR=0 et 15 dB.

Pour voir l'effet du bruit sur les résultats donnés par cette technique nous allons varier le SNR. La figure Fig.II.8 montre le Cepstre du même signal (Fig.II.7) pour SNR=15 et 0 dB. Nous constatons que cette méthode est sensible au bruit. Pour le cas général d'un signal échographique, l'estimation du Cepstre du signal rétro-diffusé dans le cas de deux réflecteurs de positions et d'amplitudes aléatoires est nécessaire pour la détermination de MSS.

II.3.2 Estimation du Cepstre

Les valeurs des amplitudes a_1 et a_2 des échos sont aléatoirement distribuées, dans ce cas l'estimation du Cepstre est nécessaire. Pour ce faire nous faisons appel aux notions générales de densité de probabilité P et de l'espérance mathématique $E[.]$ et nous supposons que :

- Les amplitudes a_1 et a_2 suivent une distribution gaussienne de densité de probabilité P_a , une moyenne nulle $E[a] = 0$ et une variance unité $\sigma = 1$.

$$P_a = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{a^2}{2}\right) \quad (\text{II.31})$$

- La variable aléatoire v a une densité de probabilité P_v dépendante des amplitudes a_1 et a_2 .
- L'intervalle τ est une variable aléatoire de densité de probabilité P_τ .
- L'intervalle τ et les amplitudes a_i sont indépendants.

L'espérance mathématique $E[C_r(t)]$ du Cepstre est :

$$E[C_r(t)] = \int_{\tau=-\infty}^{\infty} \left(\int_{v=0}^{\infty} C_r(t) P_v(v) dv \right) P_\tau(\tau) d\tau \quad (\text{II.32})$$

$$\int_{b=0}^{\infty} C_r(t) P_v(v) dv = \int_{v=0}^{\infty} \left(\sum_{n=-\infty}^{\infty} v_n \delta(t - n\tau) \right) P_v(v) dv \quad (\text{II.33})$$

$$= \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(t - n\tau) \int_{v=-\infty}^{\infty} v_n P_v(v) dv \quad (\text{II.34})$$

Du fait que l'intégrale $\int_{b=-\infty}^{\infty} v_n P_v(v) dv$ est l'espérance mathématique $E[v_n]$ alors:

$$\int_{b=0}^{\infty} C_r(t) P_v(v) dv = \sum_{n=-\infty}^{\infty} v_n \delta(t - n\tau) E[v_n] \quad (\text{II.35})$$

$$E[v_n] = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} v_n \exp\left(-\frac{a_1^2}{2}\right) \exp\left(-\frac{a_2^2}{2}\right) da_1 da_2 \quad (\text{II.36})$$

$$E[v_{-n}] = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} v_n \exp\left(-\frac{a_1^2 + a_2^2}{2}\right) da_1 da_2 \quad (\text{II.37})$$

Où :

$$v_n = \sum_{m=n}^{\infty} \frac{(-1)^m v^m}{m 2^{m-1}} C_r\left(m, \frac{m-n}{2}\right) \quad (\text{II.38})$$

L'expression donnée par l'équation (II.37) peut être écrite de façon condensée comme suit :

$$E[v_n] = \sum_{m=n}^{\infty} A_m E[v^m] \quad (\text{II.39})$$

Où :

$$A_m = \frac{(-1)}{n 2^{m-1}} C_r(n, m - k/2) \quad (\text{II.40})$$

On faisant le changement de variable suivant :

$$R^2 = a_1^2 + a_2^2 \quad (\text{II.41})$$

Et

$$\theta = \tan^{-1} \left[\frac{a_2}{a_1} \right] \quad (\text{II.42})$$

L'espérance mathématique de v^m est comme suit :

$$E[v^m] = \frac{1}{2\pi} \int_{R=0}^{\infty} R \exp\left(-\frac{R^2}{2}\right) dR \int_{\theta=0}^{2\pi} (\sin(2\theta))^m d\theta \quad (\text{II.43})$$

$$\int_{R=0}^{\infty} R \exp\left(-\frac{R^2}{2}\right) dR = 1 \quad (\text{II.44})$$

$$E[v^m] = \frac{1}{2\pi} \int_{\theta=0}^{2\pi} (\sin(2\theta))^m d\theta \quad (\text{II.45})$$

$$E[v^m] = \frac{G(m)}{2\pi} \quad (\text{II.46})$$

Avec

$$G(m) = \int_{\theta=0}^{2\pi} (\sin(2\theta))^m d\theta \quad (\text{II.47})$$

Pour n impair

$$G(m) = 0 \quad (\text{II.48})$$

Et pour n pair

$$G(m) = \frac{m-1}{m} G(m-2) \quad (\text{II.49})$$

Les premiers termes de l'espérance mathématique sont, $E[v^4] = \frac{3}{8}$ et $E[v^6] = \frac{15}{48}$ en posant $B_n = E[v^m]$ l'équation (II.35) s'écrit de la façon suivante :

$$E[C_r] = \sum_{n=-\infty}^{\infty} B_n \int_{\tau=0}^{\infty} \delta(t - n\tau) P_{\tau}(n\tau) d\tau \quad (\text{II.50})$$

Si on considère par exemple que la variable τ a une distribution uniforme entre 0 et τ_m décrite par l'équation (II.51) ci-dessous :

$$\begin{cases} P_{\tau} = \frac{1}{\tau_m} & 0 < \tau < \tau_m \\ P_{\tau} = 0 & \text{ailleurs} \end{cases} \quad (\text{II.51})$$

L'harmonique d'ordre n du cepstre est distribuée entre $0 < t < n\tau_m$.

Pour monter l'intérêt du Cepstre nous allons voir, dans ce qui suit, un cas général où nous trouvons une structure contenant un ensemble des réflecteurs aléatoirement distribués.

II.3.3 Cas de plusieurs réflecteurs

La section qui suit traite de la détermination de l'espacement moyen entre diffuseurs dans le cas d'une distribution régulière (Fig.II.9a) et irrégulière (Fig.II.9b) des réflecteurs. Nous supposons que nous avons une seule structure.

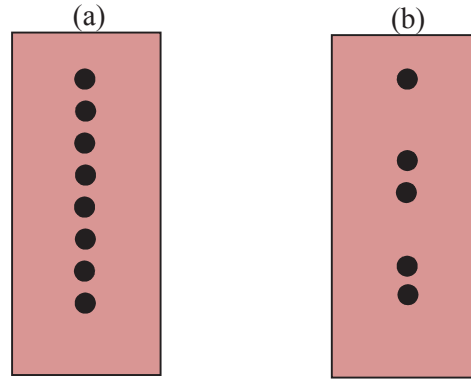


Fig.II.9 Représentation d'une distribution des réflecteurs: (a) régulière, (b) irrégulière

Le signal rétro-diffusé du milieu contenant N réflecteurs irrégulièrement espacés est écrit de la façon suivante :

$$r(t) = \sum_{i=1}^N a_i \delta(t - \tau_{1i}) \quad (\text{II.52})$$

Dans le cas d'une distribution régulière des réflecteurs, il n'aura pas un changement dans l'équation (II.52) sauf pour τ_{1i} qui sera remplacé par $i\tau$, τ est l'espacement moyen des réflecteurs de la structure régulière.

Dans la suite nous travaillerons dans le cas général où la structure des réflecteurs est irrégulière.

La figure suivante montre le signal rétro-diffusé simulé d'une structure irrégulière contenant 4 réflecteurs.

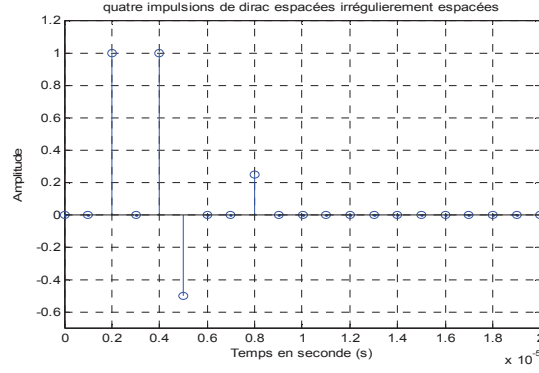


Fig.II.10 Signal rétro-diffusé dans le cas quatre réflecteurs irrégulièrement espacés.

Maintenant nous voulons calculer le Cepstre du signal rétro-diffusé afin d'extraire l'espacement entre les réflecteurs.

L'expression du spectre de signal $r(t)$ est donnée par :

$$R(\omega) = \sum_{i=1}^N a_i \exp(-j\omega\tau_{1i}) \quad (\text{II.53})$$

Et la Densité Spectrale de Puissance (DSP) du signal rétro-diffusé est :

$$S(\omega) = R(\omega)R^*(\omega) = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N a_i a_j \exp(-j(\tau_{1i} - \tau_{1j})\omega) \quad (\text{II.54})$$

$$S(\omega) = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N a_i a_j \cos(\omega(\tau_{1i} - \tau_{1j})) \quad (\text{II.55})$$

Nous rassemblons les termes où le i et j sont égaux, la dernière expression devient :

$$S(\omega) = \sum_{i=1}^N a_i^2 + 2 \sum_{i=1}^N \sum_{j=1+i}^N a_i a_j \cos(\omega(\tau_{1i} - \tau_{1j})) \quad (\text{II.56})$$

$$S(\omega) = V + 2 \sum_{i=1}^N \sum_{j=1+i}^N a_i a_j \cos(\omega(\tau_{1i} - \tau_{1j})) \quad (\text{II.57})$$

Avec $V = \sum_{i=1}^N a_i^2$

L'expression du Logarithme de la Densité Spectrale sera déterminée comme suit :

$$\log[S(\omega)] = \log[V] + \log \left\{ 1 + 2 \sum_{i=1}^N \sum_{j=1+i}^N \frac{a_i a_j}{V} \cos(\omega(\tau_{1i} - \tau_{1j})) \right\} \quad (\text{II.58})$$

Le terme $\sum_{i=1}^N \sum_{j=1+i}^N \frac{a_i a_j}{V} \cos(\omega(\tau_{1i} - \tau_{1j}))$, lorsque N augmente devient inférieur à 1, et donc en première approximation l'équation (II.58) s'écrit :

$$\log[S(\omega)] \approx \log[V] + \sum_{i=1}^N \sum_{j=1+i}^N \frac{2a_i a_j}{V} \cos(\omega(\tau_{1i} - \tau_{1j})) \quad (\text{II.59})$$

Cette dernière équation peut être mise sous la forme suivante :

$$\begin{aligned} \log[S(\omega)] \approx \log[V] + \sum_{i=1}^N \sum_{j=1+i}^N \frac{2a_i a_j}{2V} \{ \exp(j\omega(\tau_{1i} - \tau_{1j})) \\ + \exp(-j\omega(\tau_{1i} - \tau_{1j})) \} \end{aligned} \quad (\text{II.60})$$

D'où l'expression suivante du Cepstre :

$$C_r(t) \approx V' \delta(t) + \sum_{i=1}^N \sum_{j=1+i}^N \frac{a_i a_j}{V} \{ \delta(t + \tau_{1i} - \tau_{1j}) + \delta(t + \tau_{1j} - \tau_{1i}) \} \quad (\text{II.61})$$

Avec : $V' \delta(t) = FT^{-1}\{\log[V]\}$ et $C_r(t) = FT^{-1}\{\log[S(\omega)]\}$.

Cette dernière expression montre la présence de raies d'amplitudes différentes localisées à des intervalles de temps $\tau_{1i} - \tau_{1j}$ et $\tau_{1j} - \tau_{1i}$.

Ainsi, dans le cas d'une structure régulière, l'expression du Cepstre (équation II.61) reste la même sauf pour la localisation des pics changent, où les termes $(\tau_{1i} - \tau_{1j})$, $(\tau_{1j} - \tau_{1i})$ seront remplacés par $((i-j)\tau)$, $((j-i)\tau)$ respectivement.

La figure Fig.II.11 représente le Cepstre du signal rétro-diffusé simulé d'une structure régulière. Comme nous le constatons, le Cepstre de puissance nous montre des raies avec un espacement temporel régulier de $2 \mu s$, qui correspond effectivement à l'espacement moyen de réflecteurs dans le domaine temporel. Cette simulation a validée la démarche théorique dans le cas d'une suite régulière.

D'autres simulations ont été faites dans le cas de suite irrégulière (quatre réflecteurs aléatoirement distribués), le Cepstre de telle structure est montré sur la figure Fig.II.12, dans ce cas le Cepstre donne une suite aléatoire.

Nous pouvons dire, en premier abord, qu'il est possible de tirer l'espacement moyen entre les réflecteurs de une structure régulière à partir du Cepstre du signal rétro-diffusé, par contre, le Cepstre de la structure irrégulière il est impossible de prendre une connaissance sur la structure des réflecteurs, par ce que la localisation des raies dans le Cepstre de la structure irrégulière dépend aux différences $\tau_{1i} - \tau_{1j}$ et $\tau_{1j} - \tau_{1i}$.

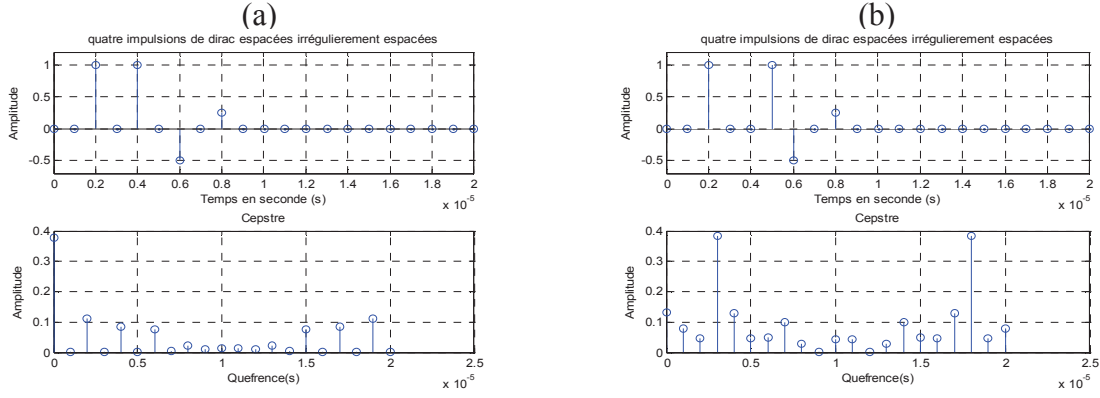


Fig.II.11 Cepstre du signal rétro-diffusé d'une structure composée de 4 réflecteurs ($\tau = 2\mu s$), (a) régulière, (b) irrégulière.

Dans le cas réel, les structures sous test sont gouvernées par les lois des statistiques et les distributions aléatoires. Pour cela nous allons estimer, dans la section qui suit, le Cepstre du signal rétro-diffusé.

II.3.4 Cepstre estimé

Dans le cas où le signal échographique devient un signal aléatoire (cas réel) une expérience (réalisation) ne suffit pas pour valider les résultats donnés par la Technique Cepstrale, pour cette raison le passage à un ensemble de réalisations est indispensable afin d'estimer le Cepstre utilisant l'espérance mathématique. L'expression de l'espérance mathématique du Cepstre est :

$$E[C_r(t)] = \int_{\tau=0}^{\infty} \left(\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} C_r(t) P_a(a_i) P_a(a_j) da_i da_j \right) P_{\tau}(\tau) d\tau \quad (II.62)$$

La résolution de cette dernière équation est complexe, toutefois nous tenterons dans cette section de rendre cette dernière relation sous une forme exploitable. La démarche à suivre pour obtenir l'expression de l'espérance mathématique $E[C_r(t)]$ du Cepstre suit les mêmes étapes que celles retenues dans le cas de deux réflecteurs tout en gardant les mêmes hypothèses énumérées dans la section II.3.2. En remplaçant $C_r(t)$ par son expression donnée par l'équation (II.61) nous avons :

$$E[C_r(t)] = W \int_{\tau=0}^{\infty} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1+i}^N [\delta(t + \tau_i - \tau_j) + \delta(t - \tau_i + \tau_j)] P_{K,\tau} d\tau \quad (II.63)$$

Où W est égale à la double $\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{a_i a_j}{V} P_a(a_i) P_a(a_j) da_i da_j$ laquelle est une constante.

Si l'espacement est $j-i = 1$ la distribution $P_{l,\tau}$ est uniforme et nous obtiendrons alors $(N-1)$ termes et si l'espacement est $j-i = 2$ la distribution est $P_{2,\tau} = P_{\tau} \otimes P_{\tau}$ et le nombre de termes obtenus est $(N-2)$. Dans le cas général l'espacement est $j-i = K$ nous aurons $(N-K)$ termes et l'expression de l'espérance du Cepstre est simplifiée comme suit:

$$E[C_r(t)] = W \sum_{K=1}^{N-1} (N - K) P_{K,\tau} \quad (\text{II.64})$$

Cette dernière relation montre que la forme du Cepstre dépend de la densité de probabilité de réflecteurs. D'où l'utilisation du Cepstre pour l'estimation de l'espacement moyen.

Rappelons que, pour une distribution Gaussienne Kuc et al. [34] ont montré que le Cepstre représente un pic, celui ci correspond à la valeur moyenne de cette distribution, ainsi pour une distribution uniforme, le pic correspond à l'intervalle dans lequel l'espacement est distribué uniformément.

Kuc et al. [34] ont considéré, aussi, d'une part, seule en considération la structure semi-régulière (de distribution Uniforme ou Gaussienne) met en relief l'intérêt de la technique Homomorphique dans ces cas, alors que le tissu a été modélisé comme la composition de deux structures semi-régulière & irrégulière.

Pour une structure semi-régulière, avec une distribution Gaussienne (de moyenne μ , et variance σ) des réflecteurs et en prenant comme hypothèse que $\mu \gg \sigma$, le Cepstre est constitué par des pics dont l'intervalle est $\tau_{li} - \tau_{lj}$ ou $\tau_{lj} - \tau_{li}$ (l'équation (II.61)), ainsi une relation entre l'espacement moyen μ et ces intervalles seront donnés par $n\mu \sim \tau_{lj} - \tau_{li}$ ou bien $k\mu \sim \tau_{li} - \tau_{lj}$; n et k sont des entiers

La figure suivante montre le Cepstre d'un signal échographique d'une structure ayant une distribution gaussienne avec une moyenne $\mu = 2 \cdot 10^{-6}$ s et de variance $\sigma = \mu/50$. Nous constatons que le Cepstre nous donne un pic localisé à $2 \cdot 10^{-6}$ s, ce dernier se présente comme une cloche de centre égale à $2 \cdot 10^{-6}$ s (autour de la valeur moyenne), c'est comme il existe une relation entre la distribution des réflecteurs et le Cepstre. En réalité, cette remarque a été démontée théoriquement par Kuc et al. Où ils démontreront une relation mathématique entre le Cepstre et la densité de probabilité de l'espacement des réflecteurs.

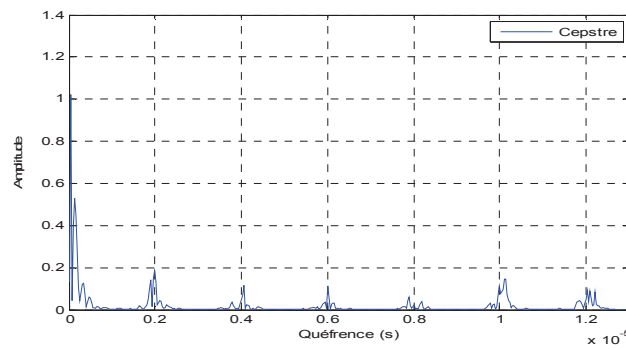


Fig.II.12 Cepstre du signal rétro-diffusé d'une structure ayant une distribution gaussienne avec $\mu = 2e-6$ s et $\sigma = \mu/50$

Nous remarquons (Fig.II.12) aussi que l'amplitude du pic est de faible valeur, par conséquent, nous pouvons dire que le Cepstre est sensible au bruit, au fait que le niveau de pic est faible. Ainsi, nous savons que l'apparition des pics dans le Cepstre est basée sur leurs amplitudes, et que ces dernières ont une relation avec les amplitudes a_i (équation (II.61)) des réflecteurs, alors si l'un des pics du cepstre a une amplitude faible, la périodicité est perdue.

D'autre part, ils n'ont pas pris en considération la bande passante de la chaîne de mesure, c'est-à-dire la réponse impulsionnelle du transducteur $h(t)$. Nous essayons maintenant de voir l'effet de la bande passante sur l'information contenant le Cepstre du signal rétro-diffusé.

Le signal rétro-diffusé de la structure sera convoluée avec la réponse du transducteur (équation 1.6) de la chaîne de mesure, alors le Cepstre résultant, est égal à la somme du Cepstre du signal rétro-diffusé de la structure et celui de la réponse du transducteur, donc pour voir l'effet du Cepstre de la chaîne de mesure il suffit de connaître le Cepstre de la réponse impulsionnelle de la chaîne de mesure, après une simulation (Fig.II.13) nous constatons que l'énergie du Cepstre de la réponse impulsionnelle de la chaîne de mesure $h(t)$ se localise à l'origine avec une durée proche à celle de $h(t)$. Donc, nous pouvons dire que le Cepstre du signal rétro-diffusé de la structure sera affectée près de l'origine par le Cepstre de la fonction du transfert de la chaîne de mesure.

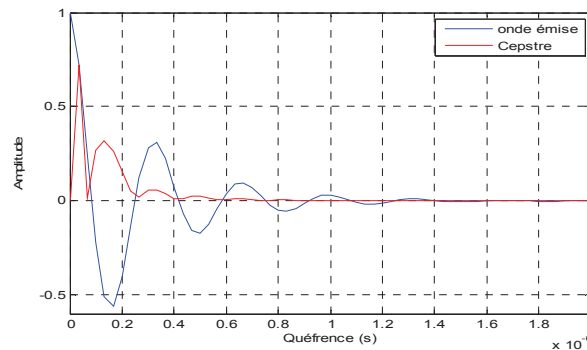


Fig.II.13 Comparaison entre la durée de l'onde émise et son cepstre

La figure suivante (Fig.II.14) montre le Cepstre du signal rétro-diffusé. La structure est de distribution gaussienne en tenir compte la bande passante de la chaîne de mesure. La fréquence centrale du transducteur est prise égale à 3MHz et le coefficient d'amortissement ($\beta = 3.10^6 s$), Cette figure nous montre la semi-régularité de la structure avec une suite des pic dont l'intervalle entre deux pics successif est 2 μs , comme nous voyons à l'origine quelques composantes du Cepstre de la fonction du transfert de la chaîne de mesure.

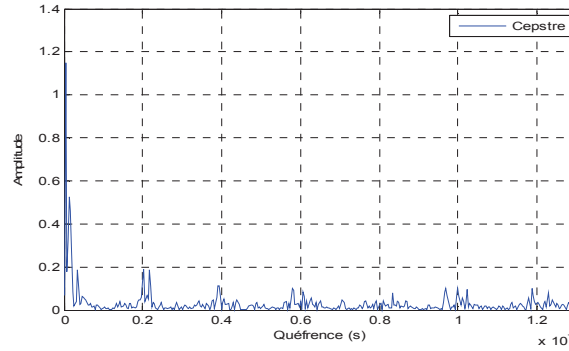


Fig.II.14 Cepstre du signal rétro-diffusé à bande limite d'une structure semi-régulière

(gaussienne avec $\mu = 2e-6s$ et $\sigma = \mu/30$).

La même remarque nous pouvons la faire sur les amplitudes des pics, et comme le Cepstre de la réponse du transducteur est localisée sur l'origine, il est intéressant d'utiliser un filtre temporel passe-bas pour éliminer le Cepstre de la réponse du transducteur, en effet, cette idée a été utilisée pour une opération de déconvolution [35], pour reconstruire la signature de la structure. Le problème réside dans le choix du paramètre du filtre, c à d, les nombres de points à éliminer de Cepstre du signal rétro-diffusé permettant l'élimination de l'effet de la réponse du transducteur.

Jusqu'à maintenant nous avons travaillé avec la structure semi-régulière pour montrer l'intérêt du Cepstre pour estimer l'espacement moyen, pour une structure complexe nous la traitons dans le chapitre IV pour faire une discussion globale concernant toutes les méthodes traitées dans ce mémoire.

II.4 Approches paramétriques pour l'estimation de l'espacement moyen

Les méthodes paramétriques ont un intérêt remarquable dans le domaine du traitement du signal pour la modélisation, l'identification des systèmes physiques et l'estimation de la densité spectrale de puissance [36-37], dans notre cas certains auteurs [20-23] modélisent le signal rétro-diffusé comme étant une sortie d'un modèle paramétrique autorégressive excité par un bruit blanc, cette modélisation fait apparaître les pics existants dans la densité spectrale de puissance du signal rétro-diffusé d'une structure semi-régulière prise comme étant un modèle théorique du tissu humain.

II.4.1 Densité Spectrale de Puissance du signal échographique

Il s'agit dans cette section, de calculer la Densité Spectrale de Puissance $S_{gg}(\omega)$ du signal rétro-diffusé. D'après le théorème de Wiener & Kinchine est égale à la Transformée de Fourier de la fonction d'autocorrélation:

$$S_{gg}(\omega) = TF\{R_{gg}(\tau)\} \quad (II.65)$$

Avec $R_{gg}(\tau)$ définie par l'expression (A-10) (annexe A). Moyennant quelques calculs on a :

$$S_{gg}(\omega) = \frac{c}{2\mu_d} \left[\frac{1 - e^{-4\omega^2 \sigma_d^2 / c^2}}{1 - 2 \cos\left(\frac{2\omega\mu_d}{c}\right) e^{-\frac{2\omega^2 \sigma_d^2}{c^2}} + e^{-4\omega^2 \sigma_d^2 / c^2}} \right] \quad (\text{II.66})$$

En posant $\alpha = e^{-2\omega^2 \sigma_d^2 / c^2}$ et sachant que $\alpha \ll 1$ le développement en série de Taylor du terme du second membre entre crochets de l'équation précédente nous obtenons ce qui suit :

$$S_{gg}(\omega) = \frac{c}{2\mu_d} (1 - 2\cos(2\omega\mu_d/c)) \quad (\text{II.67})$$

Nous constatons qu'il y a dans cette nouvelle expression de la fonction de DSP $S_{gg}(\omega)$ un terme d'oscillation lié à l'espacement entre les diffuseurs μ_d , la distance entre deux maximums successifs de cette oscillation est égale à $\frac{c}{2\mu_d}$. La figure II.15 montre (dans le cas où la célérité c est égale à 1540 m/s la moyenne μ_d est égale à 1 mm et la variance σ_d a pour valeur 0.1mm) la densité spectrale de puissance de la fonction du transfert de la structure.

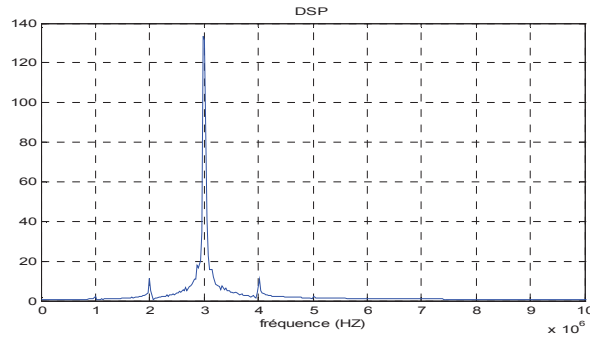


Fig.II.15 Densité Spectrale de Puissance.

La Densité Spectrale de Puissance comporte des pics espacés d'un intervalle de fréquence égal à 1 MHz. Pour déterminer l'espacement moyen $MSS = c/(2\Delta f)$. Après l'évaluation on trouve que $MSS = 1\text{mm}$, ce qui correspond effectivement à l'espacement moyen μ_d .

Dans la partie qui suit nous présentons le modèle AR pour le signal rétrodiffusé d'une structure semi-régulière, ainsi l'algorithme avec lequel les paramètres du modèle sont calculés.

II.4.2 Densité Spectrale de Puissance d'un Signal Autorégressif

Dans la pratique, la DSP du signal échographique d'une structure semi-régulière est constitué par une suite de pics, la plupart de ces pics ne sont pas visibles à cause de l'effet de la bande passante du transducteur ainsi que d'autres bruits (de structure et de mesure).

De ce fait Simon [20] et al. ont proposé une technique de haute résolution nommée Autorégressive (AR) pouvant discerner les pics dans la bande passante. Cette méthode est

basé sur la modélisation des signaux à étudier comme une sortie d'un filtre AR excité par un bruit blanc sous la forme [38-39] :

$$r(n) = b(n) - \sum_{k=1}^p a(k)r(n-k) \quad (\text{II.68})$$

Avec $b(n)$ un bruit blanc centré de variance σ_b^2 .

$r(n)$ est la version numérisée du signal échographique. La fonction de transfert $H(z)$ d'un tel modèle s'écrit :

$$H(z) = \frac{1}{A(z)} \quad (\text{II.69})$$

Avec

$$A(z) = 1 + \sum_{k=1}^p a(k)z^{-1} \quad (\text{II.70})$$

Où $a(1), a(2), \dots, a(p)$ représentent les coefficients du filtre à Réponse Impulsionnelle Infinie (RII) et p son ordre. En remplaçant z par $e^{-j2\pi f T_e}$ dans l'équation (II.70) nous aboutissons à la transformée de Fourier de $A(f)$:

$$A(f) = 1 + \sum_{k=1}^p a(k)e^{-j2\pi f k T_e} \quad (\text{II.71})$$

Après calcul la Densité Spectrale $S_{rr}(f)$ de $r(n)$ est :

$$S_{rr}(f) = \frac{\sigma_b^2 T_e}{|1 + \sum_{k=1}^p a(k)e^{-j2\pi f k T_e}|^2} \quad (\text{II.72})$$

La détermination de la Densité Spectrale du signal de sortie nécessite la connaissance des coefficients $a(k)$ du filtre. Un algorithme a été proposé par G. Burg en 1969 [39], pour estimer la densité spectrale de puissance, l'avantage de celle-ci est qu'elle calcule la densité spectrale de puissance sans passer par l'autocorrection, l'algorithme de Burg est toujours stable [40]. Pour ces raisons nous avons utilisé dans la simulation cet algorithme.

II.4.3 Algorithme de Burg

L'une des premières méthodes efficaces pour l'estimation spectrale d'un modèle AR est celle présentée par John Burg 1967. D'une manière générale, le problème d'analyse spectrale se pose lorsqu'il s'agit d'estimer la densité spectrale de puissance (DSP) $S(f)$ de N échantillons connus d'un signal (processus) $r(n)$. Mathématiquement, la DSP est calculée à partir d'une infinité d'échantillons du signal. Or, ne disposent que de N points, il est nécessaire de faire des hypothèses sur les points en dehors de la fenêtre d'observation :

1. L'hypothèse la plus classique consiste à estimer la fonction de corrélation sur les N points du signal ; les autres points sont mis à zéro. Cela conduit aux méthodes mettant en œuvre la transformée de Fourier (Corrélogramme, Périodogramme moyenné).

2. Le second type d'hypothèse revient à extrapoler la fonction de corrélation en dehors de son support par des valeurs qui maximisent le flux d'entropie du signal MEM (Maximum Entropy Method : méthode de maximum d'entropie). Maximiser l'entropie du signal consiste à contraindre le moins possible le signal en dehors de son support connu.

L'algorithme du Burg définit les erreurs de prédiction (forward et backward) comme suit [39]:

$$e_p^f(k) = \sum_{m=1}^p a_p^f(m)r(n-m) + r(n) \quad (\text{II.73})$$

$$e_p^b(k) = \sum_{m=1}^p a_p^b(m)r(n+m-p) + r(n-p) \quad (\text{II.74})$$

En substituant l'équation (B.5) (annexe B) dans les équations (II.73) et (II.74), nous aboutissons à une forme récursive des erreurs de prédiction :

$$\begin{aligned} e_p^f(k) &= e_{p-1}^f(k) + K_p e_{p-1}^f(k-1) \\ e_p^b(k) &= e_{p-1}^b(k) + K_p e_{p-1}^b(k-1) \end{aligned} \quad (\text{II.75})$$

Finalement la procédure de Burg (méthode harmonique) se résume comme suit :

1) Calcul de K_1 par :

$$K_1 = \frac{2 \sum_{k=2}^N r(k)r(k-1)}{\sum_{k=2}^N (|r(k)|^2 + |r(k-1)|^2)} \quad (\text{II.76})$$

Répéter l'étape 2, 3 et 4 pour $2 \leq i \leq N$

2) Calcul des erreurs de prédiction données par l'équation

$$\begin{aligned} e_p^f(k) &= e_{i-1}^f(k) + K_i e_{i-1}^f(k-1) \\ e_i^b(k) &= e_{i-1}^b(k) + K_i e_{i-1}^b(k-1) \end{aligned} \quad (\text{II.77})$$

3) Calcul des coefficients de réflexion K_{i+1} donné par l'équation suivante :

$$K_i = \frac{2 \sum_{k=p+1}^N e_{p-1}^f(k) e_{i-1}^b(k-1)}{\sum_{k=p+1}^N (|e_{p-1}^f(k)|^2) + \sum_{k=p+1}^N (|e_{p-1}^b(k)|^2)} \quad (\text{II.78})$$

4) Calcul des coefficients de prédiction par (Annexe B) :

$$\begin{aligned} a_i(i) &= K_i \\ a_k(k) &= a_{k-1}(k) - K_i a_{k-1}(i-k) \quad k = 1, \dots, i-1 \end{aligned} \quad (\text{II.79})$$

Comme nous constatons que l'algorithme de MEM est une méthode paramétrique, on montre qu'elle est équivalente aux méthodes par prédiction linéaire [41].

Nous passons maintenant à une méthode qui utilise une combinaison entre le Cepstre et la méthode paramétrique AR.

II.5 Cepstre-AR

Une autre méthode a été proposée pour l'estimation de MSS [23], c'est une combinaison entre une méthode paramétrique (Modèle AR) et la technique du Cepstre. Cette méthode (nommée Cepstre-AR) garantit la stabilité de la technique Cepstrale. En effet, le Cepstre de puissance est la transformée inverse de la Densité Spectrale de Puissance, alors si les pôles de cette dernière fonction ne sont pas à l'intérieur de cercle unité (système à phase minimale) nous avons une divergence de cette transformation. L'intérêt des filtres à phase minimale réside au fait qu'il est le plus rapide parmi les familles des filtres. Dans cette démarche ils ont essayé d'estimer le MSS par une estimation de la DSP et une opération de déconvolution. Notre démarche présente le Cepstre de puissance d'un signal paramétrique.

La DSP d'un signal paramétrique de type AR est donnée par :

$$S_{rr}(z) = \frac{\sigma^2 T_e}{A(z)A^*(z)} \quad (\text{II.80})$$

Où $A^*(z)$ est le conjugué de $A(z)$, et

$$A(z) = 1 + \sum_{k=1}^p a(k)z^{-1} \quad (\text{II.81})$$

Puisque la DSP présente une suite de pics, nous pouvons la modéliser comme suit :

$$S_{rr}(z) = \alpha_0 + \alpha_1 z^{-l} + \alpha_2 z^{-2l} + \dots + \alpha_M z^{-Ml} \quad (\text{II.82})$$

où l représente la période de la structure semi-régulière, donc, c'est l'espacement moyen entre les réflecteurs de cette structure. L'équation (II.82) peut être écrite sous la forme :

$$S_{rr}(z) = \alpha_0 \prod_{i=1}^M [1 - \alpha_i (z^l)^{-1}] \quad (\text{II.83})$$

En introduisant maintenant le logarithme sur la DSP, nous obtenons :

$$S_{rr}(z) = \log(\alpha_0) + \sum_{i=1}^M \log[1 - \alpha_i z^{-l}] \quad (\text{II.84})$$

Après le développement limite en série de Taylor l'équation (II.84) devient :

$$S_{rr}(z) = \log(\alpha_0) + \sum_{i=1}^M \sum_{k=1}^{+\infty} \frac{\alpha_i}{k} z^{-lk}, \quad |\alpha_i| < |z^l| \quad (\text{II.85})$$

Rappelons que le Cepstre $C(n)$ est la transformée inverse de Z de la DSP donnée par l'équation (II.85), nous obtenons :

$$C(n) = \log(\alpha_0) \delta(n) - \sum_{k=1}^{+\infty} \left[\frac{1}{k} \sum_{i=1}^M (\alpha_i)^k \delta(n - kl) \right] \quad (\text{II.86})$$

Cette équation représente le Cepstre de puissance du signal rétro-diffusé dont sa DSP est donnée par l'équation (II.82). Nous constatons que le Cepstre de la sortie d'un modèle AR permet d'estimer l'espacement moyen (l dans ce cas) entre des réflecteurs. Ceci est dû au fait que le Cepstre donne une suite des Dirac dont l'espacement est l (l'équation (II.86)).

Le but d'estimer le signal de la structure périodique par une méthode paramétrique autorégressive est doublement intéressant :

1. Stabilité du modèle AR.
2. meilleur discernation de pics.

Nous passons maintenant à une autre méthode.

II.6 Autocorrélation fréquentielle d'un modèle AR

Une conséquence d'une comparaison entre les méthodes étudiées ; l'Autocorrélation Fréquentielle du module du spectre, le Cepstre, une méthode paramétrique autorégressive AR et une combinaison entre le Cepstre et la méthode paramétrique, donc il reste une combinaison entre l'Autocorrélation Fréquentielle et la méthode paramétrique.

La démarche théorie de cette méthode se base sur la méthode ACF (méthode non-paramétrique traitée précédemment) et sur la méthode DSP-AR. Le choix de cette méthode semble robuste vis-à-vis les méthodes ACF et DSP-AR pour deux raisons :

1. Elle -ACF-AR- utilise une estimation paramétrique à haute résolution, ce qui permet au mieux d'estimer la suite de pic dans la DSP.
2. Elle -ACF-AR- augmente l'estimation de l'espacement moyen, au fait que l'autocorrélation permet d'augmenter le nombre de pics détectés (la propriété de symétrie) [42].

II.7 Conclusion

Un état de l'art des méthodes classiques du traitement de signal, utilisés dans la détermination de l'espacement moyen entre diffuseurs est présenté dans ce chapitre, les résultats de simulation de ces différentes méthodes sera discutés dans le chapitre VI. Une technique récente est la transformée en ondelettes sera illustrée dans le chapitre qui suit.

Chapitre III

Aperçu sur la transformée en ondelettes

Chapitre III

Aperçu sur la transformée en ondelettes

Les ondelettes sont des fonctions mathématiques qui permettent de décomposer un signal selon différentes échelles, avec des résolutions qui varient en fonction de l'échelle d'analyse. Les ondelettes ont de nombreux avantages par rapport aux méthodes traditionnelles de Fourier en ce qui concerne l'étude de certains signaux [43]. Les ondelettes ont été développées indépendamment dans les domaines des mathématiques, de la physique quantique, du génie électrique, ou encore de la géologie. Les échanges entre ces domaines très variés lors de la dernière décennie, ont permis d'aboutir à de nouvelles applications telles que la compression d'image, la vision par ordinateur, le radar, la prédiction des tremblements de terre et même le domaine biomédical.

III.1 Position du problème

La transformée de Fourier (TF ou en anglais FT : Fourier Transform) analyse le signal dans son ensemble pour calculer son spectre de fréquences [57].

$$F(f(t)) = \hat{f}(\omega) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-i\omega t} f(t) dt \quad (\text{III.1})$$

Le gros désavantage de cette transformée est qu'elle possède uniquement une résolution fréquentielle. Elle ne permet donc pas de déterminer à quel moment les fréquences observées sont présentes dans le signal, et comment elles évoluent dans le temps. Par conséquent, cette méthode n'est valide que pour les signaux stationnaires (figure III.1, figure III.2).

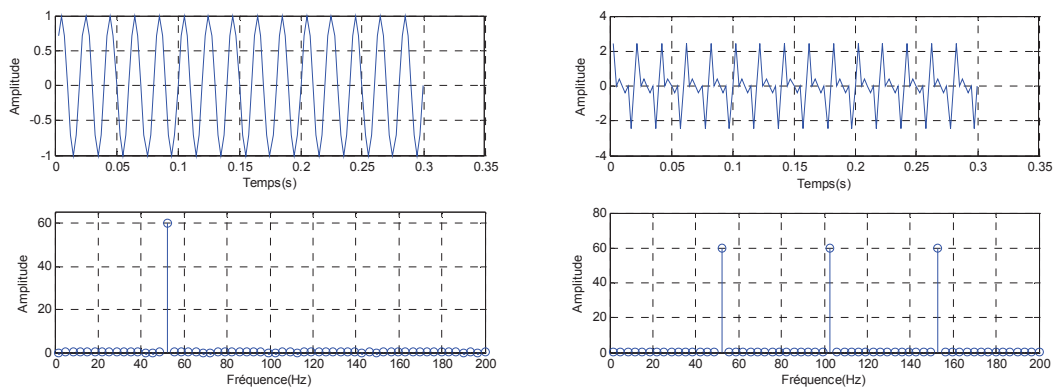


Fig.III.1 Transformée de Fourier d'un signal sinusoïdale stationnaire, (a) pour une seule fréquence, (b) pour plusieurs fréquences

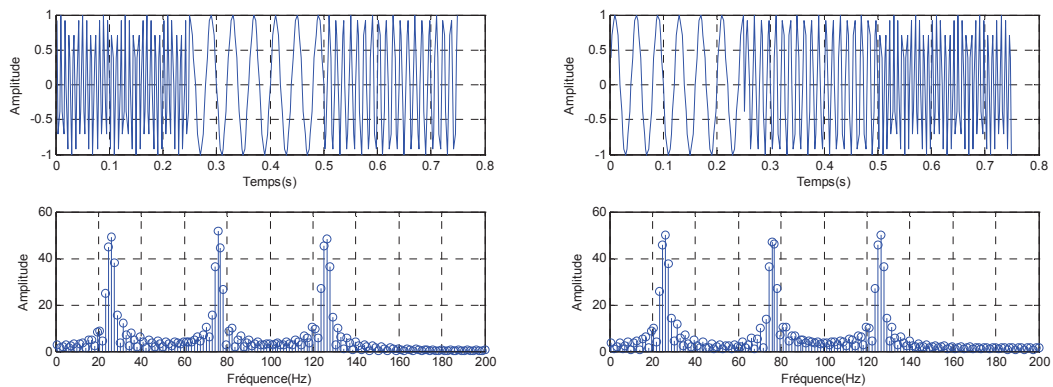


Fig.III.2 Deux signaux non stationnaires différents ont la même transformée de Fourier

Pour palier à ce problème, de nombreuses solutions ont été développées au cours des dernières décennies. Certaines d'entre elles se sont avérées plus ou moins efficaces pour représenter le signal dans le domaine temporel et fréquentiel simultanément (c'est-à-dire dans le plan temps-fréquence).

L'approche de base pour obtenir une représentation simultanée en temps et en fréquence consiste à découper le signal de données en plusieurs parties, puis à les analyser séparément, maintenant reste à savoir effectuer ce découpage.

Une des solutions apportées est la Transformée de Fourier à Court Terme (TFCT ou en anglais STFT : Short Term Fourier Transform) [44, 58], qui peut être utilisée pour étudier les signaux non stationnaires; elle extrait le contenu fréquentiel d'un signal à l'intérieur d'une fenêtre temporelle glissante d'une durée fixe.

$$F(f(t, b)) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} h(t - b) e^{-i\omega t} f(t) dt \quad (\text{III.2})$$

On considère une fenêtre $h(t)$ à support compact de largeur donnée. La STFT consiste à multiplier le signal $f(t)$ par la fonction fenêtre $h(t)$, centrée en $t = 0$, puis à calculer les coefficients de Fourier du produit $h(t)*f(t)$. Ces coefficients donnent une indication sur le contenu fréquentiel du signal $f(t)$ au voisinage de $t = 0$. Cette procédure est ensuite répétée avec une version translatée de la fonction fenêtre, c'est-à-dire que l'on remplace $h(t)$ par $h(t - b)$ où b est le paramètre de translation temporelle, cette fonction fenêtre est fixe dont la taille ne varie ni avec le temps ni avec la fréquence (Fig.III.3).

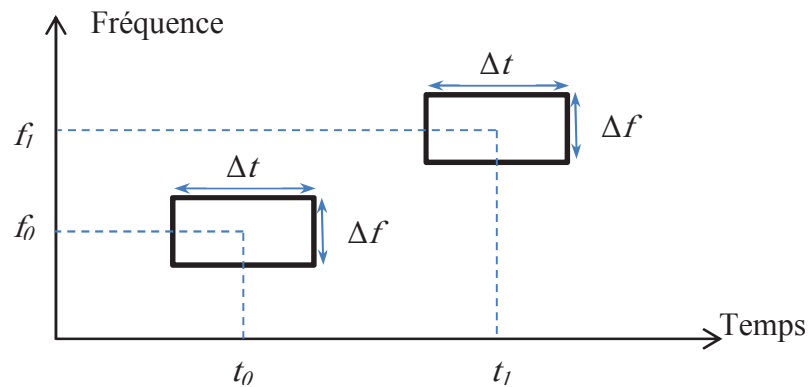


Fig.III.3 Pavage temps-fréquence pour la transformée de Fourier à fenêtre glissante (STFT)

Selon le principe d'incertitude d'Heisenberg [45, 52], qui dit, en matière de traitement du signal, qu'il est impossible de connaître exactement une fréquence et l'instant à laquelle elle apparaît dans un signal. Ce principe établi par Heisenberg démontre également l'importance du découpage du signal à analyser [46], la résolution temporelle est inversement proportionnelle à la résolution fréquentielle, ce qui entraîne que la résolution dans le plan temps-fréquence est fixe pour la STFT. Seulement, le manque de souplesse de cette transformée fait que l'on ne peut agir sur la taille de la fenêtre, les hautes fréquences étant conséquemment mal analysées. Ceci a motivé l'introduction de la transformée en ondelettes (TO ou en anglais WT: Wavelet Transform).

III.2 Solution du problème

L'utilisation de la TO pour l'étude de tels signaux a l'avantage d'extraire le contenu fréquentiel en utilisant une fenêtre temporelle de durée variable. La fenêtre est déplacée tout le long du signal, et, pour chaque position, on calcule le spectre de fréquence. Puis, on répète ce processus avec une fenêtre plus ou moins grande pour chaque nouveau cycle. Au final, on aboutira à une collection de représentations temps-fréquence du même signal, mais toutes avec une résolution différente. Ceci correspond plus communément à une analyse multi-résolution [47].

Au cœur même de cette théorie, on retrouve ainsi le concept de schéma itératif, c'est-à-dire la répétition sans fin d'une même opération à des échelles de plus en plus petites. Cela ressemble à un zoom grossissant sur un point de l'espace qui nous intéresse. La méthode des ondelettes utilise des fonctions qui se rapprochent de ce point à chaque étape pour en extraire l'information pertinente. La TO est donc particulièrement adéquate pour l'étude de signaux non stationnaires comme les signaux biomédicaux, qui possèdent des composantes basses fréquences de longue durée et des composantes hautes fréquences de courte durée. Cet outil s'avère donc approprié pour notre projet.

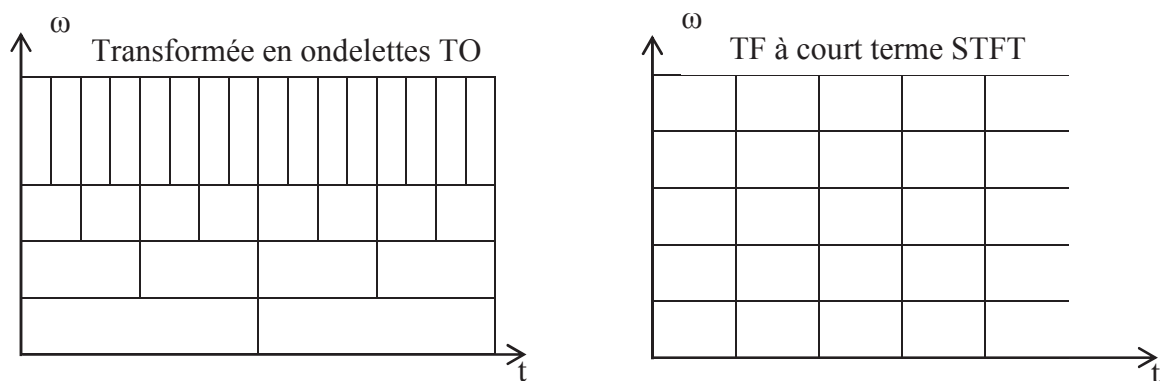


Fig.III.4 : Représentation temps-échelle de la transformée en ondelette et la STFT

III.3 La transformée en ondelettes

J. Morlet en 1981 [48], pour l'étude haute résolution des signaux sismiques, propose une transformée où la taille de la fenêtre est variable, ceci grâce à un paramètre d'échelle. Cette transformée, la transformée en ondelettes, est une décomposition atomique dont les atomes sont issues d'une même fonction, l'ondelette mère, par opérations de translation et dilatation. Cette ondelette, appelée ainsi car présentant des oscillations (comme une onde) mais limitée en temps (d'où le nom de «ondelette» qui veut dire «petite onde»), doit être bien localisée en temps et en fréquence. Ainsi, la transformée en ondelettes permet une analyse temps-fréquence ou temps-échelle (la fréquence de chaque ondelette étant liée à l'échelle).

La notion de représentation temps-échelle ou espace-échelle permet de voir la transformée en ondelette comme un microscope mathématique, le zoom étant l'échelle et l'optique, l'ondelette. Nous avons vu en introduction qu'une ondelette devait être une fonction localisée aussi bien en temps qu'en fréquence. Ceci se traduit dans le domaine fréquentiel par la condition d'admissibilité.

III.3.1 Condition d'admissibilité

Soit ψ une fonction non nulle de $L^2(\mathbb{R})$ et sa transformée de Fourier $\Psi(\omega)$:

Si
$$C_\psi = 2\pi \int \frac{|\Psi(\omega)|^2}{|\omega|} d\omega < \infty \quad (\text{III.3})$$

Alors ψ est dite admissible. On appelle également ψ ondelette analysante. Une ondelette est une fonction de $L(\mathbb{R})^2$ vérifiant la condition d'admissibilité (III.3). Cette condition étant relativement souple, un assez grand nombre de fonctions peuvent convenir. Aussi impose-t-on souvent des contraintes supplémentaires de régularité, de décroissance rapide ou de compacité suivant les besoins [49] comme par exemple : I. Daubechies pour la construction d'ondelettes à support compact [50, 43]. Outre ses propriétés de localisation, une ondelette possède la propriété de s'annuler en « 0 » dans le domaine de Fourier, ce qui simplifie énormément la condition d'admissibilité dans certains cas comme le montre la propriété 1.1.

III.3.2 Propriété 1.1

Soit $\Psi \in L^1(\mathbb{R})$.

1. Si Ψ est admissible alors $\hat{\Psi}(0) = 0$ soit $\int \Psi(x) dx = 0$
2. Inversement, si $\hat{\Psi}(0) = 0$, si $\hat{\Psi} \in L^2(R)$ et si les dérivées partielles de $\hat{\Psi}$ sont bornées, alors Ψ est admissible.

Les conditions de la propriété 1.1 sont vérifiées la plupart du temps, l'ondelette étant prise assez régulière. La condition d'admissibilité s'écrit donc souvent :

$$\hat{\Psi}(0) = \int \Psi(x) dx = 0 \quad (\text{III.4})$$

On peut voir cette condition comme le fait que l'ondelette doit présenter des oscillations.

III.3.3 Définition

A partir d'une ondelette analysante, aussi appelée ondelette mère, on définit une famille d'ondelettes $\Psi_{b,a}$ par opération de dilatation (ou contraction) et translation :

$$\Psi_{a,b}(x) = \frac{1}{\sqrt{a}} \Psi\left(\frac{x-b}{a}\right) \quad a > 0, \quad b \in \mathbb{R} \quad (\text{III.5})$$

L'expression de la transformée de Fourier de chaque ondelette fille s'exprime facilement en fonction de l'ondelette mère :

$$\hat{\Psi}_{a,b}(\omega) = \sqrt{a}e^{-2\pi\omega bi}\hat{\Psi}(a\omega) \quad (\text{III.6})$$

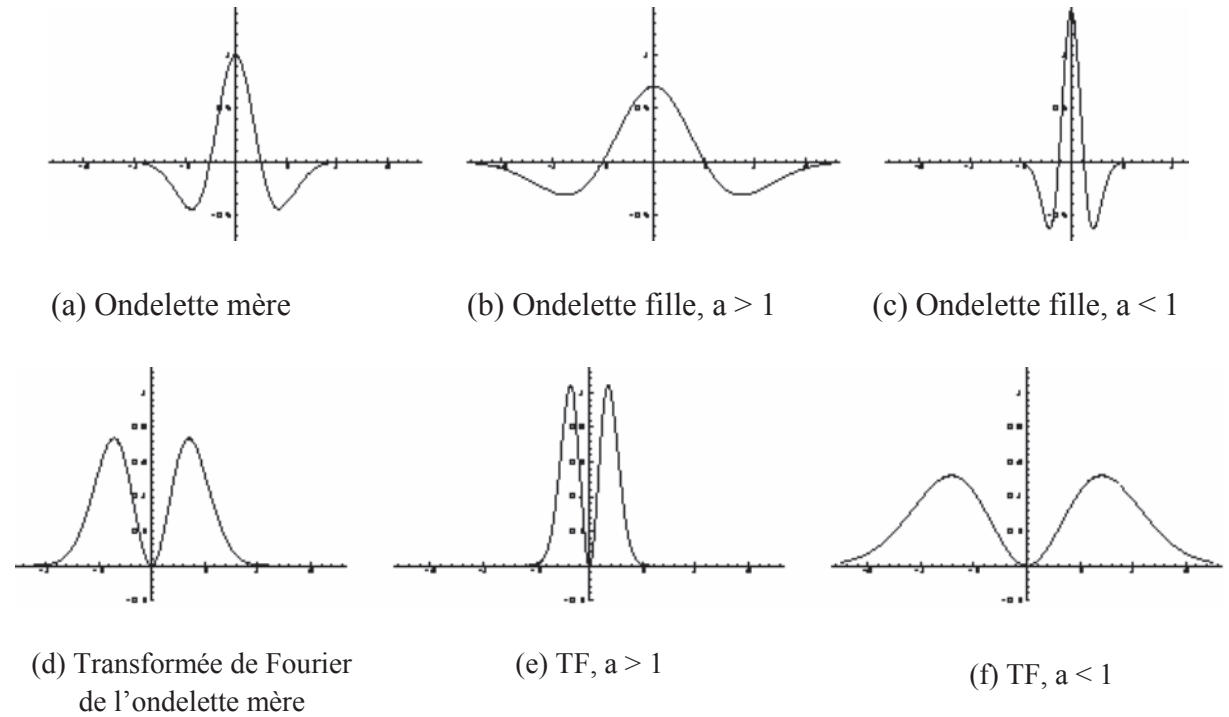


Fig.III.5 : Exemples d'ondelettes unidimensionnelles pour plusieurs facteurs d'échelle et leur transformée de Fourier [59]

a est appelé facteur d'échelle. On peut le lier à la fréquence : si $a > 1$ l'ondelette sera plus étalée et correspondra donc à une fréquence plus faible, si $a < 1$ l'ondelette sera plus étroite et correspondra à une fréquence plus élevée que celle de l'ondelette mère (voir Figure III.5).

b est le paramètre de translation. On remarque qu'une meilleure localisation fréquentielle pour l'ondelette entraîne un moins bon localisation spatiale ou temporelle (Figure III.5 (b) et (e)) et vice versa. Il y a donc un mélange de l'information contenue dans le signal pour l'intervalle de temps $[t-\Delta t/2, t+\Delta t/2]$ dans la bande de fréquence $[\nu-\Delta\nu/2, \nu+\Delta\nu/2]$. Une localisation temps-fréquence idéale, infiniment précise ($\Delta t = 0$ et $\nu\Delta = 0$) est interdite par le principe de Gabor-Heisenberg qui stipule que la résolution conjointe temps-fréquence est minorée :

$$\Delta t^2 = \frac{\int t^2 \cdot |g(t)|^2 dt}{\int |g(t)|^2 dt} \quad (\text{III.7})$$

$$\Delta \nu^2 = \frac{\int \nu^2 |G(\nu)|^2 d\nu}{\int |G(\nu)|^2 d\nu} \quad (\text{III.8})$$

$$\Delta t \cdot \Delta \nu \geq \frac{1}{4 \cdot \pi} \quad (\text{III.9})$$

La représentation de la localisation spatiale et fréquentielle d'une même ondelette unidimensionnelle en fonction du facteur d'échelle est présentée sur la Figure III.6.

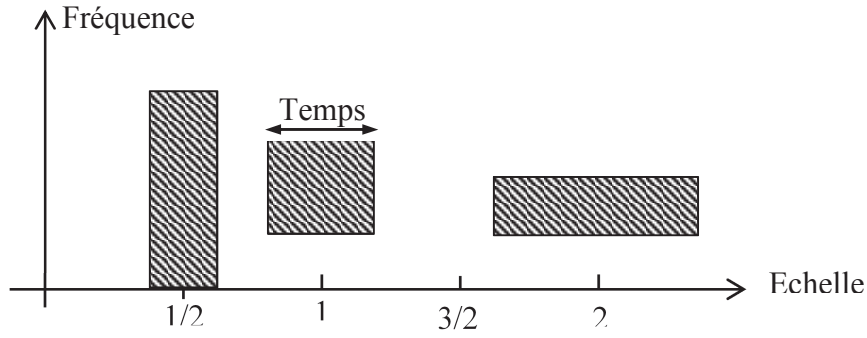


Fig.III.6 : Représentation de la localisation temporelle et fréquentielle d'une ondelette en fonction de a

On remarque qu'une meilleure localisation fréquentielle pour l'ondelette entraîne un moins bonne localisation spatiale ou temporelle et vice versa.

III.3 Propriétés de la transformée en ondelettes

III.3.1 Conservation de l'énergie

Comme la transformée de Fourier, la transformée en ondelettes possède la propriété de conservation de l'énergie, ce qui signifie qu'il n'y a pas de perte d'information entre la fonction et sa transformée.

III.3.2 Inversion

Soit Ψ une ondelette analysante et f une fonction de $L^2(\mathcal{R})$, alors :

$$f(t) = \frac{1}{C_\psi} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \psi_{a,b}(t) \omega f(a,b) \frac{da}{a^2} db \quad (\text{III.10})$$

Le coefficient C_ψ , s'il existe, est donné par l'équation :

$$C_\psi = 2\pi \int \frac{|\hat{\psi}(\omega)|^2}{|\omega|} d\omega < \infty \quad (\text{III.11})$$

La condition d'existence de ce coefficient est également la condition d'admissibilité de la fonction ondelette analysante. Cette fonction est explicitée par l'équation:

$$\int_0^{+\infty} |\hat{\psi}(\omega)|^2 \frac{d\omega}{\omega} = \int_{-\infty}^0 |\hat{\psi}(\omega)|^2 \frac{d\omega}{\omega} < \infty \quad (\text{III.12})$$

Cette relation se ramène le plus souvent à la condition exprimée par l'équation

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \psi(t) dt = 0 \quad (\text{III.13})$$

qui n'est pas très contraignante et indique seulement que la fonction ondelette doit être à moyenne nulle. Il est clair enfin que la transformée en ondelettes ne sera intéressante comme outil d'analyse du signal que si la fonction analysante (l'ondelette) reste bien localisée dans le temps et en fréquence.

III.3.3 Linéarité

La transformée en ondelettes est linéaire, c'est-à-dire :

$$w(\alpha f_1 + \beta f_2) = \alpha w f_1 + \beta w f_2, \quad (\alpha, \beta) \in \mathbb{C}^2, \quad (f_1, f_2) \in (L^2(\mathbb{R}))^2 \quad (\text{III.14})$$

III.3.4 Translation

Une des propriétés importantes de la transformée en ondelettes continue est l'invariance en translation. En effet

$$w(f_{b'}) (a, b) = w f(a, b - b') \quad (\text{III.15})$$

où $f_{b'}$ désigne la translation de f par la valeur b' , c'est-à-dire que $(f_{b'})(x) = f(x - b')$

III.3.5 Dilatation

La transformée en ondelettes a également une propriété de dilatation. En effet, si la famille d'ondelettes est déterminée par l'équation (3.17), on a la relation :

$$w(\delta_k f)(a, b) = k^{-\frac{1}{2}} w f(ka, kb) \quad (\text{III.16})$$

Avec $\delta_k f(x) = f(kx)$

III.4 Transformée en ondelettes continue

III.4.1 Définition

Les ondelettes sont des fenêtres $\psi(x)$ qui se dilatent et se contractent et qui sont bien localisées dans les domaines spatial (ou temporel) et fréquentiel. Partant d'une telle fonction $\psi(x)$ que l'on appelle ondelette «mère» (ondelette analysante ou atome) possédant une certaine largeur de fenêtre, on lui associe la famille d'ondelettes «filles» $\psi(a, b)(x)$ engendrée par des translations et des changements d'échelle (dilatations ou compressions). Cette famille est de la forme suivante :

$$\psi_{a,b}(x) = \frac{1}{\sqrt{a}} \psi\left(\frac{x-b}{a}\right) \quad (\text{III.17})$$

Où « a » est le facteur d'échelle ou de résolution (dilatation) et « b » le paramètre de translation. La variable « a » joue le rôle de l'inverse de la fréquence.

$\frac{1}{\sqrt{a}}$ est Le facteur de normalisation.

Grossman et Morlet ont montré que si $\psi(x)$ est à valeurs réelles, cette collection peut être utilisée comme s'il s'agissait d'une base orthonormée. Cela signifie que tout signal d'énergie finie peut s'écrire comme une combinaison linéaire d'ondelettes $\psi(a, b)$ et que les coefficients de cette combinaison sont, à un facteur de normalisation près, les produits scalaires :

$$C(a, b) = \langle f(t), \psi_{a,b}(x) \rangle = \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) \frac{1}{\sqrt{a}} \psi^*\left(\frac{x-b}{a}\right) dt \quad (\text{III.18})$$

Ces coefficients mesurent, en un certain sens, les fluctuations du signal $f(t)$ autour du point b à l'échelle fournie par a .

On peut voir cette transformée comme un microscope mathématique positionné en b , d'agrandissement $1/a$ et d'optique donnée par l'ondelette [51, 53, 55]. Pour un facteur d'échelle assez grand, la représentation des coefficients d'ondelettes en fonction de b , la position, donne une représentation de « la forme générale de la fonction » (comme si on regardait la fonction de loin). Par contre un facteur d'échelle faible correspond à une représentation des singularités (comme si on regardait la fonction de près). Cette transformation est dite continue car c'est une fonction continue des paramètres de dilatation et translation.

III.4.3 Algorithme

L'algorithme proposé pour calculer la transformée en ondelette est assez simple [59]:

- 1- Choisir l'ondelette mère.
- 2- Choisir le signal à analyser et le compléter par des zéros.
- 3- Calculer la transformée de Fourier du signal analysé ainsi complété.
- 4- Choisir l'échelle minimum $a_{\min}$.
- 5- Pour chaque échelle :

Calculer l'ondelette fille avec le même nombre de points et le même pas et la compléter par des zéros.

- Normaliser l'ondelette fille par la racine carrée du facteur de dilatation « a ».
- Calculer la transformée de Fourier de l'ondelette fille avec les zéros.
- Multiplier cette transformée par la transformée de Fourier du signal.
- Calculer la transformée inverse du produit précédent.
- Prendre dans le résultat la partie valide correspondant à la longueur du signal analysé.

- 6- Représenter dans un plan (a,b) les coefficients d'ondelettes.

III.5 Transformée en ondelettes discrète

La transformée en ondelettes discrète est issue de la version continue, à la différence de cette dernière, la TOD utilise un facteur d'échelle et une translation discrétisée. On appelle transformée en ondelettes discrète dyadique toute base d'ondelettes travaillant avec un facteur d'échelle $u = 2^i$. Il est clair que la transformée en ondelettes discrète est pratique en implémentation sur tout système numérique (PC, DSP, CARTE à μP ...) [55].

Il est à noter que la transformée en ondelette continue TOC est aussi implantable sur les systèmes digitaux avec un lourd calcul provenant de la nature continue du facteur d'échelle et de la dilatation (Toutes les valeurs sont possibles).

Les chercheurs ont proposé de créer des bases de fonctions construites sur le modèle suivant [51] :

$$\psi_{j,k}(t) = a_0^{-j/2} \psi(a_0^{-j}t - kb_0) \quad (\text{III.19})$$

Avec : $a_0 > 1$ et $b_0 > 0$ fixés et $j, k \in \mathbb{Z}$

Cette discrétisation attribue des valeurs à l'échelle a sur une échelle logarithmique avec des paramètres de translation qui lui sont proportionnels :

$$a = a_0^j \text{ et } b = kb_0 a_0^j$$

Une gamme d'échelles couramment utilisées est la gamme dyadique, soit $a_0 = 2$ et $b_0 = 1$. On obtient, ainsi, des familles constituées des fonctions de la forme :

$$\psi_{j,k}(t) = 2^{-j/2} \psi(2^{-j}t - k) \quad (\text{III.20})$$

Cependant, on trouve, très souvent dans la littérature, une transformée en ondelettes dyadique où seul le paramètre d'échelle est échantillonné selon une suite dyadique $\{2^j\}$, $j \in \mathbb{Z}$, et le paramètre b reste une variable continue [57]. Une telle transformée, pour un signal $x(t)$, peut s'écrire en utilisant l'équation (III.11) :

$$TOD(2^j, b) = \frac{1}{\sqrt{2^j}} \sum_{-\infty}^{+\infty} x(t) \psi^*\left(\frac{t-b}{2^j}\right) dt \quad (\text{III.21})$$

III.5.1 L'analyse multi résolution

En 1988, S. Mallat [57] a proposé un algorithme rapide pour calculer les coefficients d'ondelettes. Cet algorithme a été fortement inspiré de l'algorithme pyramidal introduit dans les années 70.

L'analyse en multi-résolution permet d'analyser un signal en différentes bandes de fréquences, ce qui permet une vue de la plus fine à la plus grossière. La théorie de la multi-résolution conçoit la transformée en ondelettes discrètes TOD comme une séquence d'application de filtres [57, 59]. En effet, chaque signal est constitué des composantes basses fréquences : appelées approximations et des composantes hautes fréquences : appelées détails. Selon Mallat, nous pouvons séparer les détails et les approximations en faisant appel à une paire de filtre H et G , appelées aussi filtres à miroirs quadratique, qui sont un filtre passe bas et un filtre passe haut complémentaires (ils ont la même fréquence de coupure) et dont les réponses impulsionnelles doivent satisfaire certaines conditions.

Soit ϕ la fonction échelle. Elle doit être dans L^2 et ayant une moyenne non nulle.

On forme une base de fonctions d'échelle pour tout $i \in \mathbb{Z}$ comme suit :

$$\varphi_{j,k}(x) = 2^{-1/2} \varphi(2^{-j}x - k) \quad (\text{III.22})$$

et de la même manière la base d'ondelette :

$$\psi_{j,k}(x) = 2^{-1/2} \psi(2^{-j}x - k) \quad (\text{III.23})$$

Le facteur d'échelle dyadique mène à :

$$\phi(t) = \sum_j 2h(j)\varphi(2t - j) \quad (\text{III.24})$$

$$\psi(t) = \sum_j 2g(j)\varphi(2t - j) \quad (\text{III.25})$$

Les équations (III.24) et (III.25) représentent la décomposition de la fonction échelle et de l'ondelette en combinaisons linéaires de la fonction échelle à la résolution haute directement. On note que $h(j)$ et $g(j)$ sont les filtres passe bas et passe haut respectivement lors d'une décomposition par ondelettes [56].

III.5.2 Algorithme de Mallat

Cet algorithme est schématisé par la structure suivante :

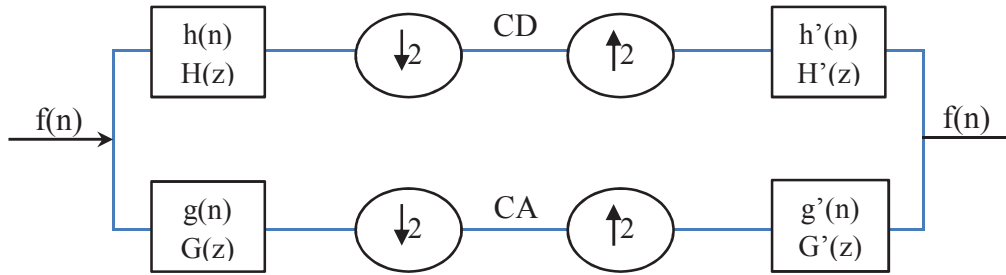


Fig.III.7: Algorithme de MALLAT unidimensionnel

$H(z)$, $G(z)$, $H'(z)$ et $G'(z)$ représentent respectivement la transformée en Z de $h(n)$, $g(n)$, $h'(n)$ et $g'(n)$. Le signal $f(n)$ est décomposé par les deux filtres d'analyse $h(n)$ (filtre basses fréquences) et $g(n)$ (filtre hautes fréquences) pour donner deux vecteurs respectivement CA (Coefficients ondelette d'approximation) et CD (Coefficients ondelette de détails). Tous deux sont de taille approximativement égale à la moitié du vecteur d'origine. Ceci est dû au fait de l'opération de décimation par 2 (down sampling).

La reconstruction parfaite est théoriquement possible. Les deux vecteurs CA et CD, en les faisant passer par un sur-échantillonnage (upsampling) puis un filtrage en utilisant respectivement les filtres $h'(n)$ (filtre passe bas de reconstruction) et $g'(n)$ (filtres passe haut de reconstruction), donnent en somme le vecteur d'origine $f(n)$. Cette étape est appelée décomposition/reconstruction en banc de filtres. Elle est caractéristique aux signaux unidimensionnels.

Le quadruple $(h(n), g(n), h'(n) \text{ et } g'(n))$ forme un banc de filtres miroirs en quadrature [56].

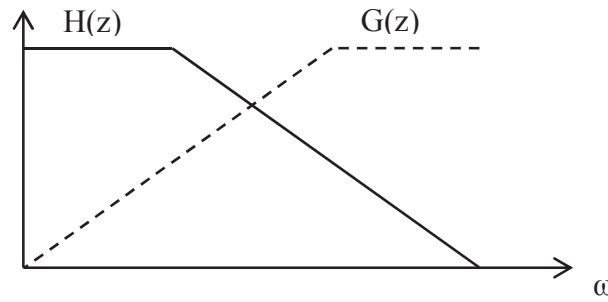


Fig.III.8 : Filtrés miroirs en quadrature

III.5.2 Décomposition en multi-niveau du signal

L'algorithme de Mallat [54] permet de décomposer le signal $f(n)$ en plusieurs niveaux comme illustré à la figure III.9.

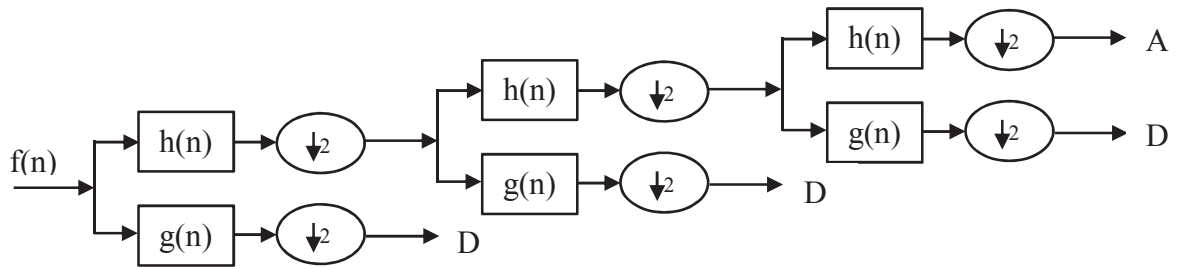


Fig.III.9 : Décomposition en multi-niveau du signal $f(n)$

Où

$$\begin{cases} F_{TOD}(0, k) = D_{k,0} = D_0 \\ F_{TOD}(1, k) = D_{k,1} = D_1 \\ F_{TOD}(2, k) = D_{k,2} = D_2 \end{cases} \quad (\text{III.22})$$

TOD: Transformée en ondelettes discrète.

Le processus de décomposition peut être réitéré, avec des approximations successives étant décomposées alternativement, de sorte qu'un signal soit décomposé en beaucoup de composants de hautes résolutions. Ceci s'appelle l'arbre de décomposition en ondelettes. Puisque le processus d'analyse est itératif, dans la théorie il peut être continué indéfiniment. En réalité, la décomposition peut procéder seulement jusqu'à ce que les différents détails se composent d'un échantillon ou d'un Pixel simple. Dans la pratique, on choisira un nombre approprié de niveaux basés sur la nature du signal à décomposer, ou sur un critère approprié tel que l'entropie. Le signal $f(n)$ est un signal de temps discret pour être décomposé en ses versions approximatives et détaillées en utilisant l'analyse multi-résolutionnel. Les premiers coefficients de décomposition sont A_1 et D_1 , où A_1 est la version approximative du signal original $f(n)$ et D_1 est la représentation détaillée du signal original $f(n)$ qui est défini dans la figure III.13 [54].

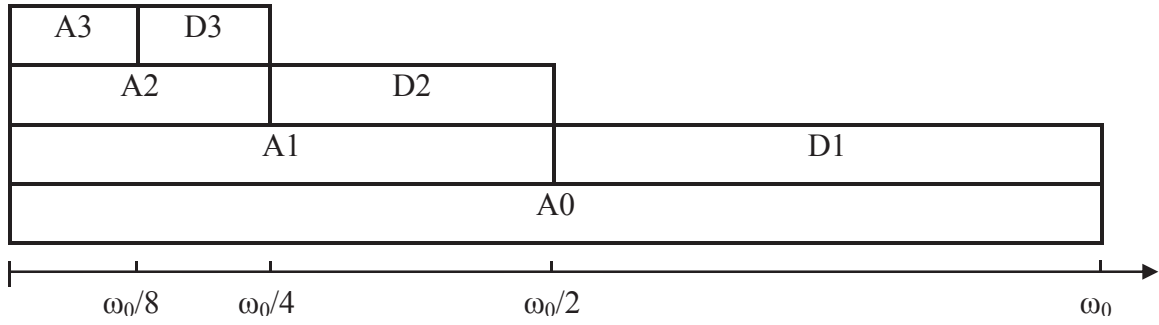


Fig.III.10: Dépendance de l'échelle à la fréquence des ondelettes

Lorsque $h(n)$ et $g(n)$ sont les filtres de décomposition de $f(n)$ dans $D1$ et $A1$ respectivement. Le prochain (en second lieu) niveau de décomposition est basé sur $A1$ et les coefficients sont exprimés comme suit:

$$A_2(n) = \sum_k h(k - 2n)A_1(k) \quad (\text{III.26})$$

$$D_2(n) = \sum_k g(k - 2n)A_1(k) \quad (\text{III.27})$$

Des décompositions de niveau supérieur peuvent être obtenues d'un mode semblable. Les coefficients A_j et D_j sont calculés en utilisant l'algorithme de décomposition d'arbre laissant stockée l'information de base du signal fréquence aussi bien que les discontinuités. Pour décomposer un signal dans la bande de fréquence entière, une décomposition en ondelettes peut être utilisée. Après la décomposition par périodes, nous obtiendrons 2^l bandes de fréquence chacune avec la même largeur de bande :

$$\left[\frac{(i-1)f_n}{2}, \frac{if_n}{2} \right], i = 1, 2, \dots, 2^l \quad (\text{III.28})$$

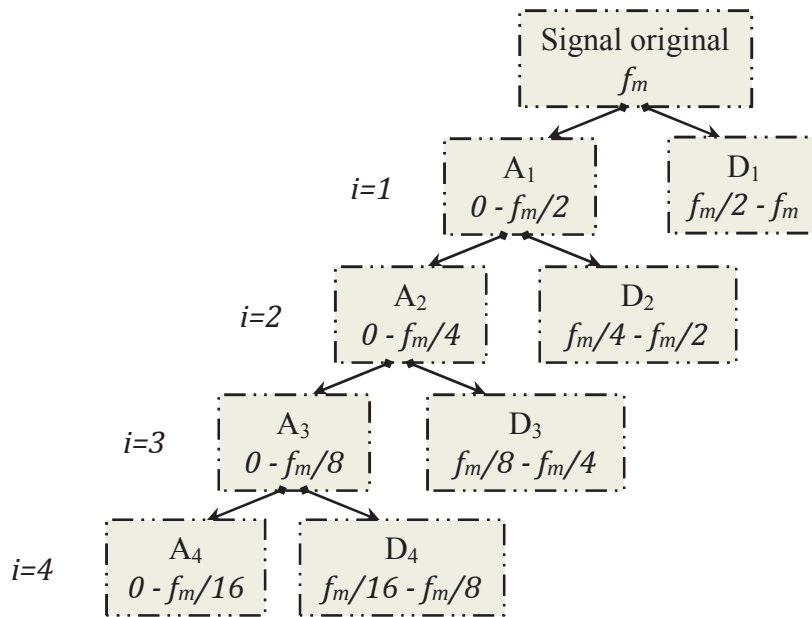


Fig.III.11: Arbre de décomposition d'un signal en quatre niveaux

Telle que f_n est la fréquence de Nyquist dans la bande i de fréquence. D'après la relation (III.28), on peut représenter les différents niveaux de décomposition avec leurs bandes de fréquences (figure III.11).

D'après l'arbre de décomposition (figure III.11), on peut estimer le signal original à n'importe quel niveau par la somme des signaux approximation et de détail. Pour une décomposition en quatre niveaux, le signal original est reconstruit en chaque niveau comme suit :

$$\begin{cases} i = 1, f(n) = A_1(n) + D_1(n) \\ i = 2, f(n) = A_2(n) + D_2(n) + D_1(n) \\ i = 3, f(n) = A_3(n) + D_3(n) + D_2(n) \\ i = 4, f(n) = A_4(n) + D_4(n) + D_3(n) \end{cases} \quad (\text{III.29})$$

$$i = k, f(n) = A_k(n) + D_k(n) + D_{k-1}(n) \quad (\text{III.30})$$

III.6 Critères de Choix d'ondelette analysante

Contrairement à la transformée de Fourier, l'analyse en ondelettes permet une liberté supplémentaire puisque le choix des cellules de la transformée, déduits de l'ondelette analysante, est laissé à l'utilisateur. En outre, on peut préférer la transformée continue (TOC) à la transformée discrète (TOD) si la redondance peut être mise à profit pour l'analyse du signal étudié. On fait le choix contraire si une compression du signal est souhaitée. Dans ce second cas, on doit utiliser des ondelettes à filtres alors que, dans le premier cas, n'importe quelle fonction d'intégrale nulle (égale à zéro) peut convenir.

Il y a plusieurs types et familles d'ondelettes dont les propriétés diffèrent selon les principaux critères suivants [51, 53] :

- L'existence de la fonction d'échelle j donc de filtres associés à l'ondelette ;
- L'orthogonalité ou la biorthogonalité de l'analyse qui en résulte ;
- Le support des fonctions $\psi(t)$ et $\Psi(w)$ et la vitesse de convergence vers 0 quand le temps t ou la fréquence w tend vers l'infini, qui quantifient respectivement la localisation en temps et en fréquence de l'ondelette ;
- La symétrie, qui est utile pour éviter le déphasage ;
- Le nombre de moments nuls de ψ , qui permet de concentrer l'information du signal dans quelques coefficients, ce qui est très utile pour la compression ;
- La régularité, qui est utile pour obtenir des signaux et des images reconstruits lisses et réguliers.

Le tableau III.1 présente une liste de famille d'ondelettes usuelles avec leurs noms courts associés afin de faciliter la lecture [51].

Nom de familles d'ondelette	Nom court
Ondelette de Haar	<i>haar</i>
Ondelette de Daubechies	<i>db</i>
Symlets	<i>sym</i>
Coiflets	<i>coif</i>
Ondelettes biorthogonales	<i>bior</i>
Ondelette de Meyer	<i>meyr</i>
Ondelette de Battle et Lemarié	<i>btlm</i>
Ondelettes gaussiennes	<i>gaus</i>
Chapeau mexicain	<i>mexh</i>
Ondelette de Morlet	<i>morl</i>
Ondelettes gaussiennes complexes	<i>cgau</i>
Ondelettes de Shannon complexes	<i>shan</i>
Ondelettes B-Splines fréquentielles complexes	<i>fbsp</i>
Ondelettes de Morlet complexes	<i>cmor</i>

Tableau III.1 Liste de familles d'ondelettes

Le tableau III.2 regroupe ces familles d'ondelettes suivant diverses propriétés essentielles : existence de filtres associés, orthogonalité ou biorthogonalité, support compact ou non, ondelettes réelles ou complexes [50-51, 55-57].

Analyse discrète			Analyse continue	
Ondelettes à filtres			Ondelettes sans filtres	
Support compact		Support non compact	Réelles	Complexes
Orthogonales	Biorthogonales	Orthogonales	<i>Gaus, mexh, morl</i>	<i>Cgau, shan, fbasp, cmor</i>
<i>Db, haar, sym, coif</i>	<i>Bior</i>	<i>Meyr, btlm</i>		

Tableau III.2 Propriétés principales des familles d'ondelettes

Parmi toute cette panoplie offerte de fonctions d'ondelettes, le choix de celle adaptée n'est pas aisé pour l'utilisateur, Il convient de bien cerner le problème à étudier et d'identifier le type de transformée à utiliser (continue ou discrète).

- ✓ En analyse d'image, souvent il est très nécessaire d'avoir une certaine redondance pour avoir plus d'informations. L'utilisation de la transformée en ondelettes continue TOC est alors recommandée.

- ✓ Par contre, pour une analyse multi-résolution, il est préférable d'utiliser une base d'ondelettes orthonormale et pour un calcul exact, il faut faire appel aux ondelettes à support compact.
- ✓ Dans certaines situations, on peut avoir besoin d'une ondelette indéfiniment dérivable, il faudra alors utiliser une des ondelettes de Meyer.
- ✓ Et pour détecter les frontières, on préférera des ondelettes symétriques.

Par conséquent, Il est clair qu'on ne peut parler d'une ondelette idéale adaptée à tous les cas. A chaque cas particulier correspond une ondelette particulière adaptée. Cependant, le choix est souvent guidé par diverses considérations qui incluent, en particulier, la ressemblance entre le signal analysé et la famille d'ondelettes choisie ou l'utilisation d'un choix empirique.

III.7 Les avantages de la transformée en ondelettes

Le fait que la transformée utilise des fonctions bien localisées dans le plan temps-fréquence lui donne beaucoup d'avantages [51-53] :

- La résolution en fréquence de la transformée dépend du facteur de dilatation par le principe de Heisenberg, on peut donc choisir arbitrairement celle-ci suivant ce que l'on désire analyser.
- Pour des signaux physiques présentant des variations très rapides et des discontinuités, l'analyse en ondelettes est adaptée car l'ondelette va détecter ces variations et les analyser. Cette particularité rend l'analyse en ondelettes complémentaire à l'analyse de Fourier. En effet, avec l'analyse de Fourier, les discontinuités d'un signal ne sont pas facilement analysables.
- La localisation en temps est précieuse pour beaucoup d'applications.
- La transformée en ondelette peut représenter complètement et efficacement un signal quelconque avec peu de coefficients.

III.8 Conclusion

Un aperçu sur les ondelettes continues et discrètes appliqués aux signaux unidimensionnels a bien été détaillé. La transformée en ondelettes offre une plus grande finesse au niveau de l'analyse du signal et permet de mieux s'adapter aux propriétés locales. Cette technique qui propose une analyse très fine des signaux permettra par la suite de construire un outil très efficace dans le domaine de traitement de signal en vue dans le domaine biomédical (diagnostic des signaux biomédicales).

Chapitre IV

Résultats de simulation et discussions

Chapitre IV

Résultats de simulation et discussions

Après avoir acquis les différentes démarches mathématiques, nous passons maintenant à la partie simulation afin de montrer l'intérêt de chaque méthode, leurs avantages et inconvénients. Dans ce chapitre, on va entamer la simulation des méthodes classiques citées dans l'état de l'art des méthodes utilisées dans l'extraction du MSS (chapitre II).

IV.1 Paramètres de simulation

Les différents paramètres de simulation sont donnés dans le tableau IV.1.

Le paramètre	Sa valeur
N : nombre des échantillons	1024 points
F_e : fréquence d'échantionnage	30 MHz
μ_r : l'espacement temporel moyen des réflecteurs	2 μ s
σ : standard déviation de l'espacement temporel $\Delta\tau_{li}$	$\mu/100, \mu/50, \mu/30, \mu/10$
μ_d : l'espacement temporel moyen des diffuseurs	0.1 μ s
SNR : rapport signal sur bruit	5, 10, 20, 30
SNR_S : rapport signal sur bruit de structure composite	0, -5, -10, -15 dB
a_i : Amplitudes des réflecteurs	[0 :1]
b_i : Amplitudes des diffuseurs.	[0 :1]

Tableau IV.1 : Paramètres de simulation

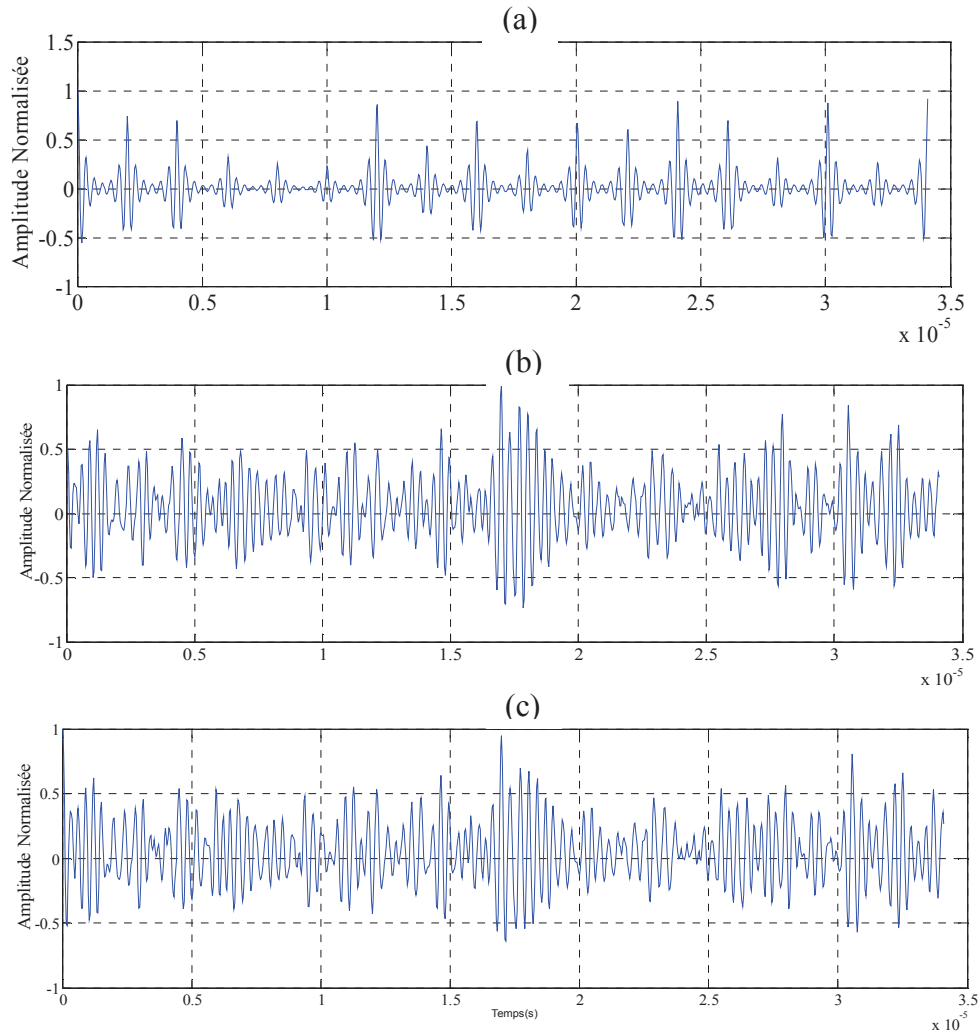


Fig.IV.1 Différents types des signaux échographiques: (a) d'une structure semi- régulière, (b) d'une structure irrégulière et (c) d'une structure composite.

La figure IV.1 montre les différents modèles des signaux échographiques simulés avec le logiciel du traitement du signal MATLAB, le signal échographique d'une structure semi-régulière (Fig.IV.1a), de celle irrégulière (Fig.IV.1b), et un signal d'une structure composite (Fig.IV.1c) avec : $SNR_S = -10$ dB (rapport propre à la structure composite) et $SNR = 30$ dB (rapport signal sur bruit). Ce dernier type de signaux a été utilisé comme un signal échographique simulé afin de comparer les différents résultats simulés d'un celui réel, sur lequel nous avons appliqué les méthodes citées précédemment.

Le signal échographique, représenté dans la figure IV.1a, contient une information sur le degré de la régularité de la structure semi-régulière. Cependant, nous n'avons pas l'accès à cette information, parce que ce signal est dégradé par deux autres types du bruit : le bruit des speckles (représenté par la figure IV.1b et discuté dans le chapitre I) et le bruit de mesure (supposé gaussien de moyen nulle). Notre but ici est d'essayer d'extraire l'espacement moyen à partir du signal échographique altéré par ces deux types du bruit. Pour ce faire, nous allons appliquer les méthodes décrites dans le deuxième et le troisième chapitre. Nous avons parlé des deux problèmes majeurs dans le chapitre I, le degré de la régularité de la structure semi-régulière et la variance des speckles. Nous commençons tout d'abord par le premier problème. Notre but dans cette partie est de voir quelle est la méthode la moins sensible et la plus robuste aux variations de σ et SNR_S .

IV.2 Simulation

Dans la première partie de cette simulation, nous allons garder la puissance de speckles fixe ($SNR_S = -5$ dB) et nous varions la variance de l'espacement moyen des réflecteurs, ces valeurs sont : (a) $\sigma = \mu/100$, (b) $\sigma = \mu/50$, (c) $\sigma = \mu/30$ et (d) $\sigma = \mu/10$.

IV.2.1 Autocorrélation fréquentielle

L'autocorrélation fréquentielle (ACF) du module de spectre de signal échographique a été calculée pour chaque valeur de l'écart type de la structure semi-régulière. Pour $\sigma = \mu/100$ et $\sigma = \mu/50$ nous pouvons remarquer sur la figure IV.2 une suite des pics, dans ce cas le **MSS** est facilement déterminé, il suffit de déterminer l'intervalle entre deux pics successifs, cet intervalle fréquentiel correspond à l'inverse de l'espacement moyen temporel. Cette simple transformation (fréquence-temps) nous permet de comparer entre les intervalles fréquents au lieu de passer par l'inverse (tout en gardant dans l'esprit la liaison entre l'intervalle fréquentielle et l'espacement moyen **MSS**). Pour les deux cas qui restent ($\sigma = \mu/30$ et $\sigma = \mu/10$), il est difficile de déterminer l'espacement moyen **MSS** à cause de la dispersion des valeurs par rapport à la valeur moyenne.

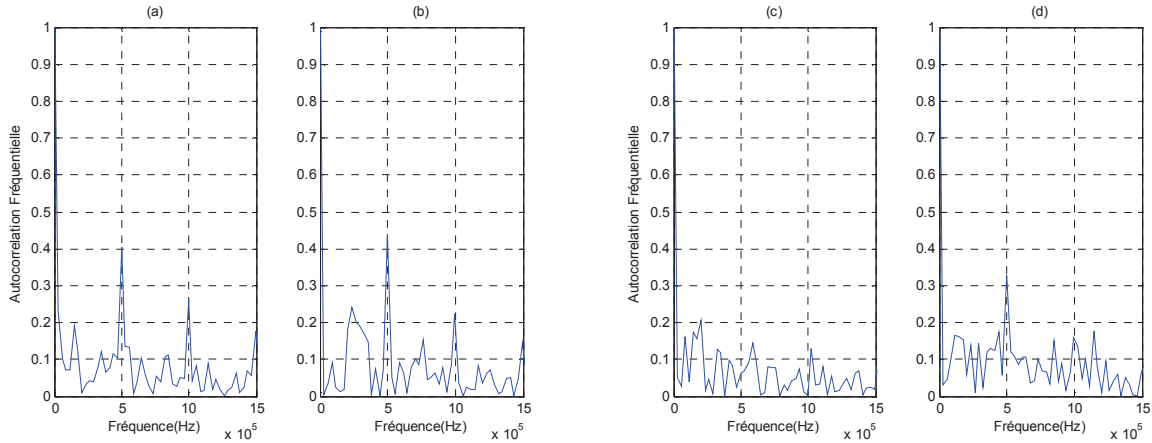


Fig.IV.2 ACF : (a) $\sigma=\mu/100$, (b) $\sigma=\mu/50$, (c) $\sigma=\mu/30$ et (d) $\sigma=\mu/10$.

IV.2.2 La méthode Cepstrale

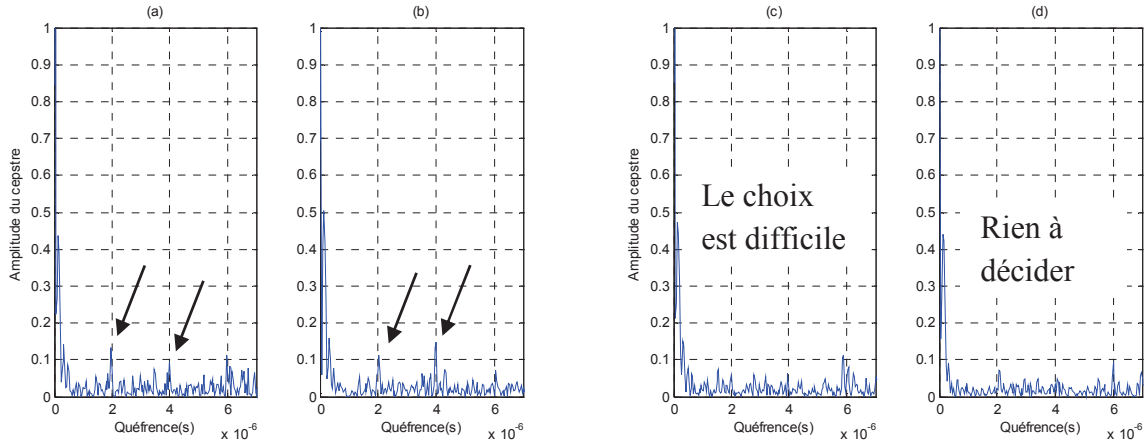


Fig.IV.3 Méthode de Cepstre : (a) $\sigma=\mu/100$, (b) $\sigma=\mu/50$, (c) $\sigma=\mu/30$ et (d) $\sigma=\mu/10$.

La figure IV.3 représente le Cepstre pour différentes valeurs de σ . L'information utile doit se présenter sous forme de raies localisées à un multiple entier de $2\mu s$. Pour $\sigma=\mu/100$, Fig.IV.3a nous avons une raie à $2\mu s$, les autres raies sont peu visibles. Pour $\sigma=\mu/50$, Fig.IV.3.b la raie à $2\mu s$ est toujours visible, toutes les autres sont noyées. En fin aucune information sûre ne peut être exploitée pour $\sigma=\mu/30$ et $\sigma=\mu/10$. En conclusion, dans le cas étudié ($SNR_S=-5dB$), la méthode Cepstrale est trop sensible au bruit (même pour $\sigma=\mu/100$) et donc ne peut être exploitée pour l'estimation de l'espacement moyen (bien qu'elle permet de surmonter la limite de la bande passante du transducteur).

IV.2.3 Méthode paramétrique

IV.2.3.1 Cepstre-AR

Nous passons maintenant aux approches paramétriques et commençons par la méthode combinant la méthode paramétrique AR et le Cepstre (nommée Cepstre-AR).

La figure suivante montre, le Cespstre du signal échographique modélisé par un modèle AR. Nous constatons que le rapport signal-Bruit a été amélioré par rapport la technique du Cepstre seul, mais il reste encore difficile à estimer l'espacement moyen surtout dans le cas c ($\sigma=\mu/30$) et d ($\sigma=\mu/10$).

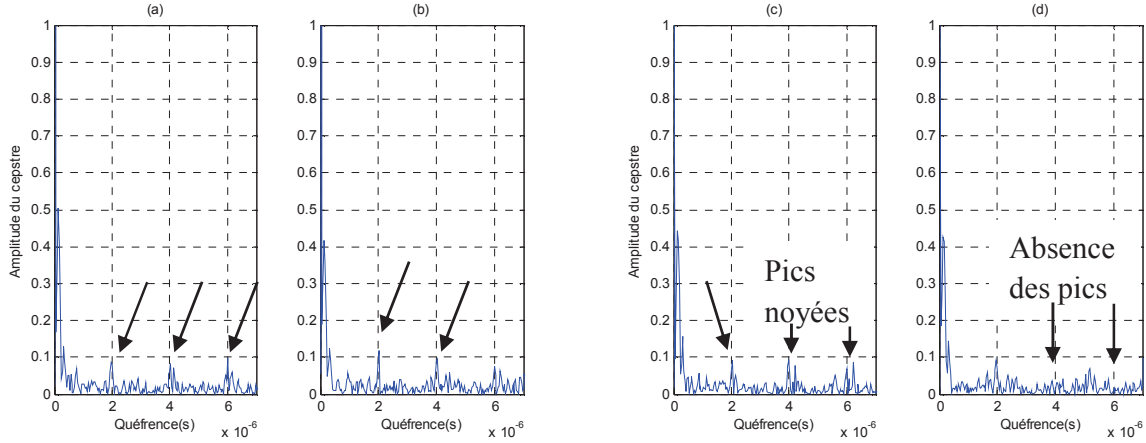


Fig.IV.4 Méthode de Cepstre-AR : (a) $\sigma=\mu/100$, (b) $\sigma=\mu/50$, (c) $\sigma=\mu/30$ et (d) $\sigma=\mu/10$.

Une autre remarque importante, c'est l'absence de quelques pics (cas d pour les méthodes Cepstre et Cepstre-AR). Ceci peut fausser la décision de l'interpréteur. En se basant sur la formule du Cepstre (équation II.61), nous déduisons que la présence ou l'absence des pics dépend des amplitudes des réflecteurs. En d'autres mots, la suite des pics donnés par le Cespstre ne sera pas une suite dont les amplitudes s'amortissent, mais une suite dont l'amplitude est aléatoire. En conclusion, la méthode AR-Cepstre dans le cas étudié n'est pas assez performante pour nous permettre d'extraire l'espacement moyen.

IV.2.3.2 DSP-AR

La quatrième méthode permettant l'estimation de l'espacement moyen est : la méthode (DSP-AR). Nous rappelons que la DSP doit donner une suite de pics correspondante à semi-régularité de la structure, et que ces pics sont altérés par deux bruits : les speckles et le bruit de mesure. Dans ce cas nous allons estimer la DSP en utilisant la méthode paramétrique AR décrite dans le chapitre II. La figure suivante montre les DSPs estimées pour : (a) $\sigma=\mu/100$, (b) $\sigma=\mu/50$, (c) $\sigma=\mu/30$ et (d) $\sigma=\mu/10$.

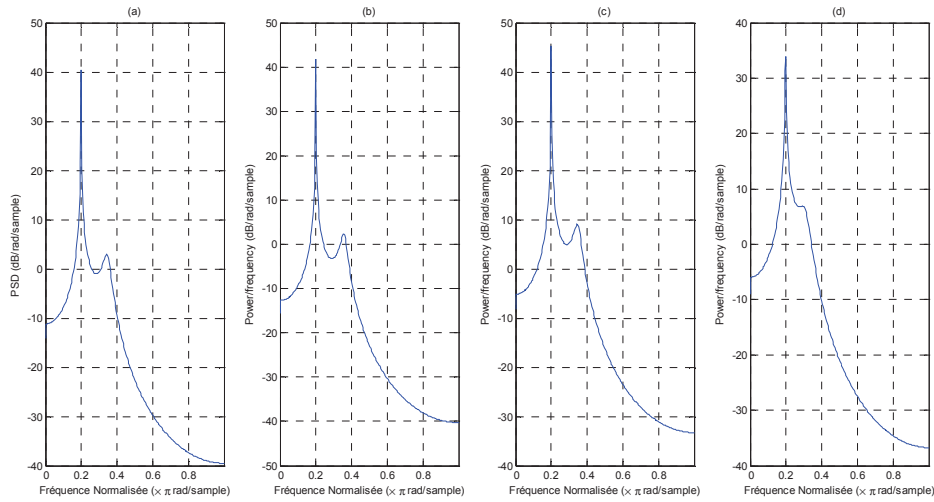


Fig.IV.5 Méthode de DSP-AR : (a) $\sigma=\mu/100$, (b) $\sigma=\mu/50$, (c) $\sigma=\mu/30$ et (d) $\sigma=\mu/10$.

Nous remarquons aussi que la DSP du signal échographique est aussi sensible à la variation de σ . En effet pour $\sigma=\mu/100$, $\sigma=\mu/50$ et $\sigma=\mu/30$ nous avons une suite régulière comparativement avec le dernier graphe $\sigma=\mu/10$. Un avantage des méthodes paramétriques, c'est le lissage de la DSP d'un signal paramétrique.

IV.2.3.3 ACF-AR

Une cinquième méthode permettant l'estimation de l'espacement moyen est : la méthode paramétrique (ACF-AR). Sa contribution est de combiner la méthode paramétrique AR avec l'autocorrélation fréquentielle [42]. Cette méthode est due à trois raisons : la première est que cette voie est le résultat des études des quatre méthodes précédentes : nous avons vu l'autocorrélation fréquentielle, le Cepstre, la méthode AR et une combinaison entre le Cepstre et la méthode paramétrique AR. La deuxième raison est basée sur l'augmentation du nombre des pics pour améliorer l'estimation. La dernière raison, est que nous avons considéré la DSP comme étant une suite périodique noyée dans une suite des pics aléatoire.

La figure suivante montre l'espacement moyen estimé par la méthode ACF-AR, nous constatons que cette méthode a amélioré l'estimation du MSS. Une augmentation de la variance exige une diminution d'estimation du MSS, donc cette méthode est sensible à la variation de la variance.

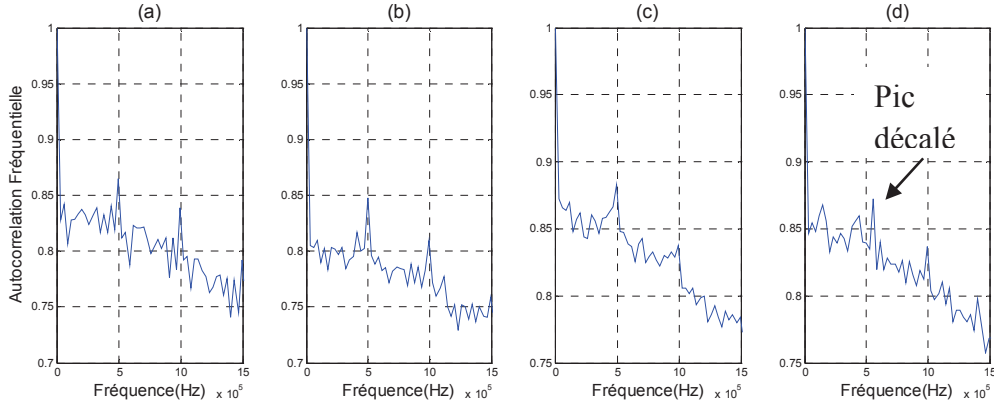


Fig.IV.6 Méthode de ACF-AR : (a) $\sigma=\mu/100$, (b) $\sigma=\mu/50$, (c) $\sigma=\mu/30$ et (d) $\sigma=\mu/10$.

IV.3 Effet de la puissance du speckle

Après avoir étudié l'effet de la variation de la régularité de structure semi-régulière, nous passons à l'effet de puissance des speckles. Dans cette partie nous allons travailler seulement avec les deux méthodes Cepstre-AR et ACF-AR. Nous gardons la variance $\sigma=\mu/50$ et nous varions le rapport de la structure SNR_S . La figure suivante montre les différents signaux échographiques pour chaque valeur du SNR_S .

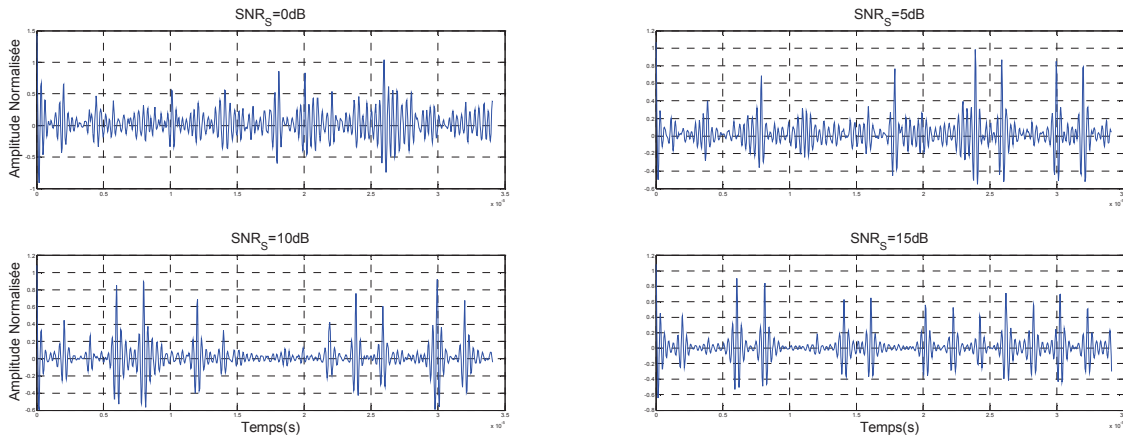


Fig.IV.7 Signaux échographiques simulés pour différentes valeurs du SNR_S $\sigma=\mu/50$.

Comme nous le constatons que pour la dernière valeur du rapport SNR_S l'information est totalement noyée. Nous appliquons maintenant les deux méthodes Cepstre-AR et ACF-AR sur les différents signaux échographiques, puis nous estimons l'espacement moyen entre diffuseurs.

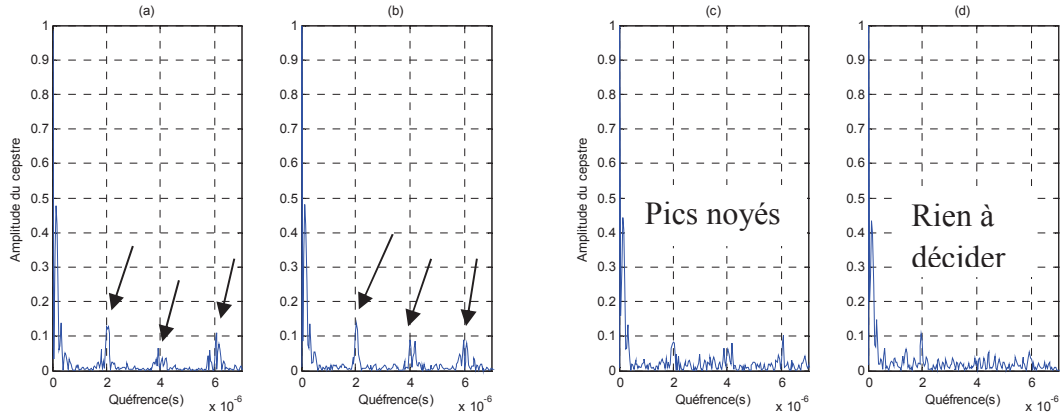


Fig.IV.8 Méthode Cepstre-AR: (a) $SNR_S=0dB$, (b) $SNR_S=5dB$, (c) $SNR_S=10dB$ et (d) $SNR_S=15dB$.

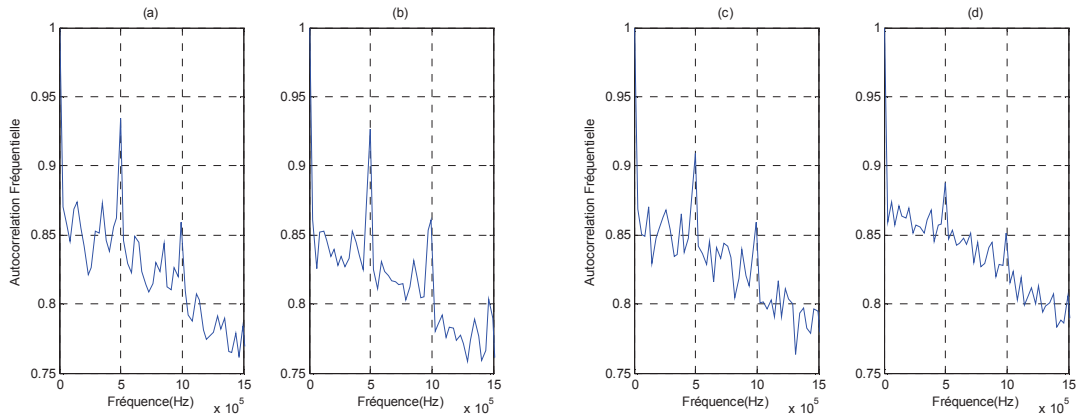


Fig.IV.9 Méthode ACF-AR: (a) $SNR_S=0dB$, (b) $SNR_S=5dB$, (c) $SNR_S=10dB$ et (d) $SNR_S=15dB$.

Les figures Fig.IV.8 et IV.9 montrent les différents résultats de simulation. Nous constatons que les deux méthodes arrivent à estimer l'espacement moyen pour $SNR_S=0$ et $5dB$. Pour les deux cas qui restent, l'information cherchée est noyée pour la méthode du Cepstre-AR et aucune information sûre ne peut être exploitée pour $SNR_S=10dB$ et $SNR_S=15dB$. Avec la méthode ACF-AR on peut estimer la valeur de **MSS** jusqu'à $SNR_S=10dB$, pour la valeur de $SNR_S=15dB$, il commence des difficultés à décider la valeur de **MSS**. Nous passons maintenant à une conclusion avant d'entamer l'utilisation de la transformée en ondelettes dans le dernier chapitre.

IV.4 Conclusion

Dans cette partie nous avons fait une comparaison entre les quatre méthodes proposées l'autocorrélation fréquentielle, le Cepstre, le Cepstre combiné avec la méthode paramétrique AR, et la méthode paramétrique AR. Deux problèmes sont étudiés : le degré de la régularité de la structure semi-régulière mesuré par σ , et la puissance du speckles mesurée par le rapport SNR_S.

Les résultats de simulation ont montré l'intérêt de la méthode Cepstre-AR et la méthode proposée ACF-AR par rapport aux autres méthodes. ACF-AR est moins sensible au bruit par rapport à la méthode Cepstre-AR. Malheureusement ces deux méthodes doivent être prises sous trois conditions (citées précédemment) :

1. Le nombre p de paramètres de modèle AR. En effet le choix non convenable de cet ordre change l'espacement moyen. Si l'ordre est inférieur à celui du signal nous aurons un manque des pics, et par conséquent l'estimation est fausse. De la même façon si l'ordre est supérieur nous aurons un modèle surestimé (des pics qui ne correspondent pas à la fréquence propre de modèle). Le choix de l'ordre p ne dépend pas du critère spécifique [39], mais il dépend du problème (en d'autres mots, dépend de statistiques du signal et l'allure de son spectre).
2. La non-stationnarité du signal, ce qui explique la non-statistique des estimateurs.
3. La non-gaussienté du signal échographique : cette hypothèse n'est pas toujours vérifiée.

Chapitre V

Application de la technique
des ondelettes à la détermination du MSS

Chapitre V

Application de la technique des ondelettes à la détermination du MSS

La transformée en ondelettes possède de nombreuses caractéristiques qui en font un outil adapté à l'analyse du signal ultrasonore. Parmi ces caractéristiques, sa bon localisation en temps et en échelle (fréquence), similitude élevée du signal (on peut adapter la structure d'ondelettes au signal analysé), la bande passante relative constante (ce qui permet une estimation des composantes de fréquence à haute résolution), et orthogonalité (critique pour faire correspondre un élément de base unique à une partie du signal). La structure du banc de filtres de la DWT corrèle le signal ultrasonore avec le noyau d'ondelettes dans des échelles différentes.

Dans ce dernier chapitre, nous présentons la technique des ondelettes sur le signal échographique. Le traitement est réalisé à l'aide de logiciel MATLAB qui offre un outil de traitement par la technique des ondelettes (WAVELET TOOLBOX), cette boîte d'outils nous permettra de réaliser les différentes applications.

V.1 Transformée en ondelettes discrète du signal échographique

Le signal échographique est écrit comme suit :

$$y(n) = y_r(n) + y_d(n) + w(n), \quad n \in [1, N] \quad (V.1)$$

N est la longueur de $y(n)$. Le terme $w(n)$ représente le bruit blanc gaussien. Les termes $y_r(n)$ et $y_d(n)$ représentent la structure régulière et la structure irrégulière (de diffusion) du signal échographique respectivement.

Utilisant la propriété de linéarité de la transformée en ondelette (chapitre III), La transformée en ondelettes discrète de l'équation (V.1) est donnée par,

$$W_{2^j}y(n) = W_{2^j}y_r(n) + W_{2^j}y_d(n) + W_{2^j}w(n), \quad j = 1, 2, \dots, J \quad (V.2)$$

Où les termes $W_{2^j}y_r(n)$, $W_{2^j}y_d(n)$ et $W_{2^j}w(n)$ représentent respectivement la transformée en ondelettes de $y_r(n)$, $y_d(n)$ et $w(n)$ à l'échelle de décomposition j .

Le problème d'extraction des informations du signal est équivalent au problème de l'extraction de $W_{2^j}y_r(n)$ à partir de la séquence $W_{2^j}y(n)$ en présence de la composante $W_{2^j}y_d(n) + W_{2^j}w(n)$.

Nous pouvons appliquer l'algorithme de débruitage et de reconstruction des signaux dans le domaine des ondelettes de Mallat [57] pour le signal $y(n)$, même en présence de bruit de mesure et le bruit de speckle. La séparation est réalisée dans l'espace d'échelle d'ondelettes, en exploitant le comportement de la transformée en ondelettes à différentes échelles en décomposition j .

- $W_{2^j}y_r(n)$ est due à la structure des diffuseurs réguliers (qui est le signal d'intérêt pour notre problème) du signal $y(n)$. La méthode utilisée pour estimer le MSS dépend de l'observation principale que les diffuseurs réguliers conduira à des points de forte variation dans le signal $y(n)$, à un moment correspondant à sa position dans l'espace. Le comportement de $W_{2^j}y_r(n)$, à travers les échelles j , de tels signaux est bien connu et largement exploitée dans la littérature de traitement du signal en ondelettes [24, 51, 57]. Lorsqu'une variation brusque dans $y(n)$ existe pour $n=n_k$, donc $W_{2^j}y_r(n)$ existe dans toutes les échelles j , $j = 1, 2, \dots, J$.

- $W_{2^j}w(n)$ pour le bruit d'observation, qui est un processus blanc, seront concentrés dans les échelles inférieures (par exemple, $j = 1, 2$), et va progressivement disparaître [59] à partir des échelles supérieures telles que $j=J-2, J-1, J$, se réduire de moitié pour chaque augmentation de l'échelle j . Ainsi, l'effet de bruit blanc peut être éliminé essentiellement en considérant $W_{2^j}w(n)$ avec des échelles j supérieures. C'est un avantage important dans la technique de transformation en ondelettes, elle permet d'une manière facile de négliger l'effet du bruit.

- Le bruit de speckle est un processus aléatoire coloré, et à ce titre le comportement de sa transformée en ondelettes à travers les échelles dépend de la nature de «couleur». Dans notre problème, nous prévoyons que le $W_{2^j}y_d(n)$ à disparaître surtout à des échelles inférieures (par exemple $j = 1$) ainsi que de très hautes échelles (par exemple $j=J$).

V.2 Critère du choix de niveau de décomposition et l'ondelette mère

L'extraction des informations des signaux transitoires ou permanents nécessite des choix judicieux pour certains paramètres tels que, le niveau de décomposition, le type de l'ondelette mère et l'ordre de l'ondelette.

V.2.1 Niveau de décomposition

En général, la transformée en ondelettes discrète est calculé théoriquement pour les échelles $s=2^j$, pour tout j . Cependant, nous pouvons limiter le paramètre d'échelles qui est nécessaires pour le calcul de la transformée en ondelette discrète à $j = 1, \dots, J$ sur la base de la nature du signal à l'étude.

Le nombre approprié de niveaux de la décomposition (n_{LS}) dépend de la fréquence d'échantillonnage (f_s) du signal à analyser. Pour chacune des approches de diagnostic basées sur la décomposition en ondelettes, le nombre de niveau doit être choisi judicieusement afin de permettre aux signaux à niveau élevé (approximation et détails) de couvrir toute la gamme des fréquences, à partir de la condition suivante, on peut calculer le nombre minimum de niveaux de décomposition nécessaire pour obtenir un signal d'approximation de sorte que la limite supérieure de sa bande de fréquence associée soit sous ou au voisinage de la fréquence fondamentale [60] :

$$2^{-(n_{LS}+1)}f_s < f$$

En effet, le niveau de décomposition du signal d'approximation qui inclut les harmoniques autour du fondamental, est le nombre entier ($N_{LS}=n_{LS}+2$) exprimé par :

$$n_{LS} = \text{int}\left(\frac{\log(f_s/f)}{\log(2)}\right)$$

Donc le nombre de décomposition recommandé est de :

$$N_{LS} = \text{int}\left(\frac{\log(f_s/f)}{\log(2)}\right) + 2$$

Donc pour une fréquence de sortie de transducteur de 3 MHz et une fréquence d'échantillonnage de 30 MHz, le nombre de décomposition recommandé est de :

$$N_{LS} = \text{int} \left(\frac{\log(30\exp(6)/3\exp(6))}{\log(2)} \right) + 2 = 5 \text{ niveaux}$$

V.2.2 Choix d'ondelette analysante

Il n'y a pas une ondelette qui soit meilleure qu'une autre. Tout dépend de l'application utilisée. Dans certains cas, l'ondelette la plus simple (Haar) sera optimale. Pour d'autres applications, ce sera le pire des choix possibles. Pour la plupart des applications, il est désirable d'avoir le plus de coefficients d'ondelettes nuls et donc plus de moments nuls implique une meilleure transformation. Cependant, les ondelettes ayant un plus grand nombre de moments ont aussi un support plus grand ce qui signifie que si la fonction ou le signal a des discontinuités brusques, elle sera plus sujette aux phénomènes de Gibbs.

Les ondelettes que l'on utilise souvent dans le cadre du traitement du signal monodimensionnel discret sont les ondelettes de Daubechies. Pour la transformée rapide en ondelettes (DWT), les fonctions sont définies par un jeu d'indices que l'on désigne sous l'appellation "coefficients des filtres en ondelettes". Les ondelettes de Daubechies à support compact sont des fonctions à p moments nuls, leur régularité augmente avec p , elles ont la propriété importante d'offrir le plus petit support pour un nombre p de moments nuls. En fait, plus le support de la base est petit, plus les calculs deviennent rapides.

V.3 Bandes de fréquences des niveaux de décomposition

Le domaine de fréquence peut être divisé pour différents échelles en des bandes de fréquences $[\frac{f_m}{2^j}, \frac{f_m}{2^{j-1}}]$, f_m est la fréquence maximale du signal $y(n)$.

Prenons $f_m = f_e/2$, les bandes de fréquence des niveaux de décomposition peuvent être écrites comme $[\frac{f_e}{2^{j+1}}, \frac{f_e}{2^j}]$

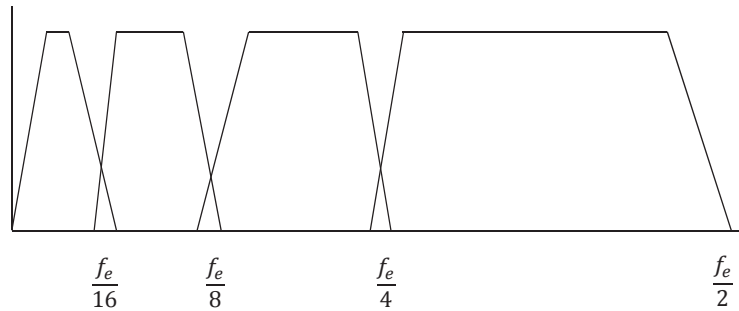


Fig.V.1 Bandes de fréquences des différents niveaux de décomposition

Le Tableau suivant indique les différentes bandes de fréquence obtenues par la décomposition en ondelettes discrète.

Niveau	Bandes de fréquences Approximations		Bandes de fréquences Détails	
j=1	A1	[0, 15M]	D1	[15M, 30M]
j=2	A2	[0, 7.5M]	D2	[7.5M, 15M]
j=3	A3	[0, 3.75M]	D3	[3.75M, 7.5M]
j=4	A4	[0, 1.875M]	D4	[1.875M, 3.75M]
j=5	A5	[0, 937.5K]	D5	[937.5K, 1.875M]
j=6	A6	[0, 468.75K]	D6	[468.75K, 937.5K]
j=7	A7	[0, 234.375K]	D7	[234.375K, 468.75K]

Tableau V.1 : Bandes de fréquences obtenues par la décomposition en multi-niveau

V.4 Résultats obtenus par l'application de la technique des ondelettes

Le signal échographique, représenté dans la figure Fig.V.2, contient une information sur le degré de la régularité de la structure semi-régulière. Cependant, nous n'avons pas l'accès à cette information, parce que ce signal est dégradé par deux types du bruit : le bruit des speckles (discuté dans le chapitre I) et le bruit de mesure (supposé gaussien de moyen nulle). Notre but ici est d'essayer d'extraire l'espacement moyen à partir du signal échographique altéré par ces deux types du bruit. Pour ce faire, nous allons appliquer la décomposition par la transformée en ondelettes discrète décrite dans le troisième chapitre. Nous avons parlé des deux problèmes majeurs dans le chapitre I, le degré de la régularité de la structure semi-régulière et la variance des speckles. Nous commençons tout d'abord par le premier problème. Notre but dans cette partie est de voir la robustesse de cette méthode aux variations de σ et SNR_S.

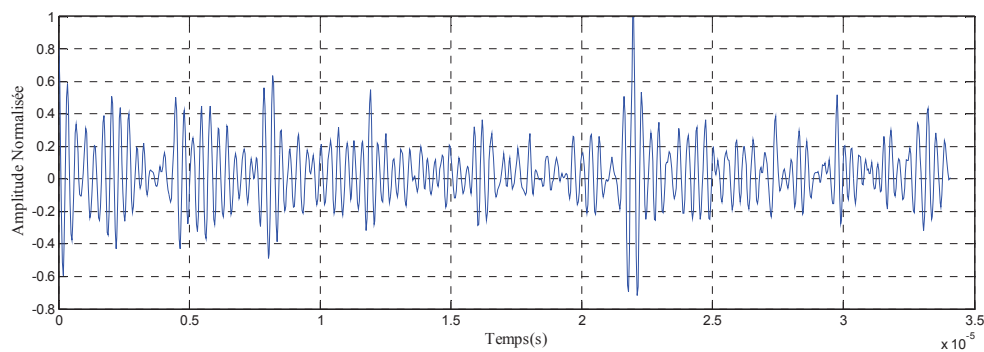


Fig.V.2 Modèle de signal échographique

Appliquant la décomposition du signal échographique décrit précédemment selon l'équation (V.2) par la transformée en ondelettes.

La figure V.3 présente le signal $y(n)$ et les composantes de la transformée en ondelettes discrète $W_y(u, 2^j)$ pour les six échelles $j=1, 2, \dots, 6$ à gauche l'information d'approximation (a_1, a_2, a_3, a_4, a_5 et a_6) et à droite les détails (d_1, d_2, d_3, d_4, d_5 et d_6). On observe que l'information de période apparaît de plus en plus évidemment avec l'augmentation des échelles. C'est parce que la structure régulière $y_r(n)$ est dominant sur les bandes de basse fréquence. Par conséquent, nous intéressons par les structures de décomposition en ondelette aux hautes échelles (basses fréquences) au lieu de mesurer directement du MSS à partir du signal originale.

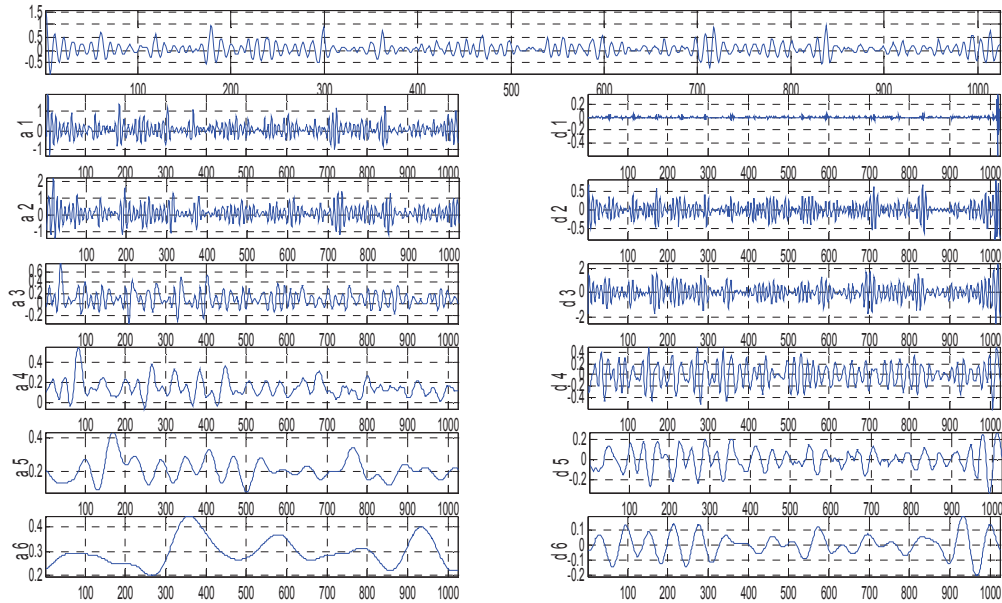


Fig.V.3 Détails et Approximations de la transformée en ondelette discrète du signal $y(n)$ $\sigma=\mu/100$ utilisant l'ondelette mère db9

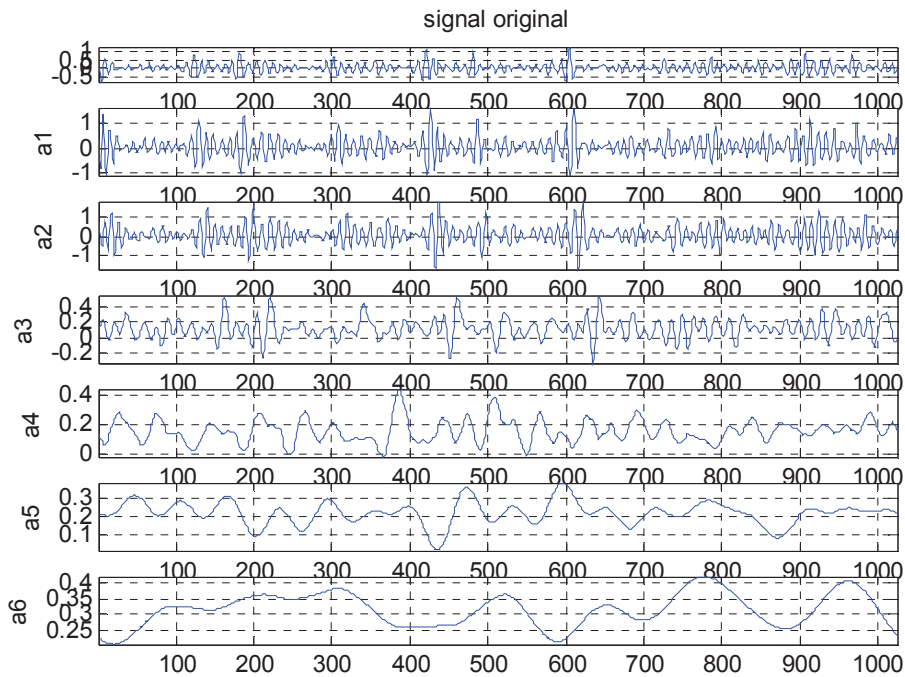


Fig.V.4 Approximations de TOD du signal $y(n)$ $\sigma=\mu/100$ utilisant l'ondelette mère db9

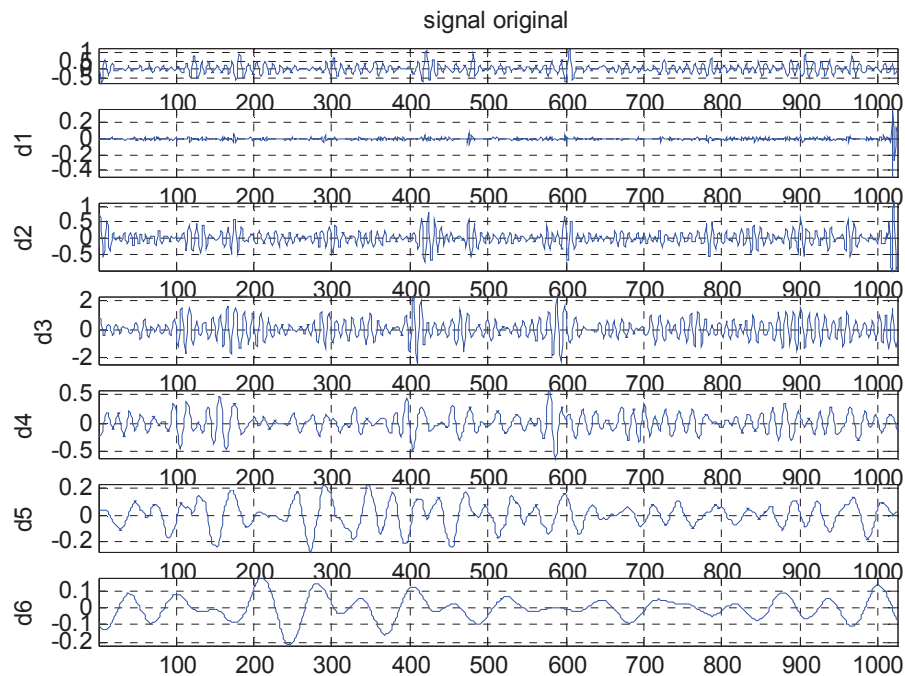


Fig.V.5 Détails de TOD du signal $y(n)$ $\sigma=\mu/100$ utilisant l'ondelette mère db9

D'après les deux dernières figures, nous constatons que la périodicité devient plus claire à mesure que l'échelle j augmente, jusqu'à le niveau 6, au-delà, l'information commence à perdre à partir des niveaux les plus hauts.

Nous constatons que les niveaux A4, A5, D5 et D6 renseignent bien sur l'information de fréquence existe dans la structure régulière du signal échographique, dans la suite, on décompose le signal échographique ($SNR_S=5dB$ et $SNR=20dB$) pour différentes valeurs de variance et on calcule les spectres de fréquences pour les niveaux A4, A5, D5 et D6 de la transformée en ondelettes des différents modèles ($\sigma=\mu/100$, $\mu/50$, $\mu/30$ et $\mu/10$) afin de déterminer le MSS,

a) $\sigma=\mu/100$,

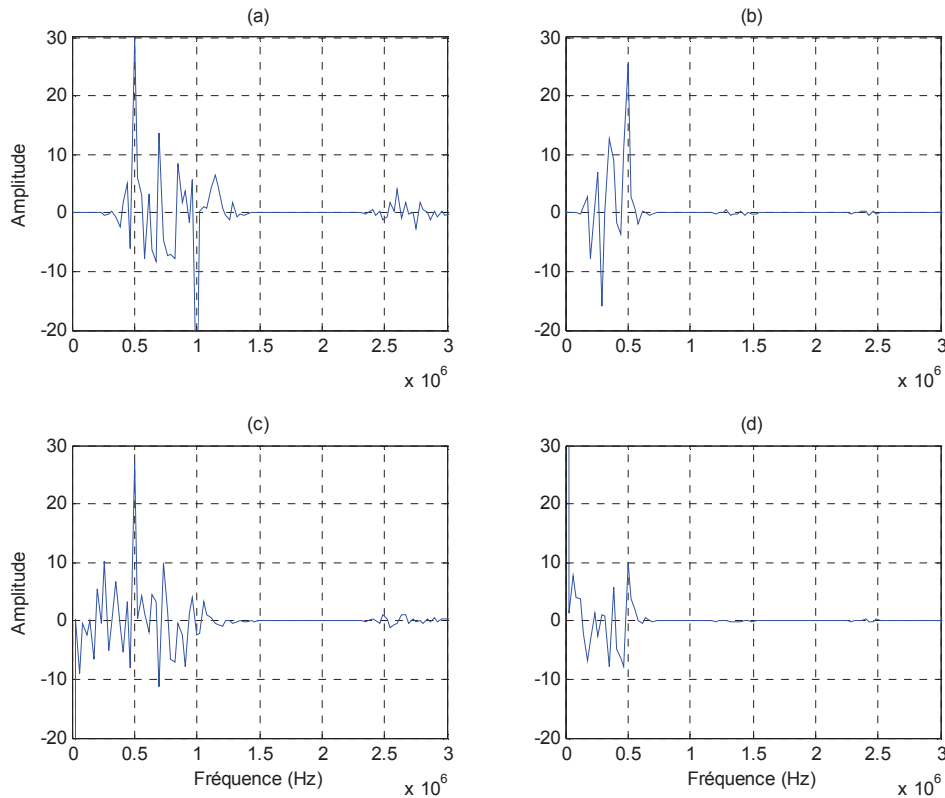


Fig.V.6 Spectre de fréquences des niveaux: (a) D5, (b) D6, (c) A4 et (d) A5.

b) $\sigma = \mu/50$,

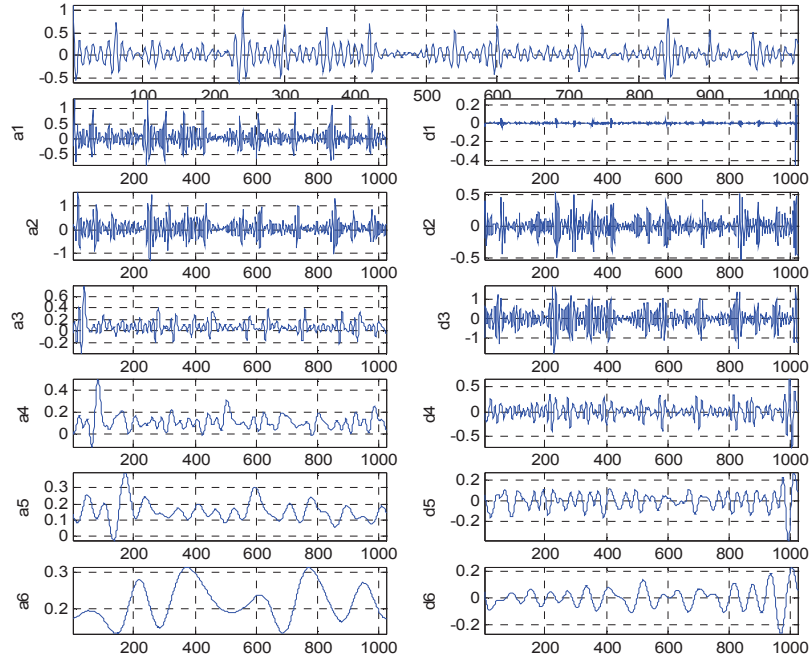


Fig.V.7 Détails et Approximations de TOD du signal $y(n)$ utilisant l'ondelette mère db9

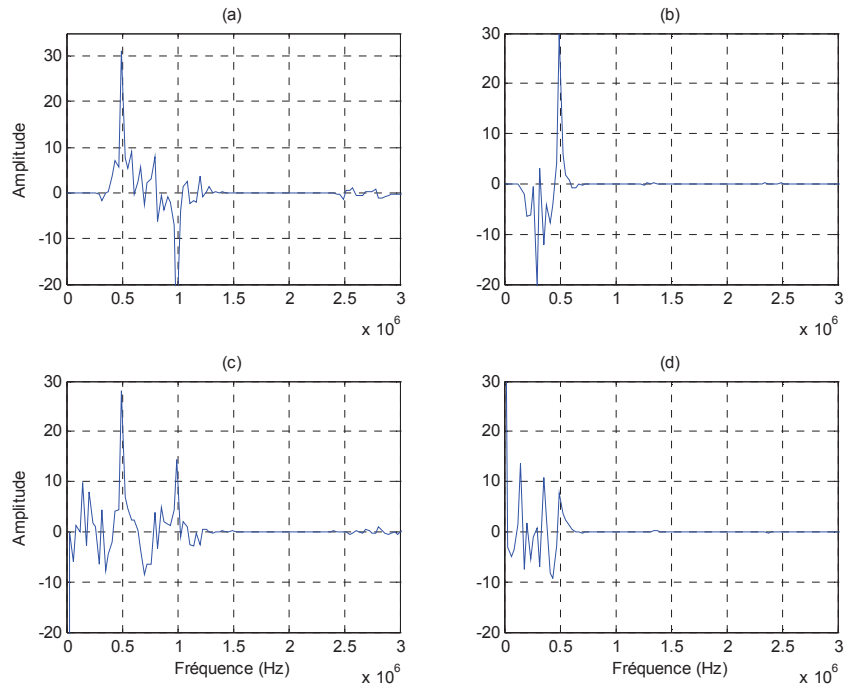


Fig.V.8 Spectre de fréquences des niveaux: (a) D5, (b) D6, (c) A4 et (d) A5.

c) $\sigma = \mu/30$

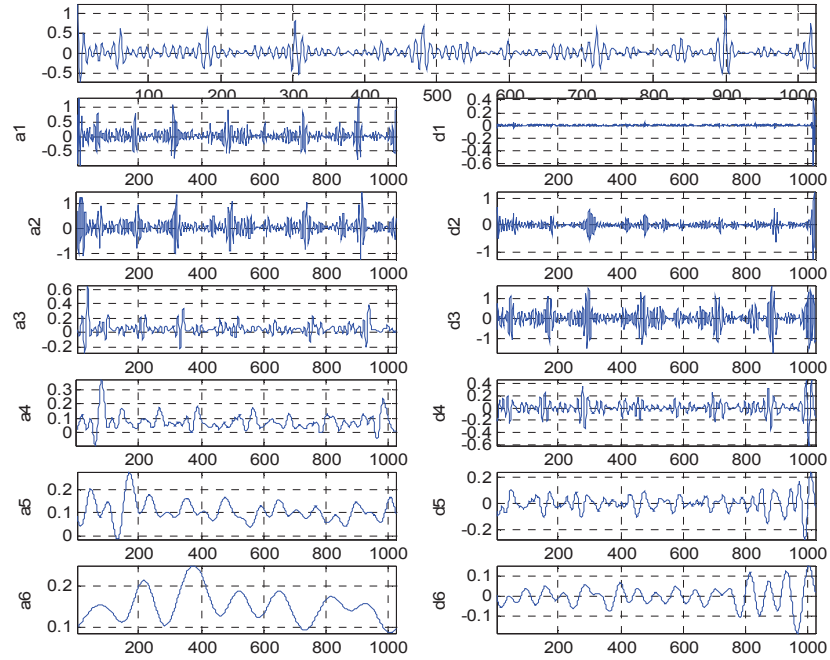


Fig.V.9 Détails et Approximations de TOD du signal $y(n)$ utilisant l'ondelette mère db9

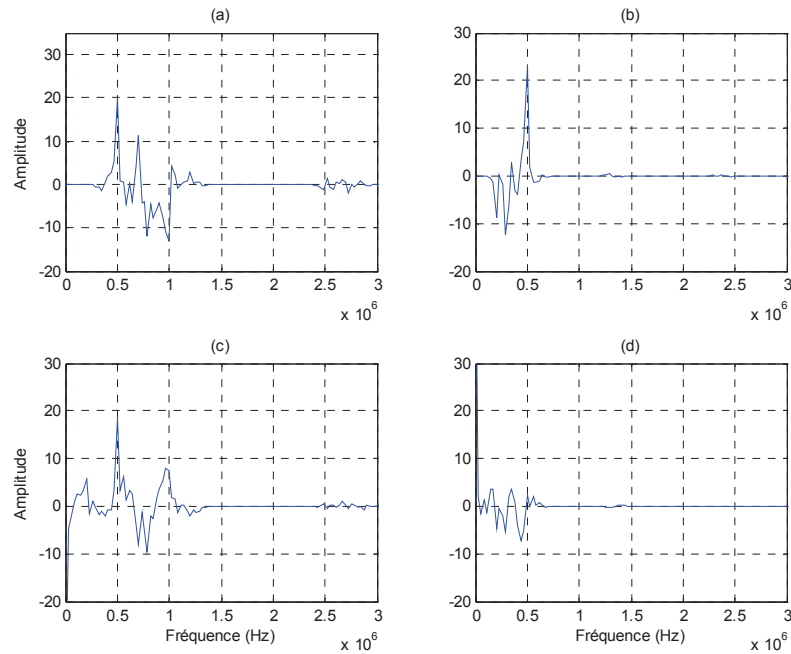


Fig.V.10 Spectre de fréquences des niveaux: (a) D5, (b) D6, (c) A4 et (d) A5.

d) $\sigma=\mu/10$

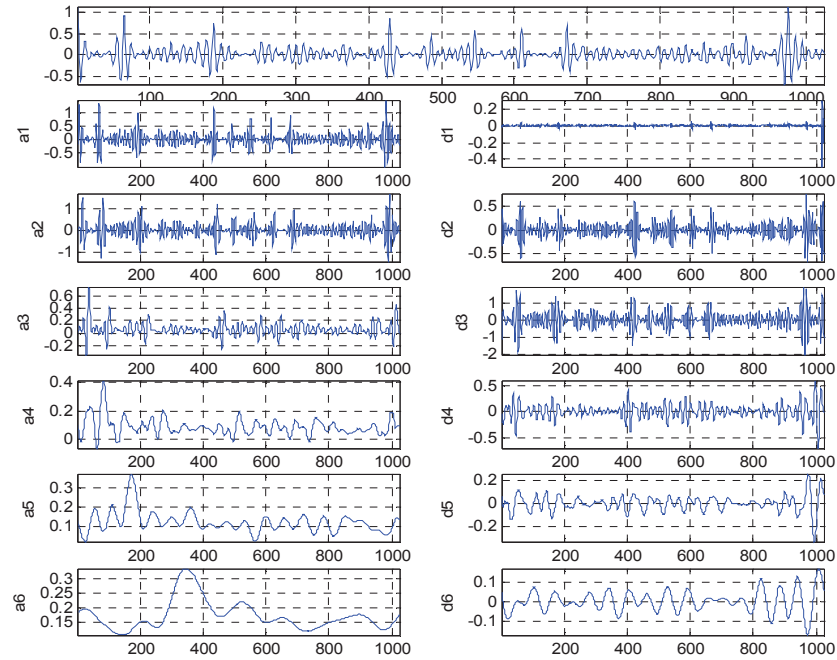


Fig.V.11 Détails et Approximations de TOD du signal $y(n)$ utilisant l'ondelette mère db9

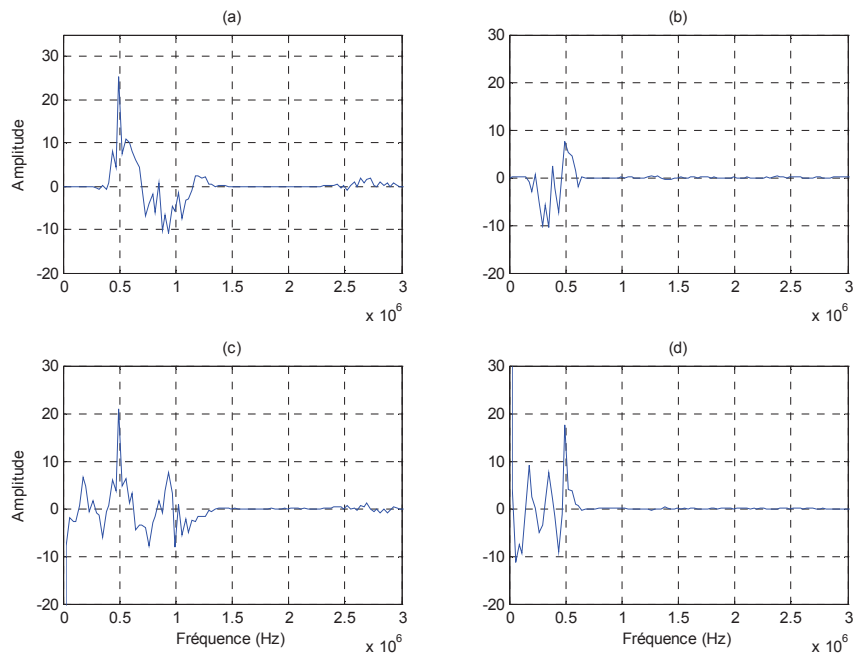


Fig.V.12 Spectre de fréquences des niveaux: (a) D5, (b) D6, (c) A4 et (d) A5.

La décomposition des différents modèles par la transformée en ondelettes discrète montre pour tous les valeurs de variance, un signal pseudopériodique pour les valeurs élevées des échelles (A4, A5, D5 et D6) qui correspond au pseudo périodicité de la structure semi-régulière du signal échographique.

Le calcul des spectres de fréquences des niveaux A4, A5, D5 et D6 nous permettre d'extraire les fréquences qu'ils contiennent, on remarque la présence d'un pic correspond à la valeur du 0.5MHz dans tous les spectres (pic commun), l'inverse de la valeur du période $2\mu s$ initialement déclaré dans le modèle du signal échographique, donc on conclut qu'avec la présence des deux types de bruits la décomposition du signal par la transformée en ondelettes nous permettre d'extraire le MSS même pour les grandes valeurs de variance ($\sigma=\mu/30$ et $\sigma=\mu/10$) au contraire aux autre méthodes citées précédemment et qu'elles sont utiles que pour des petites valeurs de variance ($\sigma=\mu/100$, $\sigma=\mu/50$).

Les graphes Fig.V.6, Fig.V.8, Fig.V.10 et Fig.V.12 présentent un pic à la valeur de 0.5MHz pour les quatre niveaux choisis A4, A5, D5 et D6, en plus il très facile de décider la valeur de MSS surtout pour le niveau A4, qu'il s'avère suffisant d'extraire la valeur de MSS à partir ce niveau, pour plus de précision et ne pas rater la valeur exacte de MSS on propose le témoignage des autres niveaux A5, D5 et D6.

V.5 Effet de puissance de speckle sur la décomposition en TOD du signal échographique

Après avoir étudié l'effet de la variation de la régularité de structure semi-régulière, nous passons à l'effet de puissance des speckles sur la décomposition en TOD du signal échographique. Dans cette partie, Nous gardons la variance $\sigma=\mu/50$ et nous varions le rapport de la structure SNR_S. La figure suivante montre les différents signaux échographiques pour chaque valeur du SNR_S.

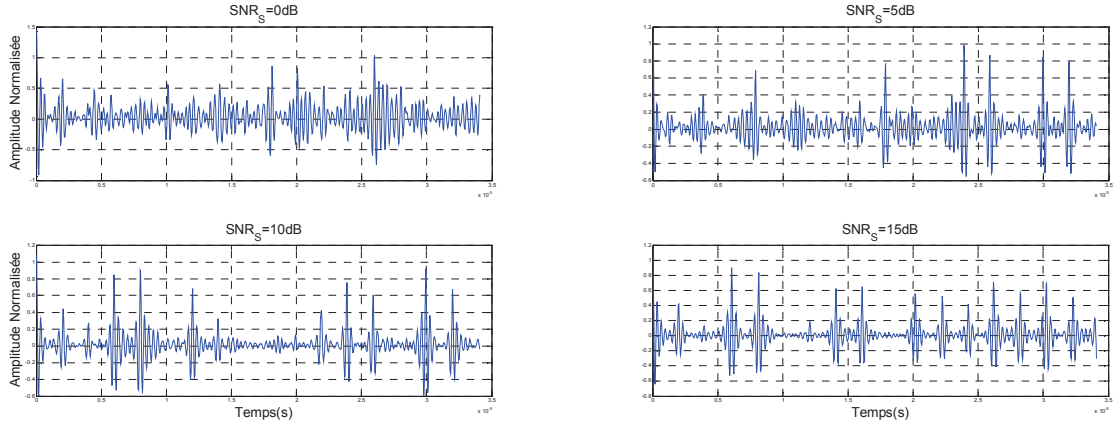


Fig.V.13 Signaux échographiques simulés pour différentes valeurs du rapport SNR_S
 $\sigma=\mu/50$.

Dans la suite la décomposition du signal échographique pour différentes valeurs de SNR_S (0dB, 5dB, 10dB et 15dB) est présentée avec les spectres des niveaux A4, A5, D5 et D6

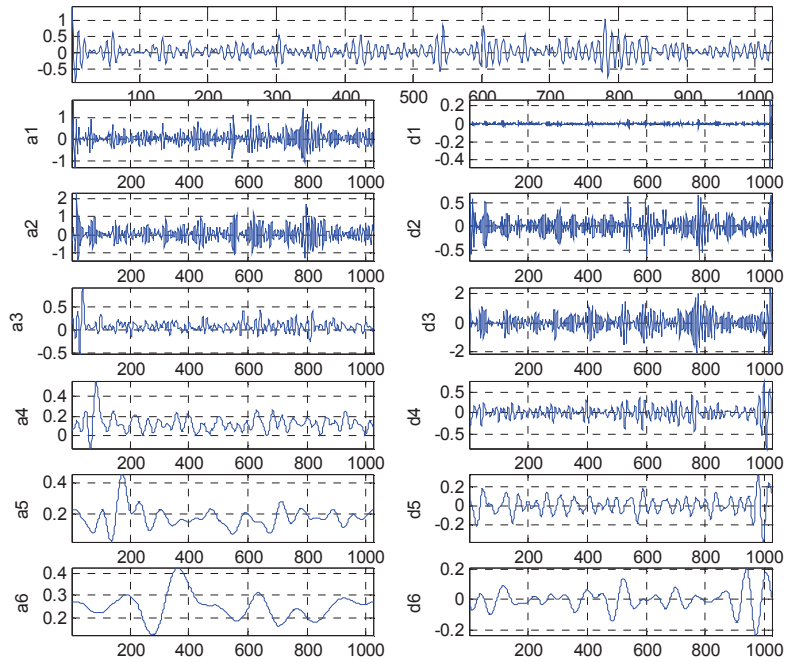


Fig.V.14 Détails et Approximations de TOD du signal $y(n)$, $SNR_S=0dB$.

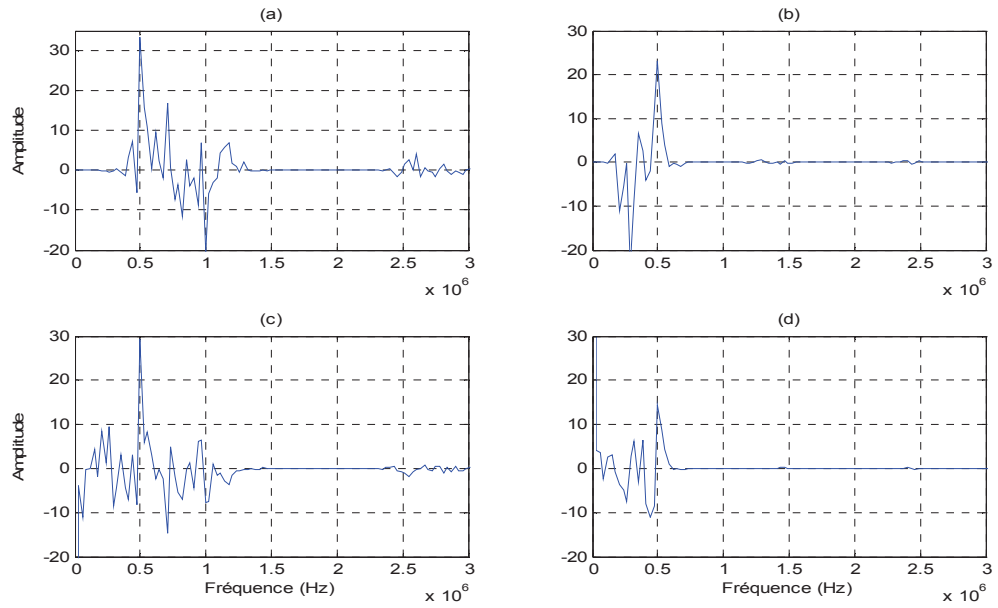


Fig.V.15 Spectre de fréquences des niveaux: (a) D5, (b) D6, (c) A4 et (d) A5 (SNR_S=0dB).

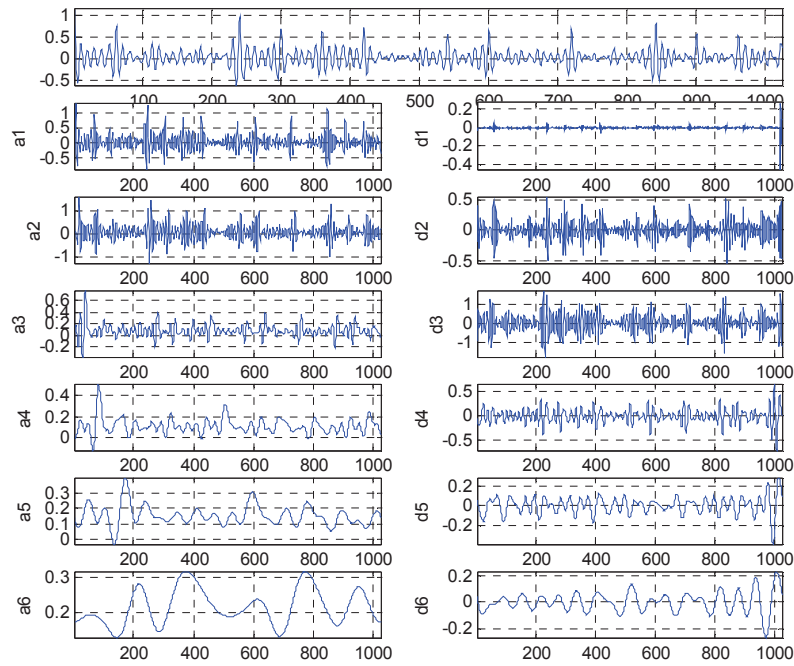


Fig.V.16 Détails et Approximations de TOD du signal $y(n)$, SNR_S=5dB.

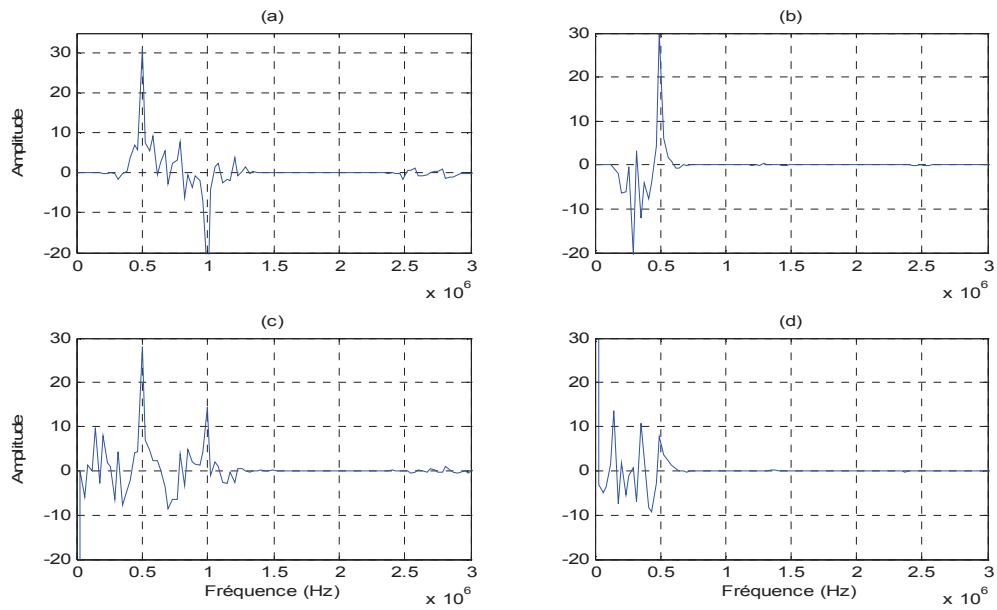


Fig.V.17 Spectre de fréquences des niveaux: (a) D5, (b) D6, (c) A4 et (d) A5 ($SNR_S=5dB$).

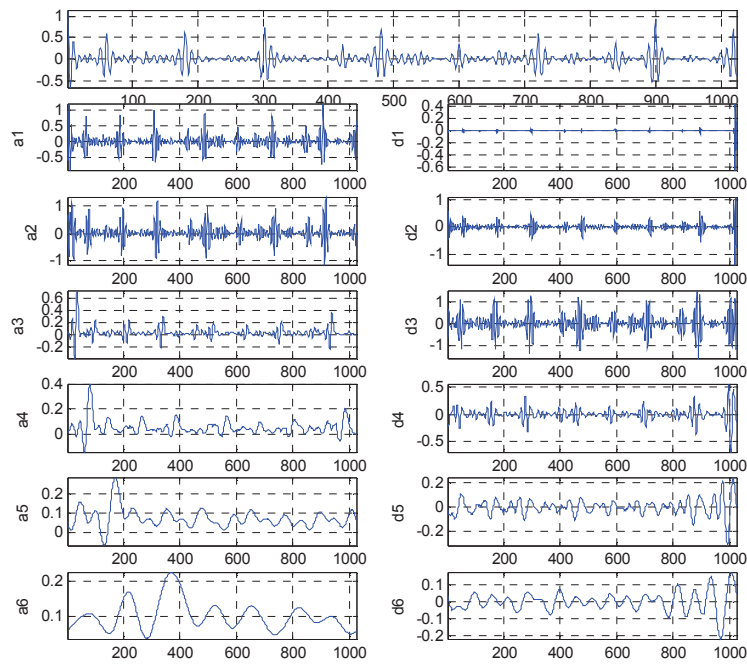


Fig.V.18 Détails et Approximations de TOD du signal $y(n)$, $SNR_S=10dB$.

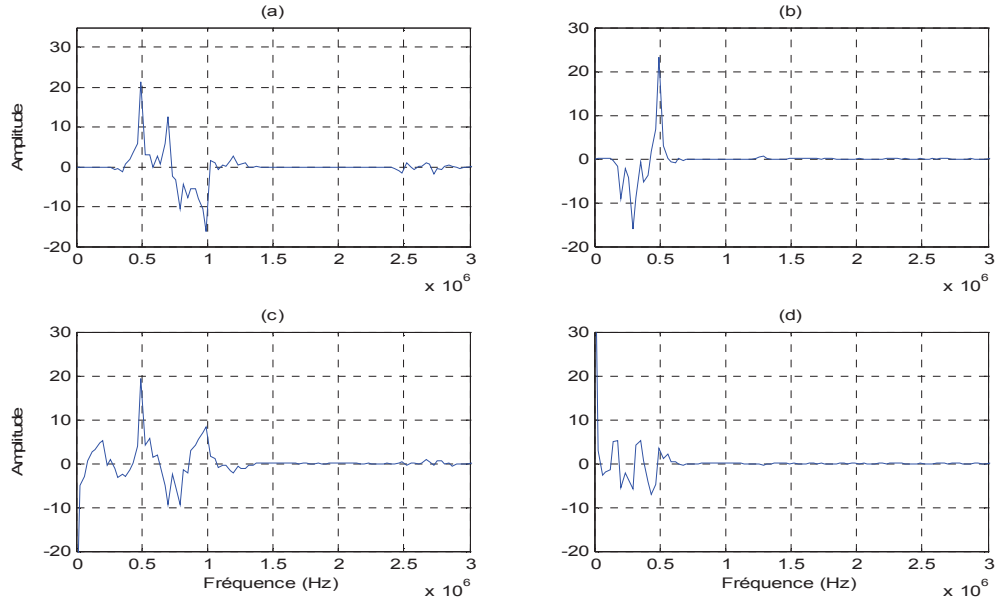


Fig.V.19 Spectre de fréquences des niveaux: (a) D5, (b) D6, (c) A4 et (d) A5 ($SNR_S=10dB$).

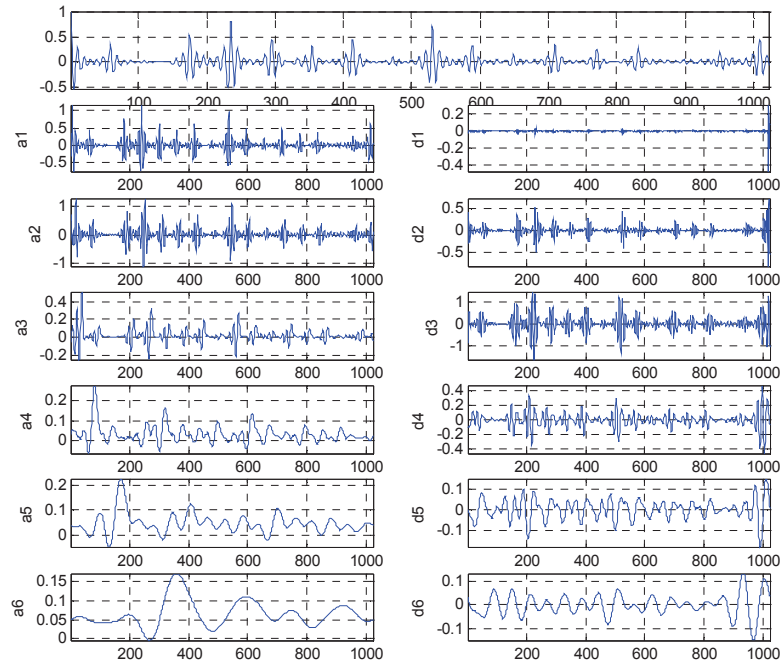


Fig.V.20 Détails et Approximations de TOD du signal $y(n)$, $SNR_S=15dB$.

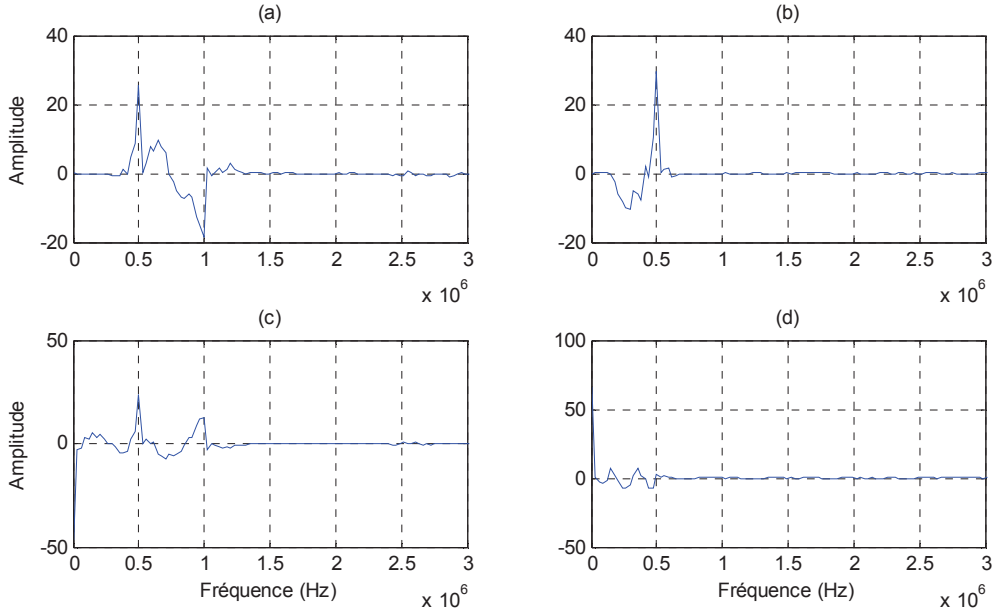


Fig.V.21 Spectre de fréquences des niveaux: (a) D5, (b) D6, (c) A4 et (d) A5 ($SNR_S=15dB$).

Les figures V.14, V.16, V.18 et V.20 montrent les différents résultats de simulation du signal échographique décomposé en TOD pour différentes valeurs de SNR_S (0dB, 5dB, 10dB et 15dB) et les figures V.15, V.17, V.19 et V.21 montrent les Spectres de fréquences des niveaux D5, D6, A4 et A5 pour chaque valeurs de SNR_S respectivement. Nous constatons que la décomposition du signal en TOD arrive à estimer l'espacement moyen généralement pour tous les valeurs de SNR_S , avec une petite difficulté avec l'augmentation de la valeur de SNR_S , mais reste toujours possible d'estimer l'espacement moyen, et sa s'explique par : le bruit de speckle est un processus aléatoire coloré, et à ce titre le comportement de sa transformée en ondelettes à travers les échelles dépend de la nature de «couleur», donc le bruit de speckle réside dans des échelles moyens (par exemple $j = 2$ et 3) (voir V.1).

V.6 Utilisation de la technique des ondelettes continues à la détermination du MSS

La transformée en ondelettes continue (TOC) utilise des ondelettes dont l'enveloppe rétrécit avec l'échelle tandis que le nombre d'oscillations reste constant. En effet l'opération de changement d'échelle de facteur a est équivalente à une homothétie du paramètre a sur l'axe des temps de $1/a$ sur celui des amplitudes. Dans ce cas on obtient une largeur de bande qui augmente avec la fréquence, avec une résolution fréquentielle relative constante.

V.6.1 Présentation de l'ondelette de Morlet

Certaines applications ont de meilleurs résultats avec une ondelette mère qu'avec une autre. Par exemple pour la détection de discontinuités, l'ondelette appelée « chapeau mexicain » donne les meilleurs résultats. L'ondelette de Morlet est aussi bien utilisée pour l'analyse de signaux biomédicaux que pour l'analyse de la parole [62-63]. L'ondelette de Morlet permet d'obtenir une bonne localisation temps-fréquence ; elle est donc la plus appropriée pour faire ressortir les points caractéristiques contenus dans un signal biomédical.

L'ondelette de Morlet peut être considérée comme le précurseur de toutes ses congénères. En effet, bien que la première ondelette mise en œuvre fût l'ondelette de Haar, il n'en reste pas moins que ce fut grâce aux travaux de Morlet que les fondements mathématiques de la théorie des ondelettes permirent une meilleure formulation des méthodes d'analyse temps-fréquence ou temps-échelle. L'ondelette de Morlet n'est en fait qu'une gaussienne modulée:

$$\psi(t) = e^{j\omega_0 t} e^{\frac{-t^2}{2\sigma_0^2}} \quad (\text{V.3})$$

Sa transformée de Fourier est:

$$\Psi(\omega) = e^{\frac{[(\omega-\omega_0)\sigma_0]^2}{2}} \quad (\text{V.4})$$

Le terme additionnel ξ permet de corriger la fonction $\psi(t)$ afin que celle-ci soit toujours admissible. Ce terme peut être négligeable si on choisit $\omega_0 > 5,5$.

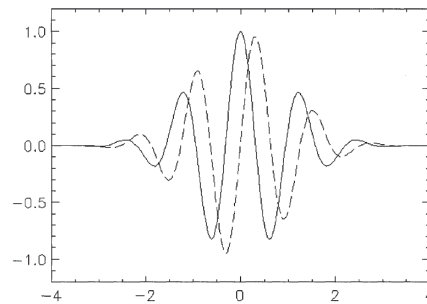


Fig.V.22 Partie réelle (tracé continu) et imaginaire (tracé en pointillés) de l'ondelette de Morlet

V.6.2 Création d'une ondelette adaptative à l'écho

En s'inspirant de la représentation en écho sinusoïde amortie, couramment utilisée pour décrire un signal biomédical, vibratoire, géophysique..., comme par exemple en biomédicale pour les signaux d'échographie, nous avons décidé d'utiliser une ondelette de cette forme en supposant que le signal recherché, le mode de translation de la graine, est un signal harmonique.

Certes l'emploi d'une sinusoïde amortie est classique, mais ici nous la modifions, de manière similaire à l'ondelette de Morlet, afin de la rendre admissible.

V.6.2.1 Son expression

Un signal harmonique s'écrit dans le domaine complexe : $e^{2\pi i f_0 t} e^{-\alpha t}$ avec f_0 la fréquence propre du signal et α le taux d'amortissement donné par : $\alpha = 1/\tau$ où τ est le temps caractéristique de l'amortissement. La transformée de Fourier de cette fonction, en ne considérant que les fréquences positives, s'écrit :

$$\Psi_0(\omega) = \frac{1}{2[\alpha + 2\pi i(f - f_0)]} \quad (\text{V.5})$$

Les parties réelle et imaginaire, ainsi que le spectre d'un signal harmonique amorti de fréquence f_0 sont représentées sur la figure III.23.

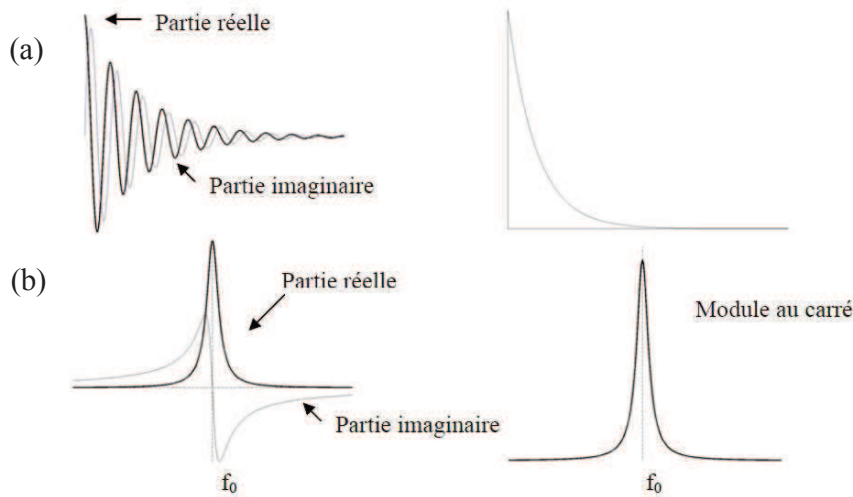


Fig.V.23(Gauche) Parties réelle et imaginaire (a) d'un signal harmonique amorti de fréquence propre f_0 et (b) de son spectre. (Droite) Module au carré (a) du signal harmonique et (b) de son spectre.

V.6.2.2 Orthogonalité et admissibilité

a) Orthogonalité

L'ondelette mère définie dans le paragraphe précédent ne permet pas de générer une famille d'ondelettes continues orthogonales si f_0 et α sont indépendants, c'est-à-dire dans deux plans différents. On introduit donc un paramètre K tel que $\alpha = Kf_0$. Ce paramètre K est équivalent à

l'inverse d'un facteur de qualité Q^l , Vérifions maintenant l'admissibilité de l'ondelette génératrice ainsi créée.

b) Admissibilité

Le module au carré de la transformée de Fourier du signal harmonique s'écrit :

$$|\Psi_0(\omega)|^2 = \frac{1}{(\alpha^2 + 4\pi^2(f - f_0)^2)} \quad (\text{V.6})$$

Pour tester son admissibilité, on définit :

$$C_\psi = \int_0^{+\infty} \frac{|\Psi(\omega)|^2}{f} df = \int_0^{+\infty} \frac{1}{(\alpha^2 f + 4\pi^2 f(f - f_0)^2)} \quad (\text{V.7})$$

Pour être admissible, C_g doit être fini en $+\infty$ et en 0, et que $|\Psi_0(0)| = 0$ [64].

V.6.3 Calcul théorique de la transformée en ondelettes d'un signal échographique [57]

La réponse impulsionnelle du système de mesure est modélisée par un signal cosinusoidal exponentiellement amorti de la forme :

$$s(t) = \exp(-\beta * t) * \cos(2\pi f_0 t) \quad (\text{V.8})$$

Le signal RF résultant est calculé comme la somme des signaux sinusoïdaux exponentiellement amorti plus un bruit blanc additif $b(t)$ qui simule les erreurs de mesure, donc le signal RF est égale à :

$$y(t) = \sum_{i=1}^N a_i * \exp(-\beta * (t - \tau_i)) * \cos(2\pi f_0(t - \tau_i)) + b(t) \quad (\text{V.9})$$

Considérons un signal $f(t)$ tel que :

$$f(t) = A(t)\cos(\varphi(t)) \quad (\text{V.10})$$

On va calculer la transformée en ondelette de $f(t)$

$$Wf(u, s) = \frac{1}{\sqrt{s}} \int f(t) \psi\left(\frac{t-u}{s}\right) dt \quad (\text{V.11})$$

$$Wf(u, s) = \frac{1}{\sqrt{s}} \int A(t) * \cos(\varphi(t)) * \psi\left(\frac{t-u}{s}\right) dt \quad (\text{V.12})$$

$$Wf(u, s) = \frac{1}{2\sqrt{s}} \int A(t) * [\exp(i\varphi(t)) + \exp(-i\varphi(t))] * \psi\left(\frac{t-u}{s}\right) dt \quad (\text{V.13})$$

$$Wf(u, s) = I(\varphi) + I(-\varphi) \quad (\text{V.14})$$

Commençons par étudier

$$I(\varphi) = \frac{1}{2\sqrt{s}} \int A(t) * \exp(i\varphi(t)) * \psi\left(\frac{t-u}{s}\right) dt \quad (V.15)$$

$$I(\varphi) = \frac{1}{2\sqrt{s}} \int A(t+u) * \exp(i\varphi(t+u)) * \psi\left(\frac{t}{s}\right) dt \quad (V.16)$$

Cette intégrale se calcule en utilisant des développements de Taylor au second ordre :

$$A(t+u) = A(u) + tA'(u) + \frac{t^2}{2}\alpha(t) \text{ avec } |\alpha(t)| \leq \sup_{h \in [u, t+u]} |A''(h)| \quad (V.17)$$

$$\varphi(t+u) = \varphi(u) + t\varphi'(u) + \frac{t^2}{2}\beta(t) \text{ avec } |\beta(t)| \leq \sup_{h \in [u, t+u]} |\varphi''(h)| \quad (V.18)$$

On obtient

$$\begin{aligned} I(\varphi) &= \frac{1}{2\sqrt{s}} \int A(u) * \exp i \left(\varphi(u) + t * \varphi'(u) + \frac{t^2}{2} \beta(t) \right) * \psi\left(\frac{t}{s}\right) dt \\ &+ \frac{1}{2\sqrt{s}} \int t * A'(u) * \exp i \left(\varphi(u) + t * \varphi'(u) + \frac{t^2}{2} \beta(t) \right) * \psi\left(\frac{t}{s}\right) dt \\ &+ \frac{1}{4\sqrt{s}} \int t^2 * \alpha(t) * \exp i \left(\varphi(u) + t * \varphi'(u) + \frac{t^2}{2} \beta(t) \right) * \psi\left(\frac{t}{s}\right) dt \end{aligned} \quad (V.19)$$

$$\begin{aligned} I(\varphi) &= \frac{\exp i \varphi(u)}{2\sqrt{s}} \left[\int A(u) * \exp i \left(t * \varphi'(u) \right) * \exp i \left(\frac{t^2}{2} * \beta(t) \right) * \psi\left(\frac{t}{s}\right) dt \right. \\ &+ \int A'(u) * t * \exp i \left(t * \varphi'(u) \right) * \exp i \left(\frac{t^2}{2} * \beta(t) \right) * \psi\left(\frac{t}{s}\right) dt \\ &\left. + \int \alpha(t) * \frac{t^2}{2} * \psi\left(\frac{t}{s}\right) * \exp i \varphi(u) * \exp i \varphi(t+u) dt \right] \end{aligned} \quad (V.20)$$

En développant $\exp(it)$ au premier ordre

$$\exp i \left(\frac{t^2}{2} * \beta(t) \right) = 1 + \frac{t^2}{2} * \beta(t) * \gamma(t) \quad \text{avec } \gamma(t) \leq 1 \quad (V.21)$$

Et comme

$$\int \psi\left(\frac{t}{s}\right) * \exp i \left(t * \varphi'(u) \right) dt = s * \Psi(s * \varphi'(u)) TF \quad (V.22)$$

L'insertion de (V.22) dans l'expression de $I(\varphi)$ donne :

$$\left| I(\varphi) - \frac{\sqrt{s}}{2} A(u) \exp i \varphi(u) * \Psi(s * \varphi'(u)) \right| \leq \frac{\sqrt{s} * |A(u)|}{2} (\varepsilon_{a,1}^+ + \varepsilon_{a,2} + \varepsilon_{\varphi,2}) \quad (V.23)$$

Avec

$$\varepsilon_{a,1}^+ = \frac{2|A'(u)|}{|A(u)|} \int t \frac{1}{\sqrt{s}} * \psi\left(\frac{t}{s}\right) * \exp i \left(t * \varphi'(u) \right) dt \quad (V.24)$$

$$\varepsilon_{a,2} = \int t^2 * |\alpha(t)| * \frac{1}{\sqrt{s}} * \left| \psi\left(\frac{t}{s}\right) \right| dt \quad (V.25)$$

$$\begin{aligned} \varepsilon_{\varphi,2} &= \int t^2 * |\beta(t)| * \frac{1}{\sqrt{s}} * \left| \psi\left(\frac{t}{s}\right) \right| dt \\ &+ \frac{|A'(u)|}{|A(u)|} \int |t^3| * |\beta(t)| * \frac{1}{\sqrt{s}} * \left| \psi\left(\frac{t}{s}\right) \right| dt \end{aligned} \quad (V.26)$$

En appliquant le même procédure pour calculer $I(-\varphi)$ on trouve

$$\left| I(\varphi) - \frac{\sqrt{s}}{2} A(u) \exp i \varphi(u) * \Psi(s * \varphi'(u)) \right| \leq \frac{\sqrt{s} * |A(u)|}{2} (\varepsilon_{a,1}^- + \varepsilon_{a,2} + \varepsilon_{\varphi,2}) \quad (V.27)$$

Avec

$$\varepsilon_{a,1}^- = \frac{2|A'(u)|}{|A(u)|} \int t \frac{1}{\sqrt{s}} * \psi\left(\frac{t}{s}\right) * \exp -i \left(t * \varphi'(u) \right) dt \quad (V.28)$$

$$Wf(u, s) = I(\varphi) + I(-\varphi) = \frac{\sqrt{s}}{2} A(u) \exp i \varphi(u) * \Psi \left(s * \varphi'(u) \right) + \varepsilon(u) \quad (V.29)$$

Avec

$$\varepsilon(u) = \frac{\varepsilon_{a,1}^+ + \varepsilon_{a,1}^-}{2} + \varepsilon_{a,2} + \varepsilon_{\varphi,2} \quad (V.30)$$

Et donc

$$Wf(u, s) \approx \frac{\sqrt{s}}{2} A(u) \exp i \varphi(u) * \Psi \left(s * \varphi'(u) \right) \quad (V.31)$$

A partir de (V.31), on constate que si l'ondelette mère $\psi(t)$ possède un maximum dans le domaine fréquentiel en ω_ψ (centre de fréquence), le maximum du module de la transformée en ondelettes $|W_\psi[x](u, s)|$ est localisé en $s = s_{rm}(b) = \omega_\psi / \dot{\varphi}(b)$ (ou $\dot{\varphi}(b)$ par définition est la pulsation instantanée du signal $x(t)$). Cette courbe est appelée arête de la transformée en ondelettes, sa définition à partir du module des coefficients d'ondelettes est la suivante :

$$A_M = \{ (s_{rm}(u), u), \text{ tel que } |W_\psi[x](s_{rm}(u), u)| = \max_u |W_\psi[x](u, s)| \} \quad (V.32)$$

La restriction des coefficients de la transformée en ondelette à cette arête est appelée le squelette:

$$W_\psi[x](s_{rm}(u), u) = \left(\frac{1}{2} \right) \sqrt{s_{rm}(u)} A(u) \exp i \varphi(u) * \Psi(\omega_\psi) \quad (V.33)$$

En utilisant l'ondelette de Morlet, on obtient :

$$W_\psi[x](s_{rm}(u), u) = \left(\frac{1}{2} \right) \sqrt{\pi} \sqrt{s_{rm}(u)} A(b) \exp i \varphi(u) \quad (V.34)$$

Notre signal est

$$x(t) = \exp(-\beta * t) * \cos(\varphi(t)) \quad (V.35)$$

Mettant

$$A(t) = \exp(-\beta * t) \quad (V.36)$$

Donc

$$W_x(u, s) = \frac{\sqrt{s_{rm}(u)}}{2} \sqrt{\pi} \exp -\beta u * \exp j \varphi(u) \quad (V.37)$$

A partir de (V.37), on peut déduire l'enveloppe $A(t)$ et la phase $\varphi(t)$ du signal $x(t)$.

Pour un signal à plusieurs composantes, la linéarité de la transformée en ondelettes conduit à :

$$W_{x_i}(u, s) = \frac{\sqrt{s}}{2} \sum_{i=1}^P a_i * \exp -\beta_i u * \exp j\varphi(\omega_i u + \chi_{0i}) * \Psi(s * \omega_i) \quad (V.38)$$

Et utilisant l'ondelette de Morlet, on obtient :

$$W_{x_i}(u, s) = \sum_{i=1}^P a_i * \frac{\sqrt{s_{rm}(u)}}{2} \sqrt{\pi} \exp -\beta_i u * \exp j\varphi(\varphi_i(u)) \quad (V.39)$$

V.6.4 Application de la technique des ondelettes continues à la détermination de MSS

Après avoir calculé théoriquement la transformée en ondelettes d'un signal échographique on passe maintenant à la simulation utilisant le même modèle décrit dans les sections précédentes.

V.6.4.1 Arête de la transformée en ondelettes

L'arête de la TO est une caractéristique facilement observable sur la projection d'un signal asymptotique dans l'espace temps-fréquence. Il s'agit de l'ensemble des lieux des maxima du module de la TOC.

V.6.4.2 Espacement moyen entre diffuseurs utilisant transformée en ondelette (Morlet)

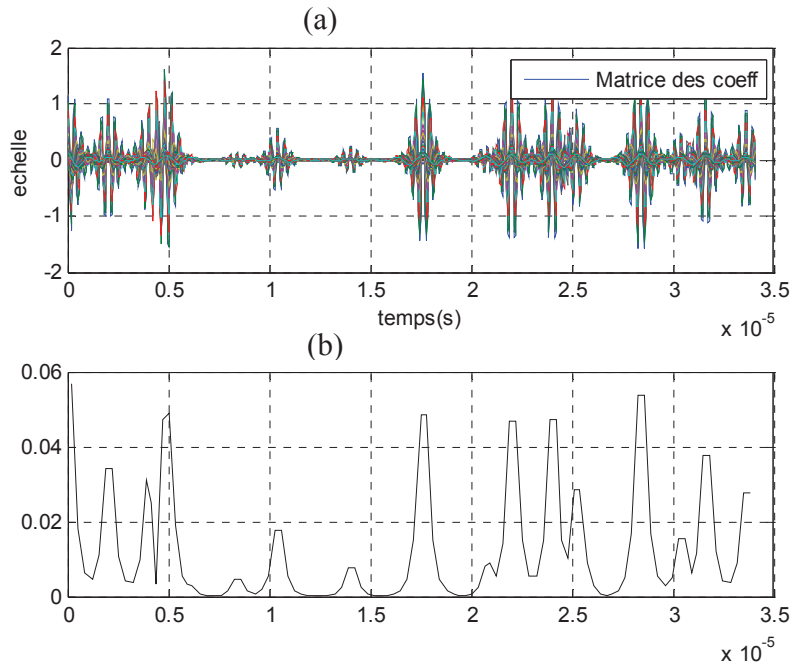


Fig.V.24 (a) Matrice des coefficients de transformée en ondelettes (Morlet), (b) arête de la transformée en ondelettes ($\sigma=\mu/100$)

Selon la figure on constate que chaque max de l'arête de la transformée en ondelettes correspond à un diffuseur, bien localisé dans le domaine temporelle, calculons la valeur moyenne entre ces maximum, on trouve $MSS=1.8030 \cdot 10^{-6}$.

V.6.4.3 Espacement moyen entre diffuseurs utilisant transformée en ondelette (ondelette adaptative à l'écho)

Calculons maintenant le MSS utilisant l'ondelette adaptative à l'écho on trouve

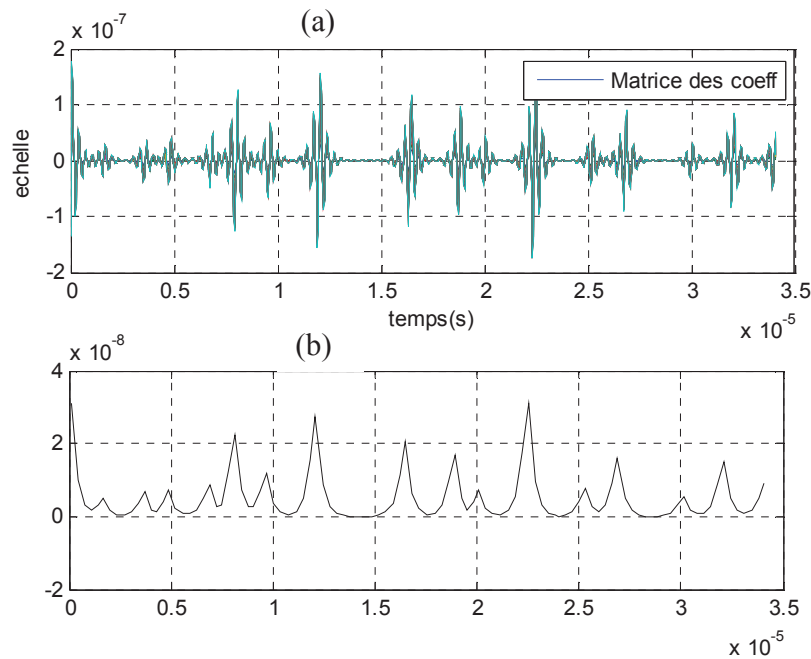


Fig.V.25 (a) Matrice des coefficients de transformée en ondelettes (ondelette adaptative à l'écho), (b) arête de la transformée en ondelettes ($\sigma=\mu/100$)

D'après la figure, les maximum locaux sont plus précis donc valeur exacte d'un maximum local, calculons la valeur moyenne entre ces maximum, on trouve $MSS=2.0455 \cdot 10^{-6}$.

Le tableau suivant résume les résultats obtenus par l'application de TOC pour la détermination de MSS.

MSS du modèle	DSP	Morlet	Ondelette écho
2.0000	2.5500	1.8030	2.0455

Tableau V.2 Résultats de MSS par les méthodes DSP, ondelette de Morlet et ondelette écho

D'après le tableau V.2, l'ondelette adaptative à l'écho donne la valeur la plus proche de MSS du modèle de signal échographique, et ça s'explique par : la ressemblance de l'ondelette analysante avec les composantes du signal échographique qui implique une meilleure localisation dans le domaine temporelle.

V.7 Comparaison entre la technique des ondelettes et les autres méthodes d'estimation du MSS

Nous présentons dans cette section une comparaison entre les méthodes qui présentent de bons résultats par rapport aux autres méthodes à savoir les méthodes ACF-AR et DSP-AR ; et la méthode utilisant la technique des ondelettes développée dans ce chapitre tout en conservant les mêmes paramètres appropriés d'un tissu humain, lesquels sont consignés dans le tableau IV.1. Pour ce là, nous avons étudié en premier lieu l'influence de la variance sur les résultats obtenus en appliquant ces méthodes. Dans une deuxième étape, l'effet du rapport du signal sur bruit SNR_S (0 dB, -5 dB, -10 dB et -15 dB) sur ces différentes méthodes est discuté. Dans un premier temps, l'espacement moyen obtenu par DSP-AR, ACF-AR et TOD est calculé pour les différentes valeurs de σ ((a) $\sigma=\mu/100$, (b) $\sigma=\mu/50$, (c) $\sigma=\mu/30$ et (d) $\sigma=\mu/10$).

La figure suivante (Fig.V.26) montre une comparaison entre trois méthodes (DSP-AR, ACF-AR et TOD).

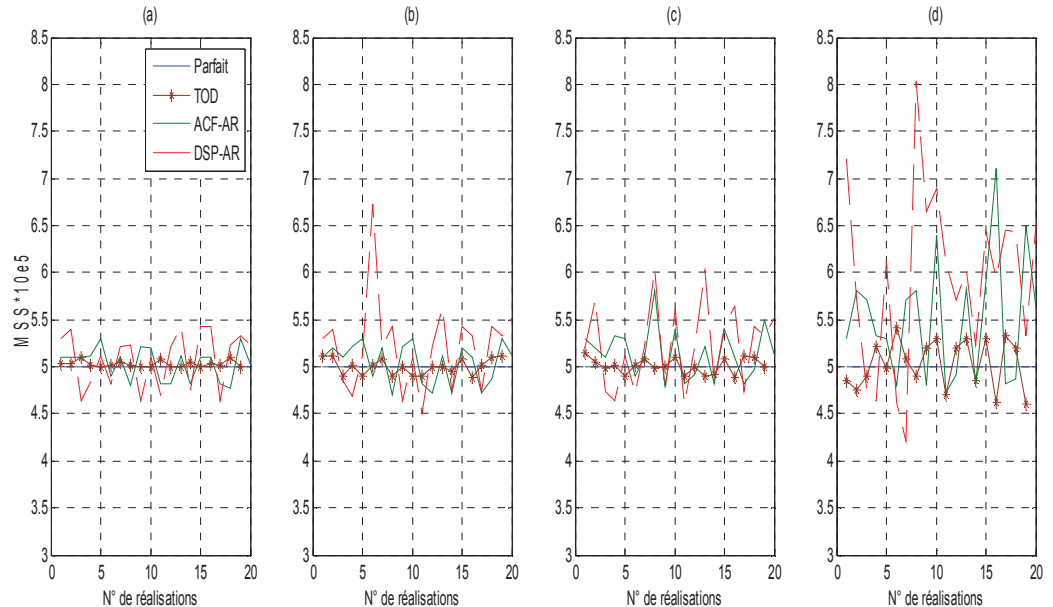


Fig.V.26 Espacement moyen (en Hz) estimé à l'aide de DSP-AR, ACF-AR, TOD pour (a)

$\sigma=\mu/100$, (b) $\sigma=\mu/50$, (c) $\sigma=\mu/30$ et (d) $\sigma=\mu/10$.

Nous constatons que la variance d'estimation de l'espacement moyen **MSS** par la technique des ondelettes discrètes est mieux par rapport celle présentée par les méthodes DSP-AR et ACF-AR. La TOD semble être peu sensible à la variation de σ . Le tableau V.3 présente les différentes valeurs de l'espacement estimé. Les valeurs estimées par la méthode TOD sont autour de l'espacement moyen cherché.

	$\sigma=\mu/100$	$\sigma=\mu/50$	$\sigma=\mu/30$	$\sigma=\mu/10$
DSP-AR	5.08 ± 0.08	5.21 ± 0.23	5.22 ± 0.21	5.95 ± 0.91
ACF-AR	5.03 ± 0.03	5.04 ± 0.04	5.14 ± 0.07	5.50 ± 0.43
TOD	5.03 ± 0.01	5.003 ± 0.01	5.013 ± 0.02	5.03 ± 0.06

Tableau V.3 Comparaison des MSS pour trois méthodes (* 10^5)

Les mêmes méthodes sont appliquées sur le signal rétro-diffusé dont la variation de σ est fixe (prise égale à $\sigma = \mu/50$) et en variant le rapport SNR_S pour voir les limites de ces trois méthodes.

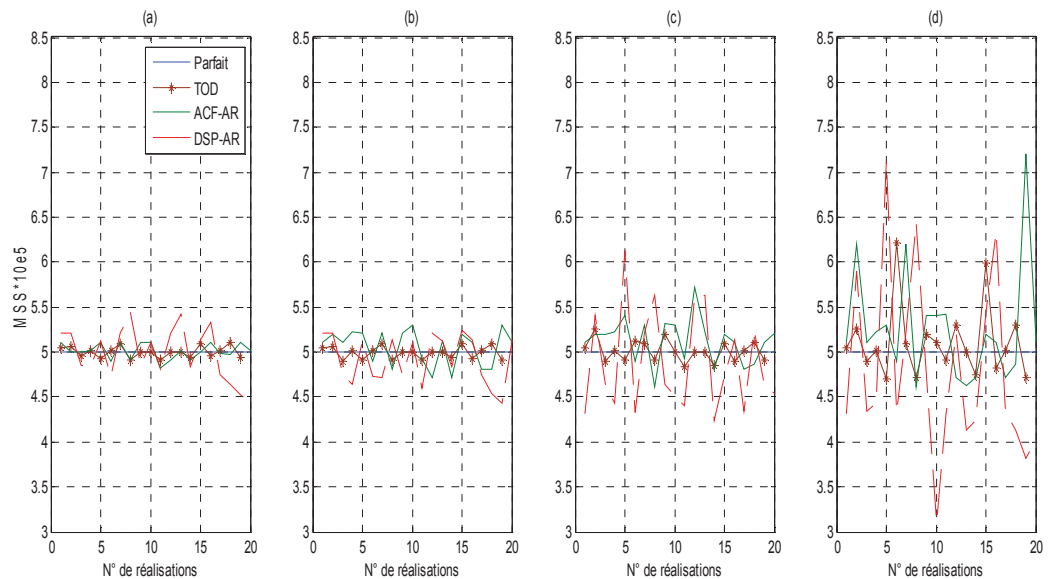


Fig.V.27 Espacement moyen (en Hz) estimé à l'aide de DSP-AR, ACF-AR, TOD pour (a) $SNR_S=0dB$, (b) $SNR_S=-5dB$, (c) $SNR_S=-10dB$ et (d) $SNR_S=-15dB$.

La figure V.27 met en relief la précision de l'estimation de la méthode TOD comparativement aux autres méthodes. Le tableau (V.2) suivant quantifie les graphes présentés sur la figure V.27.

	$SNR_S=0dB$	$SNR_S=-5dB$	$SNR_S=-10dB$	$SNR_S=-15dB$
DSP-AR	4.98 ± 0.08	4.91 ± 0.07	4.88 ± 0.31	4.79 ± 1.01
ACF-AR	5.00 ± 0.007	5.04 ± 0.03	5.12 ± 0.06	5.25 ± 0.40
TOD	4.999 ± 0.003	4.991 ± 0.01	5.009 ± 0.02	5.101 ± 0.23

Tableau V.4 Comparaison des MSS pour trois méthodes ($\times 10^5$)

Comme nous constatons, la méthode utilise la transformée en ondelettes discrètes est peu sensible au bruit de speckle. La valeur moyenne de l'espaceur estimé par cette méthode est égale à la valeur cherchée. Cependant, la variance augmente avec la diminution du rapport SNR_S (tableau V.4).

Nous avons effectué la même simulation, mais cette fois ci, utilisant la transformée en ondelettes continue pour l'estimation de MSS. Les figures : Fig.V.28 (variation de σ) et Fig.V.29 (variation du rapport SNR_S) montrent des comparaisons entre les trois méthodes.

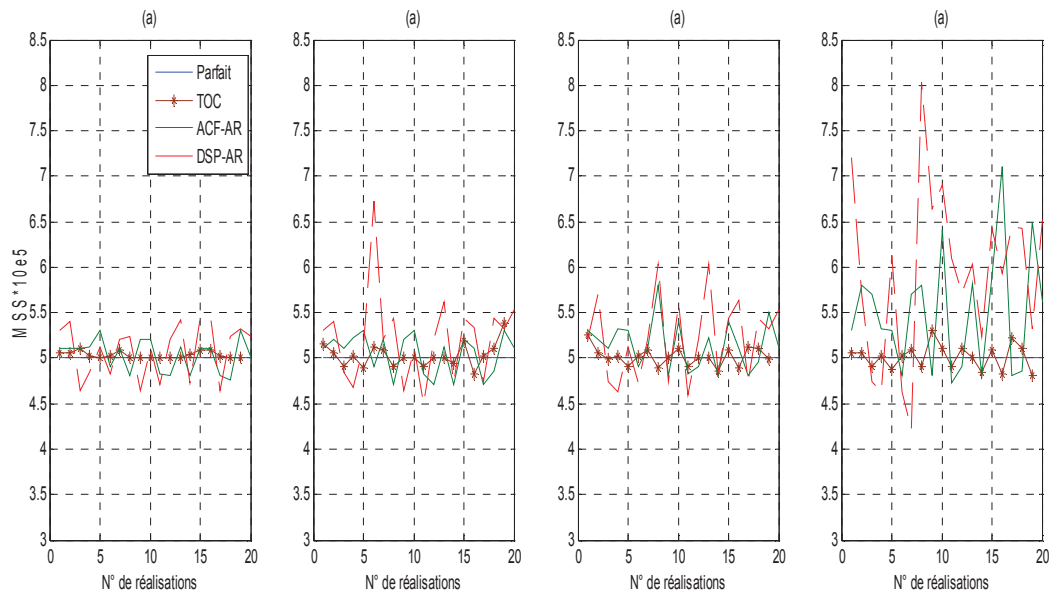


Fig.V.28 Espaceur moyen (en Hz) estimé à l'aide de DSP-AR, ACF-AR et TOC pour (a)

$\sigma=\mu/100$, (b) $\sigma=\mu/50$, (c) $\sigma=\mu/30$ et (d) $\sigma=\mu/10$.

	$\sigma=\mu/100$	$\sigma=\mu/50$	$\sigma=\mu/30$	$\sigma=\mu/10$
DSP-AR	5.08 ± 0.08	5.21 ± 0.23	5.22 ± 0.21	5.95 ± 0.91
ACF-AR	5.03 ± 0.03	5.04 ± 0.04	5.14 ± 0.07	5.50 ± 0.43
TOC	5.03 ± 0.01	5.02 ± 0.016	5.013 ± 0.01	5.01 ± 0.02

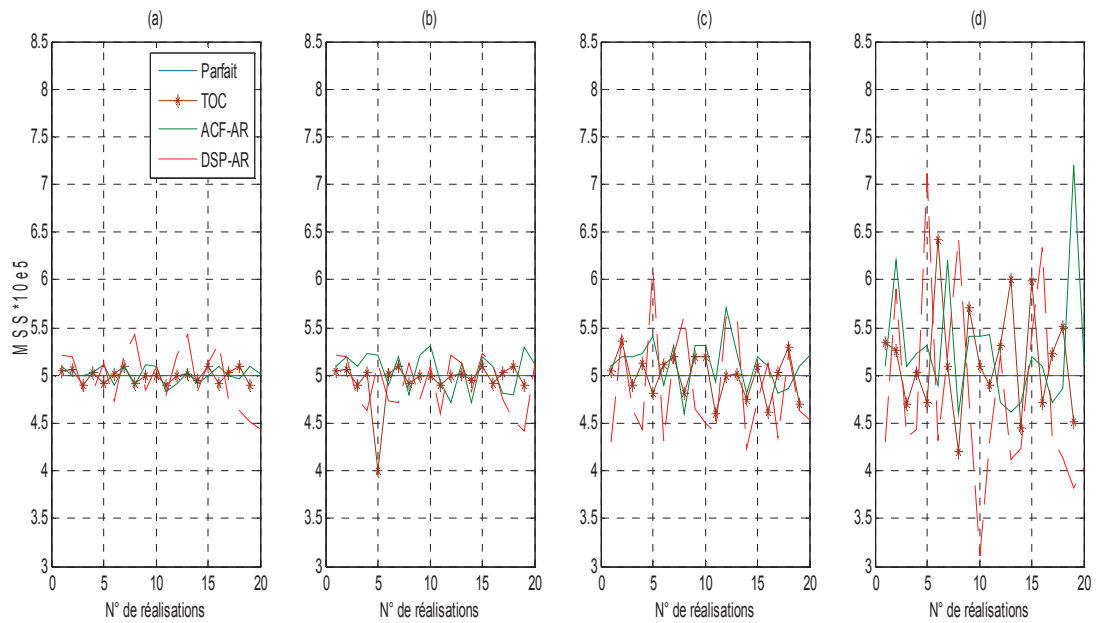
Tableau V.5 Comparaison des MSS pour trois méthodes (*10⁵)

Fig.V.29 Espacement moyen (en Hz) estimé à l'aide de DSP-AR, ACF-AR, TOC pour (a) $SNR_S=0dB$, (b) $SNR_S=-5dB$, (c) $SNR_S=-10dB$ et (d) $SNR_S=-15dB$.

	$SNR_S=0dB$	$SNR_S=-5dB$	$SNR_S=-10dB$	$SNR_S=-15dB$
DSP-AR	4.98 ± 0.08	4.91 ± 0.07	4.88 ± 0.31	4.79 ± 1.01
ACF-AR	5.00 ± 0.007	5.04 ± 0.03	5.12 ± 0.06	5.25 ± 0.40
TOC	4.992 ± 0.004	4.94 ± 0.05	4.99 ± 0.05	5.16 ± 0.33

Tableau V.6 Comparaison des MSS pour trois méthodes (*10⁵)

A partir des tableaux (V.5 et V.6) donnant l'espacement moyen estimé pour les différentes méthodes, nous constatons que l'utilisation de la technique des ondelettes donnent des valeurs proches.

V.8 Conclusion

On conclut que la transformée en ondelettes peut être utilisée efficacement pour indiquer la valeur de l'espacement moyen entre diffuseurs, elle offre une plus grande finesse au niveau de l'analyse du signal et permet de mieux s'adapter aux propriétés locales. Donc elle présente un outil efficient de traitement de signal pour la détection des pathologies à partir des signaux biomédicales, comme dans notre cas le calcul de l'espacement moyen entre diffuseurs d'un tissu du foie d'un être humain afin de différencier entre un tissu sein ou pathologique.

Cependant, l'utilisation la technique des ondelettes discrète avec la transformée de Fourier ensemble, peut fournir un outil très efficace pour extraire les paramètres d'une tel structure.

Conclusion générale

Conclusion générale

Un des paramètres pour le diagnostic des tissus humains est l'espacement moyen entre diffuseurs, qui présente la distance moyenne entre les réflecteurs de la structure du tissu, et il peut être utilisé comme une caractéristique importante pour différencier entre un tissu sain et un autre infecté, prenons comme exemple de tissu humain : le foie qui peut être infecté par la cirrhose, donc une modification dans la structure de tissu. Notre travail a pour but de déterminer l'espacement moyen entre diffuseurs utilisant les méthodes de traitement du signal, Une étude des principales méthodes permettant l'estimation de l'espacement moyen a été effectuée. La description d'une méthode basée sur l'Autocorrélation Fréquentielle (ACF) et sur le Cepstre (Cepstre) sont donnés. Nous nous sommes aussi intéressés aux méthodes utilisant la DSP et l'approche paramétrique AR nommé par DSP-AR, celle utilisant le Cepstre et AR (Cepstre-AR) et celle utilisant la méthode ACF et AR (ACF-AR). Une étude comparative des différentes méthodes a été effectuée. Une discussion du comportement de chaque méthode a été donnée. L'étude a été effectuée pour différentes valeurs de MSS ($\mu/100$, $\mu/50$, $\mu/30$ et $\mu/10$) et pour un rapport signal sur bruit SNR_S (0 dB, 5 dB, 10 dB, 15 dB et autres valeurs). Dans ce contexte nous avons montré que la méthode ACF-AR se comporte le mieux comparativement aux autres méthodes (en se basant sur la variance de l'estimation de MSS et sur la sensibilité au bruit speckles).

Bien que ces méthodes soient intéressantes, leurs performances sont limitées principalement par le fait qu'elles supposent gaussien le signal échographique.

Il s'avère que dans la réalité cette hypothèse n'est pas toujours vérifiée. Afin de remédier ce problème, nous proposons la méthode utilisant la transformée en ondelettes discrètes (TOD) et continues (TOC). L'étude a montré que cette approche a permis l'élimination du biais sur l'estimation de MSS ainsi que la réduction de la variance. Un ensemble des signaux ont été étudiés et ont montré que cette méthode améliore drastiquement la précision de l'estimation de l'espacement moyen MSS. A titre d'exemple, pour une valeur de MSS=0,5 MHz, et avec ($\mu/10$ et un SNR_S=-10 dB), la méthode proposée TOD délivre MSS=5.009 $\pm$ 0.02 alors que ACF-AR et DSP-AR délivrent respectivement MSS=5.12 $\pm$ 0.06 et MSS = 5.25 $\pm$ 0.40 et la méthode TOC délivre MSS= 4.99 $\pm$ 0.05. Nous remarquons que le biais sur l'estimation de MSS a été éliminé mais aussi la variance a été divisée par un facteur supérieur à 2. Les résultats de simulation ont montré une similitude de performances lorsqu'on utilise la transformée en ondelettes discrètes

utilisant l'ondelette mère db9 et continues utilisant l'ondelette mère adaptative à l'écho. Cependant, l'utilisation la transformée en ondelettes discrètes avec la transformée de Fourier ensemble est plus judicieuse et très efficace dans l'extraction du MSS à partir des signaux rétrodiffusés.

Dans notre travail, on a fait dans le premier chapitre une présentation des notions fondamentales nécessaires pour la bonne compréhension du travail effectué dans ce mémoire. La description du modèle du tissu est donnée, ainsi que le signal échographique correspondant. Les différentes structures composant le modèle du tissu sont décrites.

Dans notre deuxième chapitre, les différentes méthodes de traitement du signal pour la détermination de l'espacement moyen entre diffuseurs sont citées ; on trouve l'autocorrélation temporelle, l'autocorrélation fréquentielle, l'analyse cepstrale, ainsi les méthodes paramétriques utilisant le modèle autorégressif du signal échographique tel : DSP-AR, Cepstre-AR et ACF-AR.

Dans le troisième chapitre, des principes mathématiques de la transformée en ondelettes continue et discrète est présentés ainsi leurs propriétés les plus connues en privilégiant les aspects liés au traitement du signal. Le calcul des coefficients de détail et d'approximations dans la décomposition en ondelettes, les Critères de Choix d'ondelette analysante et les avantages de cette transformée sont brièvement présentés.

Dans le quatrième chapitre, les résultats de simulations des méthodes décrites dans le deuxième chapitre, ainsi que leurs interprétations sont montrés. Une comparaison entre ces différentes approches est présentée permettant de constater l'effet de la régularité de la structure semi-régulière ainsi que l'effet des speckles sur l'estimation de MSS.

Dans le cinquième et dernier chapitre nous montrons les résultats de simulation en appliquant la technique de la transformée en ondelettes, premièrement en utilisant la version discrète puis la version continue pour la détermination de MSS.

Bibliographie

Références Bibliographiques

- [1] J.U. Quistgaard, "signal acquisition and processing in medical diagnostic ultrasound," IEEE Signal process. Mag, pp 67-75, 1997.
- [2] U. R. Abeyratne, A. P. petropulu & J. M. Reid, "on modeling the tissue the tissue response from ultrasound images" IEEE Trans. Med. Imaging Vol. 14, N°4, pp.479-490, 1996.
- [3] D. K. Nassiri and C. R. Hill, "The use angular acoustic scattering measurement to estimate structural parameters of human and animal tissues". J. Acoust. Soc. Am. 79: pp. 2048, 1986.
- [4] M. Berson, "Physique des ultrasons, modes échographiques et structure des appareils d'échographie". Cours de DEA SIBM Université de Tours, 2000.
- [5] Jacques Sapriel: "Ultrasons," Technique d'ingénieur, séries électronique, El.
- [6] A. Alia, N. Bouaoua & H. Djelouah : "Finite Différence Modeling of the Ultrasonic Diffraction in Biological Tissues and Viscous Fluid Media," WCU 2003, Paris, September 7-10,2003
- [7] C. Martin : "Lignes Echographique RF," Revue Traitement du signal, Vol. 6, N° 1, 1989
- [8] M. Feldmann & J. Hénaff : "Traitement du Signal par Ondes Elastiques de Surface," CENT, édition MASSON, 1986.
- [9] M. Jean-Luc GENNISSON : "Le Palpeur Acoustique : Un Nouvel Outil 'investigation Des Tissus Biologiques" Thèse de Doctorat en Electronique, de l'Université Paris 6, 2003.
- [10] D. Hykes, W. R. Hendrik & D.E. Starchman: "Ultrasound Physics and Instrumentation," Churchill Livingstone, 1985.
- [11] S. Catheline: "Interferometrie-Speckle Ultrasonore, Application à La Mesure d'Elasticité," Thèse de Doctorat en Acoustique Physique, Université Paris VII, France, 1986.
- [12] V. A. Shutilov: "Fundamental Physics of Ultrasound," traduit par M. E. Alfrerieff, G.B., Gordon and Breach science publishers, 1988.
- [13] J. W. Trobaugh : "An Image Model For Ultrasound Incorporating Surface Shape And Microstructure And Characteristics Of The Imaging System," thèse de Doctorat en science, Université de Washington, 2000.

Références Bibliographiques

- [14] C. Simon : "A Study on Mean Scatterer Spacing Estimation Techniques," Department of Engineering and Computer Science, The University of Michigan, Ann Arbor, MI, 48109-2122, USA, January 5, 1996.
- [15] F. S. Cohen, G. Georgiou & E. J. Halpern : "WOLD Décomposition of Backscatter Echo in Ultrasound Images," IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency Control, vol.44, no. 2, January 1997.
- [16] L. L. Fellingham & G. Sommer : "Ultrasonic Characterization of Tissue Structure in the In-vivo Human Liver and Spleen," IEEE Transactions on Sonics and Ultrasonic, Vol. 31, N°4, pp. 418 - 428, 1984.
- [17] T. Varghese & Kevin D. Donohue: "Estimation Mean Scatterer Spacing with the Frequency- smoothed Spectral Autocorrelation Function," IEEE Transaction on Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency control, Vol. 42, no. 3, pp. 451-463, May 1995.
- [18] M. Fink, J. F. Cardoso, and P. Laugier., Analyse des effets de la diffraction en échographie médicale. Ultrason. Imaging, vol. 26(1-2): pp. 59-80, 1984.
- [19] J. C. Bamber and C. R. Hill., Acoustic properties of normal and cancerous human liver dependence on pathological condition. Ultrasound. In Med.& Biol.7: p. 122-133, 1981.
- [20] C. Simon, R. Seip & Emad S. Ebbini : "Estimation of Mean Scatterer Spacing Based on Autoregressive Spectral Analysis of Pre-Filtred Echo Data," Proceedings of the Ultrasonic Symposium, November 1995.
- [21] C. Simon : "A Study on Mean Scatterer Spacing Estimation Techniques," Department of Engineering and Computer Science, The University of Michigan, Ann Arbor, MI, 48109-2122, USA, January 5, 1996.
- [22] C. Simon, J. Shen, R. Seip & Emad S. Ebbini: "A Robust and Computationally Efficient Algorithm for Mean Scatterer Spacing Estimation," To appear in IEEE Transaction on Ultrasonics, ferroelectrics and Frequency Control.
- [23] Keith A. Wear, Robert F. Wagner, M. Insana & Timothy J. Hall : "Application of Autoregressive Spectral Analysis to Cepstral Estimation of Mean Scatterer Spacing," IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency Control, vol.40, no. 1, pp. 50- 58, January 1993.
- [24] U. R. Abeyratne, X. Tang, "Ultrasound scatter spacing based diagnosis of focal diseases of the liver," Biomedical signal processing and control 2, science direct, Elsevier, pp. 9-15, 2007.

Références Bibliographiques

- [25] J. Tsao, G. Jiang , “Mean Scatterer Spacing Estimation Using Wavelet Spectrum,” IEEE International Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency Control Joint 50th Anniversary Conference, pp. 2090- 2094, 2004.
- [26] X. Tang, U. R. Abeyratne, “Wavelet transforms in estimating scatterer spacing from ultrasound echoes”, Ultrasonics 38 (2000) 688-692, science direct, Elsevier.
- [27] Abdelhafid Kaddour and al. “High-order statistic for mean scatterer spacing estimation for human tissues characterization”, Acoust. Sci. & Tech. 32, 1, The Acoustical Society of Japan, 2011.
- [28] Nizar BOUHLEL: " Caractérisation de texture d'échographie RF par champ markovien" Thèse de Doctorat en Mathématiques Appliquées, de l'Université René Descartes - Paris 5, 2006.
- [29] A. V. Oppenheim & R. W. Schaffer : "Digital Signal Processing," Edition Prentice- Hall, 1975.
- [30] R. Boite & M. Kunt : "Traitement de la Parole," Presses Poly Technique Romandes, série Traité électricité.
- [31] A. Guerchaoui, Jean-Claude Balluet & Jean-Louis Lacoume : "Etude comparative des principales méthodes de déconvolution sur des données de type sismique," Revue Traitement du signal, Vol. 6, N° 3, 1989.
- [32] J. Saniie, T. Wang & N. M. Bilgutay : "Analysis of Homomorphique Processing for Ultrasonic Grain Signal Characterization," IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency Control, vol.36, no. 3, January 1989.
- [33] J. Xu, J. Cheng & Y. Wu : "A Cepstral Method for Analysis of Acoustic Transmission Characterization of Respiratory System," IEEE Transactions on Biomédical Engineering, Vol. 45, N° 5, May, 1998.
- [34] R. Kuc, K. Haghkerdar & M. O'Donnell : "Presence of Cepstral Peak in Random reflected Ultrasound Signals," Ultrasonic Imaging Vol. 8, pp. 196-212,1986.
- [35] A. Benramdane & B. Bouhade : "Application du traitement du signal à la détermination de l'espacement moyen entre diffuseurs d'un milieu hétérogène," projet de fin d'études Juin 2001, USTO MB.
- [36] J. Makhoul : "Linear Prediction: A Tutorial Review," Proceeding IEEE, Vol. 64, pp. 285-304, Feb. 1976.

Références Bibliographiques

- [37] G. Box & G. Jenkins : "Time series Analysis Forecasting and Control," Edition Enders Robinsons, USA, 1970.
- [38] M. Bellenger : "Analyse des Signaux et Filtrage Numérique Adaptatif," collection technique et scientifique des télécommunications, Ouvrage publié avec le concours du Centre National des Lettres, 1989.
- [39] S. Lawrence Marple, Jr. : "Digital spectral analysis with applications," Prentice Hall signal processing series., New Jersey, 1987.
- [40] B. Baligand & M. Grozellier : "Analyse spectrale en contrôle non destructif par ultrasons," Revue Traitement du signal, vol. 3, pp. 35-43, 1986.
- [41] V. D. Bos : "Alternative Interpretation of Maximum Entropy Spectral Analysis," IEEE Trans. Inf. Theory, Vol. IT-17, pp. 493-494, July 1971.
- [42] B. Bouhadeb : « Etude des méthodes permettant la mesure de l'espacement moyen de structures semi-régulières caractérisant un tissu » Thèses de magister 2004, USTO MB.
- [43] I. Daubechies « Ten Lectures on Wavelets ». Number 61 in CBMS-NSF Series in Applied Mathematics. SIAM, Philadelphia, 1992.
- [44] Chui, C. K. (1992). An introduction to wavelets. Boston: Academic Press.
- [45] Patrick Flandrin « Temps-Fréquence », Edition Hermès, Paris, 1998.
- [46] Hubbard, ondes et ondelettes, la saga d'un outil mathématique, Belin, 2000.
- [47] Burrus, C. S., Gopinath, R. A., & Guo, H. (1998). "Introduction to wavelets and wavelet transforms: a primer". Upper Saddle River, N.J.: Prentice-Hall.
- [48] J. Morlet « Sampling theory and wave propagation ». In 12th International Conference on Pattern Recognition, October 1994.
- [49] Y. Meyer « Ondelettes et Opérateurs, I: Ondelettes, II: Opérateurs de Calderon-Zygmund, III: (with R. Coifman), Opérateurs multilinéaires », Hermann, Paris, 1990.
- [50] I. Daubechies « Orthonormal bases of compactly supported wavelets ». Comm. on Pure
- [51] M. Misiti & al. « Les ondelettes et leurs applications » Lavoisier et Hermes-sciences, 2003.
- [52] Y. Meyer « Principe d'incertitude, bases hilbertiennes et algèbres d'opérateurs ». In Séminaire Bourbaki, number 662, 1985-1986.
- [53] B. Torrèsani, «Analyse continue par ondelettes», CNRS éditions, Septembre 1995. S.
- [54] S. G. Mallat « A theory for multiresolution signal decomposition: The wavelet representation ». IEEE Trans. Patt. Anal. Mach. Intell., 11(7):674-693, 1989.

Références Bibliographiques

- [55] Y. Meyer « Ondelettes: Algorithmes et Applications ». Armand Colin, Paris, 1992.
- [56] M. Vetterli, , & C. Herley, "Wavelets and filter banks: theory and design", Signal Processing, IEEE Transactions, 40(9), 2207-2232, 1992.
- [57] S. Mallat, «Une exploration des signaux en ondelettes », les éditions de l'école polytechnique, Novembre 2000.
- [58] C. Gasquet and P. Witomski « Analyse de Fourier et application, Filtrage, Calcul numérique, Ondelettes ». Masson, 1990.
- [59] S. Mallat, S. Zhong, "Characterization of signals from multiscale edges," IEEE Trans. Pattern Anal. Machine Intell. Vol. 14, No.7, pp. 710-732, 1992.
- [60] J. A. Daviu, et al. « Application and Optimization of the Discrete Wavelet Transform for the Detection of Broken Rotor Bars in Induction Machines », Applied and Computational Harmonics Analysis 21, pp 268–279, 2006.
- [61] M. Misiti, Y. Misiti, G. Oppenheim & J. Poggi "Wavelet Toolbox For Use with MATLAB" Wavelet Toolbox User's Guide; by The MathWorks, 2001.
- [62] B. Corona, J. Torry, M. Hind, R. Vincent, «Effects of respiration on heart sounds using time-frequency analysis», IEEE Trans., pp. 457-460, 2001.
- [63] B. Corona, J. Torry, «Time-frequency representation of systolic murmurs using wavelets», IEEE Trans., pp. 601-604, 1998.
- [64] Séverine ROSAT, "Variations temporelles de la gravité en relation avec la dynamique interne de la Terre" THÈSE DE DOCTORAT DE L'UNIVERSITÉ STRASBOURG I, mars 2004.

Annexes

Annexe A

$$g(t) = \sum_{i=1}^L a_i \exp(t - \tau_{1i}) + \sum_{i=1}^M b_i \exp(t - \tau_{2i}) \quad (\text{A-1})$$

L'autocorrélation de $g(t)$ sous l'hypothèse de stationnarité en sens large est donnée par

$$R_{gg}(\tau) = \frac{c}{2\mu_d} \left(\frac{c}{2\sigma_d \sqrt{2\pi|m|}} e^{-D} \right) \quad (\text{A-2})$$

Avec

$$D = \frac{(\tau - 2m \frac{\mu_d}{c})^2}{8|m|(\frac{\sigma_d}{c})} \quad (\text{A-3})$$

L'équation (A-2) peut être écrite sous la forme :

$$R_{gg}(\tau) = \sum_{m=-\infty}^{+\infty} \left(\frac{c}{\sigma \sqrt{2\pi|m|}} e^{-\left(\frac{(\tau-m\mu)^2}{|m|\sigma^2}\right)} \right) \quad (\text{A-4})$$

La densité spectrale de $g(t)$ est la transformée de Fourier de l'équation A-4

$$S_{gg}(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} \sum_{m=-\infty}^{+\infty} \left(\frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi|m|}} e^{-\left(\frac{(\tau-m\mu)^2}{|m|\sigma^2}\right)} \right) e^{-j\omega\tau} d\tau \quad (\text{A-5})$$

On a

$$\sqrt{a} e^{-a\pi t^2} \xrightarrow{\text{TF}} e^{-\pi t^2/a} \quad (\text{A-6})$$

Utilisant cette dernière transformation, l'équation (A-5) peut être écrite comme suit :

$$S_{gg}(\omega) = \frac{1}{\sqrt{2}} \sum_{m=-\infty}^{+\infty} e^{(-j\omega\mu - \omega^2|m|\sigma^2/4)} \quad (\text{A-7})$$

$$S_{gg}(\omega) = \frac{1}{\sqrt{2}} \left\{ 1 + \sum_{m=-\infty}^{+\infty} (e^{(j\omega\mu - \omega^2\sigma^2/4)})^n + \sum_{m=-\infty}^{+\infty} (e^{(-j\omega\mu - \omega^2\sigma^2/4)})^n \right\} \quad (\text{A-8})$$

Évaluant cette équation par l'utilisation des séries géométriques nous trouvons :

$$S_{gg}(\omega) = \frac{1}{\sqrt{2}} \left\{ 1 + \frac{e^{(j\omega\mu - \omega^2\sigma^2/4)}}{1 - e^{(j\omega\mu - \omega^2\sigma^2/4)}} + \frac{e^{(-j\omega\mu - \omega^2\sigma^2/4)}}{1 - e^{(-j\omega\mu - \omega^2\sigma^2/4)}} \right\} \quad (\text{A-9})$$

Et finalement, cette équation devient:

$$S_{gg}(\omega) = \frac{1}{\sqrt{2}} \left[\frac{1 - e^{-\omega^2\sigma^2/2}}{1 - 2 \cos(\omega\mu_d) e^{-\omega^2\sigma^2/4} + e^{-\omega^2\sigma^2/2}} \right] \quad (\text{A-10})$$

Annexe B

Algorithme Durbin-Levinson

Cet algorithme est proposé pour résoudre les systèmes linéaire de p inconnues sans passer par l'inversion de matrice d'autocorrélation, mais à condition que cette matrice représente une structure particulière. Les paramètres sont calculés par un algorithme itératif comme suit :

Pout $k=1$ le système d'équation

$$\begin{cases} R_{rr}(0) + a(1)R_{rr}(1) = \sigma_{b1}^2 \\ R_{rr}(1) + a(1)R_{rr}(0) = 0 \end{cases} \quad (\text{B-1})$$

La solution de ce système est donc :

$$a_1(1) = -\frac{R_{rr}(1)}{R_{rr}(0)} \quad (\text{B-2})$$

$$\sigma_{b1}^2 = (1 - a_1^2(1))R_{rr}(0) \quad (\text{B-3})$$

Et pour $k \geq 2$ les coefficients sont donnée par la formule de récurrence suivante :

$$K_k = a_k(k) = \frac{1}{\sigma_{b(k-1)}^2} \left(R_{rr}(k) + \sum_{l=1}^{k-1} a_{k-1}(l)R_{rr}(k-1) \right) \quad (\text{B-4})$$

$$a_k(i) = a_{k-1}(i) + K_k a_{k-1}(k-i); \quad i = 1, \dots, k-1 \quad (\text{B-5})$$

$$\sigma_{bk} = (1 - |K_b|)\sigma_{b(k-1)} \quad (\text{B-6})$$